УДК 548.736.5

Энтропийные модели в разведочной геофизике

Entropy models in prospecting geophysics

Маусымбаева А.Д., Портнов В.С.

Карагандинский государственный технический университет

Мақалада энтропия мен ақпарат сұрақтары қарастырылған. Ақпараттық қасиеттер әр түрлі әрекеттесулерге тән екені көрсетілген. Энтропия әдістері геофизикада қолданылыс тапқан. Минералдың қарапайым қоздыру энтропиясы есептелген. Магнитті барлау, электр барлау және т.б. барлаулардың геофизикалық мәліметтерін талдау үшін энтропия әдісі қолданылған. Тәжірибелі мағлұматтардың модельдермен келісімі талқыланған.

Entropy and information questions are considered. It is underlined that information properties are inherent in any interactions. The problems of entropy methods in geophysics are considered. Entropy of elementary excitations in minerals is calculated. The entropy method is applied to the analysis of the geophysical data magnetic prospecting, electro investigations and others. The consent of models with experimental data is discussed.

Введение

Все геофизические методы опробования месторождений полезных ископаемых основаны на получении информации об аномалии силы тяжести — гравиразведка; о магнитных свойствах пород и руд — магниторазведка; об их электрических свойствах — электроразведка; о характере распространения упругих волн в геологической среде — сейсморазведка и т.д. Тем самым мы подчеркиваем значение информации как общей субстанции, присущей геофизическим методам исследования (и, конечно, не только им, но и всем процессам в природе).

Всякая (искусственная или естественная) система взаимодействующих объектов может рассматриваться как информационная система. Любая часть совокупности взаимодействующих объектов (в частности, и один из объектов) может изучаться с целью извлечения информации о другой части этой совокупности (в частности, о другом отдельном объекте), так как взаимодействие обеспечивает соответствие состояний, т.е. отражение, содержание информации. Объекты, образующие информационную систему, могут иметь совершенно произвольную и, в частности, геологическую природу.

Из этого, конечно, не следует, что теория информации призвана заменить или объять другие науки, изучающие специфические взаимодействия между объектами определенного класса. Но отсюда вытекает, что среди бесконечного множества свойств, которые присущи любой системе взаимодействующих объектов, неотъемлемым свойством является свойство объектов отражать друг друга, содержать информацию друг о друге. В некоторых явлениях информационные отношения не играют существенной роли или замаскированы. Тогда наука, изучающая эти явления, может достичь определенных успехов без привлечения теории информации; в других случаях информационный подход неизбежен. Никто всерьез не примет попытку изложить, например, классическую механику в терминах теории информации, но тот факт, что всякий механический объект содержит информацию о взаимодействующем с ним объекте, прекрасно иллюстрируется примером открытия Нептуна возмущениям движения Урана. Стоит обратить внимание на тот факт, что релятивистская механика уже по существу информационна. Например, в ней понятия одновременности и протяженности связываются со свойствами световых сигналов. Термодинамика — наука, казалось бы, весьма далекая от рассмотрения информационных аспектов энергетических превращений — не смогла обойтись без введения понятия энтропии, которую уже Больцман, следуя своей блестящей интуиции, называл «мерой недостающей информации».

Эти примеры призваны подчеркнуть еще раз ту мысль, что информационные свойства присущи любым взаимодействиям.

Энтропия и информация

Энтропия термодинамической системы $S=\int\frac{dQ}{T}$ (где Q — полученная системой от среды тепло*т*а, а Т — температура процесса) была введена в 1865 г. Рудольфом Клаузиусом. В 1872 г. Людвиг Больцман вводит статистическую энтропию $S = klnW$ (где W — вероятность макросостояния, отождествляемая с числом микросостояний системы при условии их равновероятности, а k — коэффициент пропорциональности, зависящий от принятой размерности энтропии.). Дж.В. Гиббс для статистического обоснования термодинамики вводит в 1902 г. вероятностные представления [1]:

$$S=k\int\rho(p,q)\ln\rho(p,q)dpdq\ .$$

Здесь $p\ (p,\ q)$ — плотность вероятности распределения обобщенных координат q и импульсов p в фазовом пространстве системы, k — размерный множитель. В 1948 г. Клод Шеннон [2] предложил формулу для оценки неопределенности кодовой информации в каналах связи, называемую энтропией Шеннона: $S=-k\sum_{i=1}^{n}p_i\ln p_i$, где p_i — вероятность встречаемости символа i в коде, содержащем N символов, k — размерный множитель. В 1953 г. появляется работа А.Я. Хинчина [3], где формула Шеннона аксиоматически применяется для описания неопределенности схем в теории вероятности. В работах Роберта Мак Артура в 1955 г.[4] аналог формулы Шеннона появился как мера биологического разнообразия экологических сообществ: $S=\sum_{i=1}^{W}\frac{n_i}{n}\ln\frac{n_i}{n}$. Здесь n_i — численность i-й популяции в сообществе из W видов.

А.Н.Колмогоров с коллегами в 1956 г. [5] развили вероятностное определение энтропии $S=\int f(x)\ln f(x)dx$ для приложения к теории информации (f(x) здесь функция распределения случайной величины x). В 1958 г. А.Н. Колмогоров [6] ввел для динамических систем метрическую энтропию, или К-энтропию, которая пропорциональна скорости изменения статистической энтропии Больцмана. До настоящего момента продолжают появляться обобщения энтропийных формул. Так, в 2000 г. А.В. Коганов [7] обобщил статистическое определение комбинаторной энтропии — логарифм числа состояний системы — на понятие математической модели. А.П. Левич [8] ввел энтропию как меру структурированности сложных систем и т.д.

Понятие энтропии возникло в связи с необходимостью ввести численную характеристику неопределенности случайного объекта на некотором этапе его рассмотрения. Все, что мы можем сказать априори о поведении случайного объекта, — указать множество его состояний и распределение вероятностей по элементам этого множества. Обратим внимание на то, что различные распределения с различной неопределенностью характеризуют, какое из возможных состояний объекта должно реализоваться.

Желая сравнить между собой два (или более) распределения по их «размытости», неопределенности, мы должны ввести некоторую численную характеристику этого качества распределений. Если случайный объект допускает численное описание, т.е. его состояниям соответствуют некоторые количества, то в качестве числовых характеристик формы распределения могут служить различные средние: например, среднее значение, дисперсия, моменты высших порядков.

Однако эти характеристики теряют всякую наглядность и удобство применения, если распределения являются резко асимметричными, многовершинными и т.п. И, наконец, моменты вообще теряют смысл, если случайный объект допускает лишь качественное описание, т.е. различным его «состояниям» соответствуют различные качества. Вместе с тем разнообразие признаков и в случае качественного объекта допускает количественную оценку, поскольку мы и здесь можем говорить о большей или меньшей неопределенности исхода опыта.

Так мы приходим к необходимости количественного описания неопределенности заданного распределения вероятностей. Понятие «неопределенность» естественно связывается с формой распределения, но не с множеством конкретных значений случайной величины. Поэтому первое требование к мере неопределенности состоит в том, что она должна быть функционалом, т.е. функцией от функций распределения вероятностей, и не зависеть от конкретных значений случайной величины. Кроме того, к мере неопределенности должен быть предъявлен еще целый ряд требований, таких как непрерывность относительно аргументов, наличие максимума и некоторые дополнительные требования. Важно подчеркнуть, что такой комплекс разумно выдвинутых требований к мере неопределенности допускает единственную форму функционала, который по ряду причин и назван энтропией случайного объекта.

В качестве меры неопределенности случайного объекта с конечным множеством возможных состояний $A_1, A_2, .., A_n$, соответствующих вероятностям $p_1, p_{2,...,} p_n$, разумно взять функционал

$$S(A) = S(p_1, p_2, ..., p_n) = -\sum_{k=1}^{n} p_k \log p_k \ ,$$

где логарифмы берутся при произвольном основании. Величину *S (A)* называют энтропией случайного объекта *A*. В последующем было показано, что при некоторых весьма общих требованиях к мере неопределенности вид функционала *S (A)* является единственно возможным (с точностью до постоянного множителя).

В основе всей теории информации лежит открытие, заключающееся в том, что информация допускает количественную оценку. Наиболее четко, вплоть до введения количественной меры информации, эта мысль, по-видимому, впервые была высказана Хартли в 1928 г. [8], а затем, уже на более высоком уровне, развита и обобщена Шэнноном, Винером, фон Нейманом, Фишером, Колмогоровым и другими.

Для развития теории информации в ее современном виде вообще не требуется определения понятия информации как таковой; необходимым и достаточным для построения теории является понятие количества информации. Поэтому употребление терминов «информация» и «количество информации» как синонимов не вызывает недоразумений в рамках самой теории. Но, имея в виду более широкое употребление этих терминов, необходимо рассматривать их как имеющие различное содержание.

Подробное обсуждение понятий энтропии и информации изложено в огромном количестве работ и не является предметом настоящей работы, поэтому мы отсылаем читателя к более специальным монографиям. Здесь же мы приведем краткую сводку концепции «энтропии-информации», предложенную недавно А.М. Хазеном [9]:

1) Физическая информация — это мера устранённой неопределённости состояния физической системы, т.е. характеристика, обратная энтропии физической системы. Её величина и изменения задают факт существования физических объектов и процессов.

2) Существует функция состояния любой физической системы — «энтропия-информация» — мера количества информации в пределах заданных признаков и условий для наиболее вероятного состояния системы из многих элементов. Энтропия-информация как функция состояния системы определяется в виде $S = Kln\Omega = Kln\Psi$, где K — адиабатический инвариант системы (минимальная дискретная единица изменения энтропии-информации в системе); Ω — функция, описывающая число возможных состояний системы, образованной многими элементами; Ψ — функция, описывающая вероятности этих состояний системы ($\Psi \leq 1$).

3) Энтропия-информация может суммироваться при разных входящих в её определение признаках и условиях, учитывая уравнения связи их между собой. Для любых входящих в определение энтропии признаков и условий существует нуль отсчёта энтропии-информации, который зависит от них. Локальный (соответствующий какой-либо иерархической ступени) нуль энтропии соответствует максимально возможной оставшейся энтропии для каждой из нижних ступеней иерархии энтропии данной системы. Энтропия-информация есть знакопостоянно-определённая переменная. Существование разных нулей отсчёта разрешает в конкретных задачах использовать её с отрицательным знаком.

4) Фундаментом всех физических процессов являются процессы синтеза информации (на основе цепочки: случайности — условия — запоминание) и комплексного роста энтропии-информации (имеющей иерархическую структуру). Синтез информации превращает энтропию как меру информации, которой недостаёт до полного описания системы, в параметры состояния физических систем (например, материальных объектов).

5) Основополагающим принципом процессов физического мира является принцип максимума производства энтропии: «Формирование физических объектов и их взаимодействий происходит так,

что это гарантирует возможный в данных условиях максимум их способности к превращениям». Количества энтропии-информации в природе растут самопроизвольно, поскольку все процессы в системах из многих элементов самопроизвольно происходят в сторону увеличения количества информации, необходимого для описания индивидуальных элементов системы при заданных для них признаках и условиях. Это главный созидающий принцип во Вселенной, который универсален как для неживой природы, так и для возникновения и эволюции жизни и разума.

6) Согласно принципу максимума производства энтропии синтез информации об адиабатическом инварианте в определении энтропии происходит так, что гарантирует существование устойчивого, по Ляпунову, потока (в котором возмущения устойчиво нарастают). По определению, устойчивость этого потока означает, что его можно описать как последовательность стационарных состояний. В каждом из них локально действует принцип минимума производства энтропии Пригожина или другие условия самоорганизации. Это возможно потому, что условный экстремум энтропии-информации связан с седловой точкой её функции: максимум производства энтропии-информации для одной группы условий совместим с минимумом самой энтропии-информации для другой. В одной плоскости выполняется условие Ляпунова для динамических равновесий — обеспечивается минимум энтропии, соответствующей адиабатическому инварианту, и максимум производства энтропии. Но в перпендикулярной плоскости, которая проходит через седловую точку, выполняется условие Пригожина для статических равновесий — обеспечивается максимум энтропии и минимум производства энтропии.

7) Энтропия-информация есть функция комплексного переменного. Её действительная составляющая — «семантическая информация» — отображает роль энергетических экстремумов в синтезе информации о физических процессах. Запоминание при синтезе информации определяется критериями устойчивости в комплексной плоскости.

8) В природе доминирует стремление к состояниям динамических или статических равновесий. Они не превращаются в «тупики равновесия» потому, что синтез информации на основе принципа максимума производства энтропии-информации гарантирует возможность их преодоления.

9) Существует иерархическая структура энтропии-информации для разных уровней организации физических систем и взаимодействий, а также уровней организации биологических и социальных систем. Каждый уровень организации систем возникает спонтанно вследствие проявления принципа максимума производства энтропии в отношении определённого количества элементов нижележащего по отношению к нему уровня организации. Эта самоорганизация элементов систем представляет собой синтез энтропии-информации.

10) При иерархическом синтезе информации энтропия внешне уменьшается за счёт того, что объект, возникающий в результате самоорганизации элементов системы, существует как иерархическое целое (объект для предыдущего уровня иерархии, он же — элемент для последующего). Но, в действительности, энтропия-информация объекта нового уровня иерархии организации равна сумме энтропии-информации всех составляющих его элементов нижележащих иерархических уровней.

11) По отношению к иерархическому ряду роста энтропии-информации хаос сформированных новых элементов становится источником нового роста энтропии-информации, дополнительного к тому, который участвовал в возникновении этих иерархически новых элементов и их признаков. В этом участвует подвод энергии к системе, который становится основой для дальнейшего роста энтропии-информации как хаоса этих новых элементов.

12) Высота ступеней иерархии энтропии-информации (количеств информации внутри ступеней) экспоненциально падает. Это воспринимается человеком как кажущееся упорядочение (уменьшение энтропии) по мере иерархического усложнения систем.

Энтропия элементарных возбуждений в геофизике

Здесь мы модифицируем термодинамический подход к геофизическим методам разведки, предложенным В.С. Портновым и В.М. Юровым [10, 11], применительно к задачам нашего исследования. Дефекты (элементарные возбуждения) в минерале или поверхностном слое (дислокации, поры и т.д.) будем рассматривать как систему невзаимодействующих частиц, погруженную в термостат. Квантовые переходы, обусловленные взаимодействием дефектов с термостатом, будут диссипативными (с вероятностью P) в отличие от взаимодействия с внешним полем (с вероятностью F). Диссипативные процессы приводят к тому, что вторичное поле (отклик системы) всегда меньше первичного, вызывающего образование дефектов.

Поскольку подсистема дефектов обменивается с термостатом только энергией, то соответствующий им ансамбль частиц будет каноническим. В этом случае выражение для статистической энтропии имеет вид:

$$S = -k\sum_i f_i \ln f_i, \tag{1}$$

где f_i — функция распределения; k — постоянная Больцмана.

Дифференцируя (1) по времени и преобразуя, получим:

$$\frac{dS}{dt} = \frac{k}{2}\sum_{i,j}\left(lhf_i - \ln f_j\right)\left(P_{ij}f_i - P_{ji}f_j\right), \tag{2}$$

где P_{ij} — вероятность перехода из начального i (с энергией E_i) в возбужденное состояние j (с энергией E_j).

Решение уравнения (2) имеет вид:

$$P = \frac{2\Delta S}{k\tau}\exp\left\{-\frac{E_m - G^0/N}{kT}\right\}, \tag{3}$$

где ΔS — изменение энтропии в диссипативном процессе; E_m — среднее значение энергии основного состояния дефектов; τ — время релаксации.

Большинство диссипативных процессов в природе описывается уравнением Аррениуса:

$$P = \nu\exp(-E_a / kT) \tag{4}$$

где E_a — энергия активации, ν — частотный фактор.

Сравнивая это выражение с (3) находим:

$$\Delta S = \frac{\nu k\tau}{2}\exp\left(-\frac{E_m + E_a - G^0 / N}{kT}\right). \tag{5}$$

Частотный фактор в большинстве практически важных случаев $\nu = 1/\tau$ и выражение (5) перепишутся в виде:

$$\frac{2\Delta S}{k} = \exp\left\{-\frac{E_m + E_a - G^0 / N}{kT}\right\}. \tag{6}$$

Энтропийные методы в магниторазведке

Магнитный метод разведочной геофизики основан на изучении особенностей распределения геомагнитного поля в пространстве. Породы, слагающие верхнюю часть земной коры и имеющие различные магнитные свойства, являются источниками магнитных аномалий.

Наложение внешнего магнитного поля на систему магнитных диполей, погруженную в термостат, приводит к изменению ее энтропии [12]:

$$\Delta S = \frac{N\mu_Б(\Delta H)^2}{2kT^2}, \tag{7}$$

где $\mu_Б$ = 9,27 10^{-27} Дж $Тл^{-1}$ — магнетон Бора; H — напряженность внешнего магнитного поля; N — число магнитных диполей.

После несложных преобразований, с учетом (6), мы получим:

$$\Delta H = \frac{2}{\mu_Б}\sqrt{kTG^0}. \tag{8}$$

Если считать, что искомый полезный компонент связан только с одним магнитным диполем, то его концентрацию $с_п$ можно найти из соотношения $N = N_A \cdot c_n/100$ %, где N_A — число Авогадро.

Таким образом, концентрация полезного компонента выразится через магнитную аномалию следующим образом:

$$c_n = \frac{2N_A}{\mu_Б}.\sqrt{kTG^0}\,\frac{1}{\Delta H}\cdot 100\%. \tag{9}$$

Вернемся теперь к выражению (6) и, пренебрегая малыми членами после разложения экспоненты, получим:

$$\frac{2\Delta S}{k} = \alpha \frac{G^0}{NkT} \text{ или}$$
$$\Delta S = \alpha \frac{G^0}{2NT}, \qquad (10)$$

где $\alpha = \exp[-(E_m+E_a)/kT] \sim 1$.

Выше мы говорили, что изменение энтропии объекта обратно пропорционально количеству ΔI информации о нем, т.е.:

$$\Delta S = \frac{k \ln 2}{\Delta I}, \qquad (11)$$

где $k\ln 2$ — энергетический эквивалент информации.

С другой стороны, информацию о магнитных свойствах объекта несет его магнитная восприимчивость χ, т.е.:

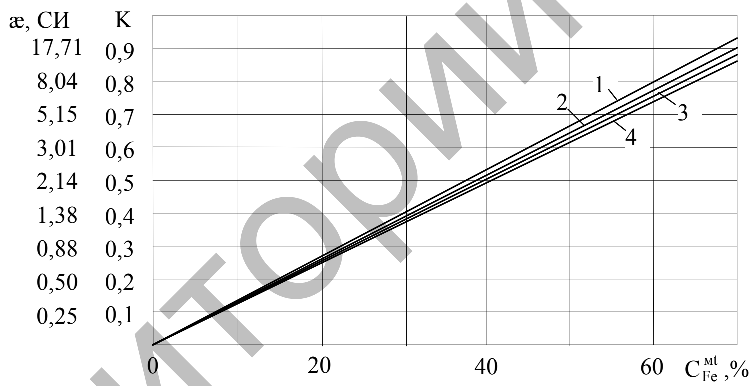
$$\Delta I = \chi. \qquad (12)$$

С учетом (10) и (11) для магнитной восприимчивости имеем:

$$\chi = \beta \frac{kT}{G^0} c_n. \qquad (13)$$

Уравнение (13) совпадает с уравнением, полученным в работе [12], с использованием подхода, основанного на функции отклика системы магнитных диполей.

Из уравнения (13) следует линейная зависимость магнитной восприимчивости от концентрации магнитного минерала (рис.).



1 — Кентобинское, 2 — Сарбайское, 3 — Куржункульское, 4 — Соколовское месторождения

Рис. Зависимость магнитной восприимчивости и коэффициента отображения от содержания магнетитового железа

Энтропийные методы в электроразведке

Физическая основа методов электроразведки — зависимость электромагнитного поля от электрических свойств той среды, в которой это поле существует. Таким образом, электромагнитное поле является носителем информации о характере геоэлектрического, а следовательно, и геологического разрезов. В связи с этим любой электроразведочный метод и всю электроразведку в целом можно рассматривать как систему, предназначенную для сбора информации о характере геологического разреза.

При наложении внешнего электромагнитного поля на систему диполей, связанную с полезной компонентой горной руды или минералов, изменение энтропии равно:

$$\Delta S = \frac{Ne(\Delta E)^2}{2kT^2}, \qquad (14)$$

где e — заряд электрона, E — напряженность внешнего электрического поля, N — число электрических диполей.

Информацию об электрических свойствах объекта несет его проводимость σ или удельное сопротивление $\rho = 1/\sigma$. Как и выше, имеем:

$$\Delta I = \sigma. \qquad (15)$$

Тогда

$$\sigma = \alpha \frac{kT}{G^0} c_n. \quad (16)$$

Подобным образом могут быть рассмотрены и другие методы разведочной геофизики.

Термодинамика процесса измерения

Для термодинамического рассмотрения процесса измерения представляется целесообразным выделить три стороны проблемы [13]:

– связано ли получение информации с уменьшением статистической энтропии системы (с негэнтропийным эффектом), и какова эта связь;
– каково компенсирующее этот негэнтропийный эффект увеличения энтропии в системе за счет диссипации энергии (и какова диссипация энергии, если негэнтропийный эффект отсутствует);
– за счет чего удается после измерения обеспечить дополнительный негэнтропийиый эффект в другой подсистеме посредством управляющего воздействия.

В зависимости от ответа на третий и связанный с ним первый вопросы различают два вида измерения: активное и пассивное. Основным признаком классификации является, соответственно, возможность (или невозможность) непосредственного использования результата измерения в качестве управляющего воздействия. Возможность непосредственного использования результата измерения для управления в активном измерении обеспечивается тем, что и сам результат измерения, и измеряемый параметр представлены активно: в виде скалярной физической величины; для пассивного измерения такие ограничения не требуются. Кроме того, следствием данной классификации является то, что активное измерение непременно связано с негэнтропийным эффектом, а пассивное — нет.

Под измерением обычно понимается любой процесс однозначного преобразования измеряемой физической величины в некоторую другую физическую величину, называемую регистрирующим параметром.

В связи с изложенной только что классификацией измерений и это определение нуждается в уточнении. Так как активное измерение непременно предшествует управлению, представим его как термодинамический процесс перехода системы из одного равновесного состояния в другое. Будем предполагать, что:

1) измеряемая физическая величина является внутренним параметром (обобщенной координатой или обобщенной силой) исследуемой системы (ИС);

2) в качестве регистрирующего параметра выбрана скалярная физическая величина, которая характеризует состояние измерительного прибора (ИП) — является его обобщенной координатой и потому допускает ее использование в качестве управляющего параметра;

3) в процессе взаимодействия ИС с ИП (т.е. в процессе измерения) устанавливается новое стационарное значение регистрирующего параметра, однозначно связанное с измеряемой величиной.

Согласно сказанному для реализации активного измерения только тогда достаточно ограничиться одним этапом преобразования, т.е. одним актом элементарного информационного взаимодействия ИС с ИП, когда:

а) измеряемая величина удовлетворяет условию 1) и притом является обобщенной силой;

б) она может быть непосредственно преобразована в регистрирующий параметр, удовлетворяющий условиям 2), 3).

В общем случае это не так, и для измерения может использоваться длинная цепь последовательных преобразований. Представляется, однако, что для выяснения общих термодинамических закономерностей достаточно рассмотреть цепочку из пяти этапов (преобразований):

$$l \to \lambda \to q \to F \to y \to x .$$

здесь q — обобщенная координата, F — обобщенная сила, а x — регистрирующий параметр. Таким образом, конечная часть цепочки от q до x соответствует, согласно предыдущему, активному измерению.

Для термодинамического анализа активного измерения в общем случае следует несколько усложнить модель элементарного информационного взаимодействия, включив в нее согласующий элемент (с непосредственно измеряемым параметром y).

Таким образом, на основании сказанного только что и модели элементарного информационного взаимодействия можно конкретизировать модель активного измерения следующим образом.

Всякое активное физическое измерение связано с взаимодействием двух систем — исследуемой и измерительного прибора — таким образом, что происходит обмен энергией между ИС и ИП, вследствие чего изменяется значение параметра x регистрирующего устройства измерительного прибора. Диссипативные процессы, связанные с энергетическим обменом между ИС и ИП, являются единственной возможной причиной необратимости физического измерения.

Предполагается, что ИС и ИП помещены в термостат с температурой T. Тепловые флуктуации параметров F, y и x; являются единственной неустранимой причиной погрешности измерения. Измерение построено на том, что имеется однозначное соответствие между средними (по реализации флуктуации) значениями F, y, x, и по значению x судят об измеряемой величине F. Предполагается линейная связь между F, y, x.

Сказанное до сих пор относится к активному измерению. Видно, что для термодинамических характеристик активного измерения существенна только классическая (макроскопическая) часть измерительного прибора.

След λ представляет собой позиционный код измеряемой величины и явно присутствует при таких измерениях, когда предполагается наличие наблюдателя. Поэтому часто λ принимается в качестве окончательного результата измерения. Таким образом, начальная часть цепочки $l \to \lambda$ схематически изображает пассивное измерение.

Для преобразования λ к F недостаточно использовать датчик типа описанного выше в преобразовании $q \to F$ (например, потенциометрический датчик). Необходимо еще предварительно преобразовать отрезок длины (или времени) в обобщенную координату — скалярную физическую величину.

Ранее этап преобразования $l \to \lambda$ реализовался человеком-оператором путем последовательного совмещения некоторого считывающего механизма с началом и концом отрезка (так называемый полуавтоматический съем данных). Мы рассматриваем лишь физические системы, поскольку описание действий человека как физической системы затруднительно. Кроме того, в современных автоматических системах реализуется автоматический съем данных, который, как правило, бывает связан с процессом обнаружения. Разность моментов обнаружения пробного зондирующего сигнала, отраженного от начала и конца отрезка, пропорциональна его длине.

Таким образом, пассивное измерение либо прямо сводится к процессу обнаружения (первые три примера пар l — λ, приведенные выше), либо требует применения этапа обнаружения для считывания пассивного результата измерения. Поэтому в качестве модели пассивного измерения принимается в дальнейшем процесс обнаружения.

Опишем кратко термодинамическую модель процесса обнаружения. Всюду в дальнейшем будем исследовать согласованный приемник, когда его постоянная времени τ совпадает с длительностью τ сигнала. В согласованном приемнике $\Delta\nu = 1/\tau$ — эффективная полоса пропускания и одновременно эффективная ширина спектра сигнала. Такой приемник представляет собой колебательную систему с одной степенью свободы, т.е. подобен осциллятору.

Будем всюду предполагать, что этот приемник помещен в термостат с температурой T. Тогда его средняя энергия в равновесии равна T. При появлении на его входе сигнала энергия последнего поглощается приемником и затем диссипируется в термостате. Однако до того как рассеяться, сигнал наводит в приемнике ток и эдс, которые вызывают срабатывание некоторой схемы, выдающей стандартный выходной сигнал, означающий, что обнаружение на данном отрезке времени длительности τ произошло.

Среднеквадратическое значение флуктуации энергии классического осциллятора равно его средней энергии T. Поэтому приемник нельзя рассчитывать на прием сколь угодно малого сигнала, так как он тогда будет непрерывно срабатывать от флуктуации, т.е. от теплового шума. Для уменьшения этих ложных срабатываний (ложных тревог) устанавливается некоторый порог, превышающий (как правило, в несколько раз) значение среднеквадратической флуктуации энергии (а значит, и среднее значение энергии) T. Чем выше порог, тем меньше вероятность ложных тревог $\omega\_$ (или ошибки 1-го рода), но и тем выше требования к энергии сигнала, так как обнаружение состоится при превышении порогового уровня $E_п$ энергией сигнала (на входе приемника) E_c.

Кроме того, за счет флуктуации энергии шума в смеси сигнала с шумом оказывается необходимым не просто превысить пороговое значение $E_п$, но и обеспечить запас энергии. Чем выше этот запас ($E_0/E_n > 1$), тем ниже вероятность ω_+ необнаружения (ошибки второго рода).

Рост энтропии термостата при обнаружении $\Delta S_T = E_c/T$. Выяснение связей между диссипируемой энергией (т.е. энергией сигнала E_c. на входе приемника) и информационными характеристиками процесса обнаружения является основной задачей анализа модели пассивного измерения. Требование к надежности обнаружения (величине, обратной вероятностям ошибок $\omega\_$ или ω_+) оказывается возможным связать с необходимым значением точности определения l и F. Само измерение F происходит на втором этапе и является активным измерением.

Обратим внимание на то, что следует отличать описанный только что процесс пассивного измерения от процесса фиксации (запоминания) результата активного измерения в пассивном виде. Этап пассивного измерения предшествует этапу активного измерения: управляющий сигнал непосредственно следует за измерительным (регистрирующим), а управляющее устройство находится в непосредственном контакте с измерительным.

Если же управляющее устройство удалено от измерительного во времени или в пространстве, то результат измерения требуется либо запомнить, либо передать по линии связи, либо ввести в машину для его обработки. Во всех этих случаях следует преобразовать регистрирующий параметр к виду, удобному для запоминания или счета или энергетически выгодному для передачи. Это означает переход из аналоговой в цифровую форму. Цифровая форма представления числа (позиционный код) по приведенной классификации является пассивной, так как не может быть непосредственно (без преобразования вновь в аналоговый сигнал) использована для управления.

Таким образом, активный сигнал является всегда аналоговым — скалярной физической величиной, а пассивный может быть в виде любого позиционного кода.

Определим относительную точность $1/\sigma_x$ однократного измерения:

$$1/\sigma_x = x \,|\, \sqrt{\overline{\Delta x^2}} = (l - l_0) \,|\, \sqrt{\overline{\Delta l^2}} \,.$$

Эта величина имеет смысл либо как характеристика одной реализации измерения в области, либо при оценке постоянной величины. В последнем случае, говоря о точности величины l, обычно предполагают, что $l_0 = l_{min} = 0$. В первом же случае для характеристики всего процесса измерения в области определим среднюю относительную точность $1/\sigma$ как отношение априорной среднеквадратической погрешности к апостериорной:

$$\frac{1}{\sigma} = \sqrt{\frac{\langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle}{\langle \overline{\Delta x^2} \rangle}} \equiv \sqrt{\frac{Dx}{\langle \overline{\Delta x^2} \rangle}} \,.$$

Часто вводят относительную погрешность $\sqrt{\overline{\Delta \xi^2}}$ через безразмерную переменную:

$$\xi = x / \delta x_m = (l - l_0) / \delta l_m, \qquad \xi_{\max} - \xi_{\min} = \delta \xi = 1 \,,$$

и тогда

$$1/\sigma^2 = D\xi / \langle \overline{\Delta \xi^2} \rangle \equiv D\xi / \sigma_0^2 \,.$$

Введем еще относительный (приведенный) разрешаемый интервал

$$\varepsilon = \Delta \xi_p = \frac{\Delta x_p}{\delta x_m}, \quad P\left(\frac{|x - x'|}{\delta x_m} \geq \frac{\varepsilon}{2} \right) = \omega \geq 0 \,.$$

Будем называть $1/\varepsilon$ разрешающей способностью, $1/\omega$ — надежностью $1/\sigma$, $1/\sigma_0$ — точностью измерения. Остается определить среднее количество информации I (x, x'), характеризующее процесс измерения. Имеем:

$$I(x, x') = H(x) - MH(x / x') \,,$$

где H (x) — начальная энтропия, выражающая неопределенность априорного распределения P (x); $H(x / x')$ — условная энтропия, характеризующая апостериорную неопределенность x при измеренном значении x' (т.е. неопределенность распределения P $(x1x')$, MH (x/x') — усредненное по P (x') значение условной энтропии H (x/x').

Учитывая, что максимальной энтропией на отрезке обладает равномерное распределение, всюду, если не оговорено противное, априорное распределение измеряемой величины будем полагать равномерным. Плотность распределения:

$$p(x) = const = 1 / \delta x_m, \quad x \in X \,.$$

Заметим, что это ограничение несущественно для связи энергетических характеристик со средней точностью $1/\sigma$; при неравномерном распределении изменится лишь связь между σ и σ_0.

Таким образом, при высокой точности $1/\sigma$ измерения количество информации определяется ее логарифмом $(\ln 1/\sigma)$ достаточно точно (было взято отношение дисперсий таких разных распределений, как равномерного и нормального). Что же касается апостериорного распределения, то оно имеет характер распределения Гаусса (также обладающего максимальной энтропией, но при заданной дисперсии). Плотность апостериорного распределения:

$$p\left(\frac{x}{x'}\right) = p(|\, x - x'\,|) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\frac{}{\sigma_0}\exp\left(-\frac{\Delta x^2}{2\sigma_0^2}\right),$$

$$-\infty \le x - x' \le \infty \,.$$

Здесь имеем:

$$Dx = \frac{1}{12}\delta x_m^2,\ \ \sigma_0^2 = \frac{1}{12}\sigma^2 \,.$$

Если при σ_0 <<1 (точные измерения) пренебречь отличием *p (x')* от *p (x),* то получим:

$$I\left(x, x'\right) = \frac{1}{2}\ln\frac{1}{\sigma^2} + \frac{1}{2}\ln\left(\frac{6}{\pi e}\right) = \frac{1}{2}\ln\frac{1}{\sigma^2} - 0{,}17 \approx \ln\frac{1}{\sigma}, \sigma^2 << 1.$$

В рамках такой модели энтропийная эффективность η процесса измерения мала даже при оптимальной (предельно близкой к обратимой) его реализации:

$$\eta \le \eta_{\max} = \frac{\Delta N}{\Delta S_T} = \frac{\sigma}{2}\ln\frac{1}{\sigma} = \frac{1}{2}Ie^{-I} << 1,\ \sigma << 1.$$

При увеличении погрешности (уменьшении полезного эффекта) энтропийная эффективность растет, однако никогда не достигает значения 1, как это следовало бы из оценок Бриллюэна. Верхняя граница η < 1 могла бы быть достигнута лишь при $\sigma^2 >> 1,\ \ I \to 0$ не говоря уже о бессмысленности измерения, увеличивающего (а не уменьшающего) априорную неопределенность измеряемой величины, даже формально значение η = 1 является недостижимым.

Подчеркнем вновь, что энтропийная эффективность η тем ниже, чем выше полезный негэнтропийный эффект, который в случае измерения в точности равен количеству полученной информации. Поэтому η можно в данном случае назвать информационным кпд процесса измерения.

В отличие от информационного механический кпд

$$\eta_{\text{мех}\max} = \frac{U}{U + Q_{z\min}} \approx 1 - 2\sqrt{\frac{T}{2U}},\ U >> T,$$

И тем меньше он отличается от 1, чем больше полезный эффект (переданная энергия *U*).

Для процесса измерения предельные оценки энергетической цены точности e_σ и единицы количества информации e_I равны:

$$e_\sigma = \frac{Q_{z\min}}{(1/\sigma)} = 2T,$$

т.е. при оптимальном замедлении процесса цена точности постоянная.

Однако при необратимой реализации процесса энергетическая цена точности

$$\mathrm{e}_\sigma^{(\text{н})} = \frac{\mathrm{Q}_{\mathrm{z}\min}}{1/\sigma} = \mathrm{T}/2\sigma$$

растет пропорционально точности.

Из предыдущих формул имеем:

$$e_I = \frac{Q_{z\min}}{I} = \frac{2T}{\sigma\ln(1/\sigma)} = 2T\frac{e^I}{I},\ \sigma^2 << 1,$$

$$e_I^{(н)} = \frac{T}{\sigma^2\ln\left(\dfrac{1}{\sigma^2} + 1\right)}\begin{cases}\dfrac{T}{2I}e^{2I}, & \sigma^2 << 1,\\[2ex] T, & \sigma >> 1,\end{cases}$$

т.е. для σ^2 < 1 не только при необратимой, но и при оптимальной реализации процесса цена единицы количества информации I растет экспоненциально (относительно *I*).

Остановимся на причинах того, что термодинамические ограничения не сказываются практически на совершенствовании физических экспериментов.

В физических экспериментах стремятся, как правило, добиться повышения чувствительности, т.е. снижения абсолютной среднеквадратической погрешности $\sqrt{\overline{\Delta l^2}}$ и, соответственно, уменьшения разрешаемого интервала Δl_P. Пределы уменьшения $\sqrt{\overline{\Delta l^2}}$ и Δl_P, конечно, ограничиваются энергией *T,* но энергетическая цена измерения определяется относительной точностью 1/σ. А относительную точность эксперимента, как правило, искусственно уменьшают, прибегая к использованию эталонов, т.е. различного рода компенсационных схем. Сказанное относится к большинству — даже наиболее тонких и точных — экспериментов, начиная с классических опытов Майкельсона и кончая современными экспериментами по использованию эффекта Мёссбауэра и других.

Во всех подобных экспериментах, несмотря на высокую чувствительность, относительная точность 1/σ не превышала $10^{4.}$ При этом, даже согласно худшей оценке, при T/k = 300 К в одном акте измерения необходимо рассеивать лишь 10^{-7} эрг. Если, однако, в обычных экспериментах высокая относительная точность и не очень нужна, то фундаментальные физические постоянные необходимо знать с высокой точностью. Тем не менее все фундаментальные постоянные определены с относительной точностью, не превышающей 10^6–10^7. Один акт измерения с такой точностью требует рассеять ~ 1 эрг, что также меньше реальных технических ограничений.

Термодинамические ограничения приобретают не только принципиальное, но и практическое значение в современных системах управления, т.е. в системах сбора, хранения, передачи и обработки информации. Во-первых, передача информации на большие расстояния и ее получение в радиолокационных системах обнаружения связаны с большими потерями энергии на затухание сигналов. Во-вторых, эти системы характеризуются передачей и обработкой больших массивов информации с высоким быстродействием. В-третьих, современные вычислительные машины оперируют с многоразрядными числами весьма высокой точности.

Непосредственным следствием полученных результатов для активного измерения является высокая энергетическая цена точности скалярного (амплитудного) представления чисел. С другой стороны, такой способ нужен лишь при формировании управляющего воздействия в системе. Поэтому в современных системах передачи, хранения и обработки информации используются различные позиционные (векторные) способы представления чисел, а также методы избыточного кодирования, дополнительно снижающие энергетическую цену информации.

Заключение

Энтропийные модели, появившиеся в начале 70-х годов прошлого столетия, первоначально не вызвали большого энтузиазма среди исследователей, однако бурный всплеск синергетического мышления привел к значительному пониманию значения энтропийных методов при исследовании сложных систем.

References

1. *Gibbs D.V.* Thermodymamics. The statistical mechanics: The selected works. — M.: Science, 1982. — 584 p.
2. *Shennon K.* Works under the theory of the information and cybernetics. — M.; 1963. — 829 p.
3. *Hinchin A.Y.* Concept of entropy of probeability theory // UMN. — 1953. — Vol. 8. — Release 3. — P. 3–20.
4. *Mildton D.* The statistical theory of detection of the signals. In the collection: Reception of signals in the pressure of noise. In the collection. — M.; 1960. — P. 25–567.
5. *Kolmogorov A.N.* The theory transfer of information // News AS The USSR, 1957. — P. 66–99.
6. *Kolmogorov A.N.* Three ways to definition of concept of quantity of the information // Problems of information transfer. — 1965. — Realese 1. — T. 1. — P. 334.
7. *Kagan B.M.* Electronic computers and systems. — M., 1991. — 340 p.
8. *Hartly R.* Transfer of information // Theory of the information and its appendieces. — M.: Physmath general pub., 1959.
9. *S. Hazen A.M.* Introduction of the measure of the information in oxiomatic base of mechanics. — M., 1998 — 312 p.
10. *Portnov V.S., Urov V.M.* Connection of a magnetic susceptibility magnetic ores with thermodynamic parameters and the iron maintenance // Mountain magazine. — Ekaterinburg, 2004. — №. 6. — P. 122–126.
11. *Urov V.M., Eshanov A.N., Portnov V.S.* Mathematic models of electro conductor of firm materials // Information III international conference «Mathematical modeling and information technology in science and education». — Almaty, 2005. — Vol. 1. — P. 234–237.
12. *Kittel C.* Statistical thermodynamics. — M.: Science, 1977. — 336 p.
13. *Poplavskyi R.P.* Thermodynamic of information process. — M.: Science, 1981. — 255 p.