УДК 519.6

М.А.Султанов

Международный казахско-турецкий университет им. Х.А.Ясави, Туркестан
(E-mail: smurat-59@mail.ru)

Об устойчивости двухслойных разностных схем для некорректной задачи Коши

В статье получены условия устойчивости двухслойных разностных схем для некорректной задачи Коши на основе применения разностного варианта метода весовых оценок карлемановского типа. При доказательстве устойчивости разностных схем использовано определение финитной устойчивости, при которой условие устойчивости будет сильнее, чем известное условие в классическом определении устойчивости.

Ключевые слова: пространство, оператор, весовая функция, разностная схема, устойчивость, оценка.

Исследование устойчивости разностных схем для некорректных задач Коши с постоянными коэффициентами впервые рассмотрено Л.А.Чудовым [1] методом преобразования Фурье. Для уравнений с переменными коэффициентами задача построения теории устойчивости была решена А.Л.Бухгеймом [2] на основе введенного им понятия устойчивости разностной схемы на функциях с финитным носителем и развития разностного варианта априорных весовых оценок карлемановского типа.

В настоящей работе на основе работ [2, 3] получены условия устойчивости двухслойных разностных схем для абстрактной некорректной задачи Коши.

Пусть $Z=\{0,\pm1,\pm2,...\}$ — группа целых чисел, $u:Z\to H$ — функция целочисленного аргумента $j\in Z$, принимающая значения в комплексном гильбертовом пространстве H с нормой $\|u\|$ и скалярным произведением $\langle u,v\rangle$; τ — произвольное положительное число. Будем использовать обычные для разностных схем обозначения [4]:

$$u_t=(u_{j+1}-u_j)/\tau,\; u_{\bar t}=(u_j-u_{j-1})/\tau.$$

Определим также операторы сдвига влево и вправо формулами

$$(\check{u})_j=u_{j-1};\quad (\hat{u})_j=u_{j+1}.$$

Рассмотрим абстрактную двухслойную разностную схему с весами

$$(Pu)_j\equiv(u_{j+1}-u_j)/\tau-A(\sigma u_{j+1}+(1-\sigma)u_j)=f_j;\quad u_0=g;\quad j=0,1,...,N-1. \tag{1}$$

Здесь A — линейный ограниченный оператор, действующий в пространстве H и, возможно, зависящий от j; σ — вещественный параметр; g, f_j — заданные элементы пространства H, $\tau N=T$. Используя введенные выше обозначения, запишем разностную схему (1) в компактной форме

$$Pu=u_t-A(\sigma\hat{u}+(1-\sigma)u)=f. \tag{2}$$

Для определения финитной устойчивости введем соответствующие весовые нормы [3]. Пусть $Z_0^N=\{0,1,...,N\}$, $\varphi:Z_0^N\to R$ — вещественная монотонно убывающая весовая функция, т.е. $-\varphi_t>0$. По функции φ и числу построим функцию $\Psi:Z_0^{N-1}\to R$ так, что

$$\Psi_t=s\hat{\Psi}\varphi_t,\;\Psi_0=1. \tag{3}$$

Функция Ψ есть дискретный аналог весовой функции $\exp(s\varphi(t))$. Аналогию с экспоненциальной функцией подчеркивает также следующая лемма [3; 132].

Лемма 1. Функция Ψ удовлетворяет оценкам

$$\exp(-s\tilde{m}j\tau)\le\Psi_j\le\exp(-s\mu j\tau/(1+s\mu\tau))\le1;$$

$$\Psi_{j+1}\le\Psi_j;$$

$$\exp(-s\tilde{m}(j-k)\tau) \le \Psi_j / \Psi_k \le \exp(-s\mu(j-k)\tau / (1+s\mu\tau));$$

где $\tilde{m} = \max\limits_{j=\overline{0,N-1}}(-\varphi_t)_j$; $\mu = \min\limits_{j=\overline{0,N-1}}(-\varphi_t)_j$.

Для функции $u: Z_0^{N-1} \to H$ положим

$$\|u\|_s^2 = \tau \sum_{j=0}^{N-1} \Psi_j^2(s) \|u_j\|^2. \tag{4}$$

Норма (4) есть дискретный аналог нормы $\int\limits_0^T \exp(2s\varphi(t))\|u(t)\|^2\,dt$. Если обозначить через $l_2(k,N;H)$ гильбертово пространство сеточных функций $u: Z_k^N \to H, Z_k^N = \{k, k+1, ..., N\}$ с нормой $\|u\|^2_{l_2(k,N;H)} = \tau\sum\limits_{j=k}^{N}\|u_j\|^2$, то согласно определению (4) $\|u\|_0 = \|u\|_{l_2(0,N-1;H)}$.

Обозначим через $C_0(Z_0^N)$ множество функций $u: Z_0^N \to H$ таких, что $u_0 = u_N$. Линейное пространство $C_0(Z_0^N)$ есть дискретный аналог множества $C_0(0,T)$ непрерывных финитных на интервале $[0,T]$ функций $u(t): u(0) = u(T) = 0$.

Определение 1 [3; 133]. Разностная схема P вида (2) называется финитно-устойчивой, если существуют не зависящие от $\tau\|A\|$ числа s_0, M такие, что для всех $s \ge s_0, u \in C_0(Z_0^N)$ имеет место оценка

$$s\|u\|_s^2 \le M\,\|Pu\|_s^2.$$

Для получения оценки устойчивости на всей сетке Z_0^N нужно учесть вклад внеинтегральных членов, возникающих при использовании формулы суммирования по частям, и, следовательно, нам следует работать не с финитными функциями $C_0(Z_0^N)$, а с произвольными $u: Z_0^N \to H$. Введем для краткости следующее обозначение:

$$\|u\|^2_{s(k,N)} = \tau\sum_{j=k}^{N}\Psi_j^2(s)\|u_j\|^2,\ k \ge 0.$$

Рассмотрим разностную схему

$$Pu = u_t - (A+iB)u = f,\ i^2 = -1, \tag{5}$$
$$u_0 = g,$$

здесь A, B — независящие от j самосопряженные, коммутирующие, положительные операторы, т.е. $A^* = A,\ B^* = B,\ [A,B] = 0,\ A, B \ge 0$. Для получения оценки устойчивости будем оценить $\|Pu\|_s^2$ снизу. Имеем

$$\|Pu\|_s^2 = \tau\sum_{j=0}^{N-1}\|u_t - (A+iB)u\|^2\,\Psi_j^2(s).$$

Положим $\Psi u = v$. Согласно формуле разностного дифференцирования произведения $u_t = (\Psi^{-1}v)_t = (\Psi^{-1})_t\cdot\hat{v} + \Psi^{-1}\cdot v_t$. Из (3) следует, что $(1/\Psi)_t = (-s\varphi_{tj})/\Psi_j$, поэтому $u_t = (v_t - s\varphi_t\hat{v})/\Psi$. Тогда имеем

$$\|Pu\|_s^2 = \tau\sum_{j=0}^{N-1}\left\|v_t - s\varphi_t\hat{v} - (A+iB)v\right\|^2 = \tau\sum_{j=0}^{N-1}\left\{\|v_t - iBv\|^2 + \left\|Av + s\varphi_t\hat{v}\right\| - 2\operatorname{Re}\langle v_t - iBv,\ Av + s\varphi_t\hat{v}\rangle\right\} =$$

$$= \tau\sum_{j=0}^{N-1}\left\{\|v_t - iBv\|^2 + \left\|Av + s\varphi_t\hat{v}\right\|^2 - 2\operatorname{Re}\langle v_t, Av\rangle - 2\operatorname{Re}\langle v_t, s\varphi_t\hat{v}\rangle + 2\operatorname{Re}\langle iBv, Av\rangle + 2\operatorname{Re}\langle iBv, s\varphi_t\hat{v}\rangle\right. \equiv \sum_{k=1}^{6} I_k. \tag{6}$$

Здесь через I_k обозначена сумма $\tau\sum\limits_{j=0}^{N-1}$, соответствующая k-му слагаемому в фигурных скобках выражения (6). Для числовых функций дискретного аргумента введем следующие обозначения:

$$[x,y] \equiv \tau\sum_{j=0}^{N-1}x_j y_j; \quad (x,y) \equiv \tau\sum_{j=1}^{N-1}x_j y_j.$$

В силу этих обозначений из (6) получим

$$I_1 = \left[1, \|v_t - iBv\|^2\right) \geq 0,\ I_2 = \left[1, \left\|Av + s\varphi_t \hat{v}\right\|^2\right) \geq 0,\ I_3 = -\left[1, 2\operatorname{Re}\langle v_t, Av\rangle\right); \tag{7}$$

$$I_4 = -\left[s\varphi_t, 2\operatorname{Re}\langle v_t, \hat{v}\rangle\right),\ I_5 = \left[1, 2\operatorname{Re}\langle iBv, Av\rangle\right),\ I_6 = \left[s\varphi_t, 2\operatorname{Re}\langle iBv, \hat{v}\rangle\right).$$

Для функций дискретного аргумента $v, w : Z \to H$ формула разностного дифференцирования скалярного произведения имеет вид $\partial\langle v, w\rangle = \langle v_t, \hat{w}\rangle + \langle v, w_t\rangle$. В частности, при $w = v$

$$\partial\|v\|^2 = \langle v_t, \hat{v}\rangle + \langle v - \hat{v},\ v_t\rangle + \langle \hat{v}, v_t\rangle = -\tau\|v_t\|^2 + 2\operatorname{Re}\langle v_t, \hat{v}\rangle,$$

отсюда $2\operatorname{Re}\langle v_t, \hat{v}\rangle = \partial\|v\|^2 + \tau\|v_t\|^2$. Тогда для I_4 имеем

$$I_4 = -\left[s\varphi_t, 2\operatorname{Re}\langle v_t, \hat{v}\rangle\right) = -\left[s\varphi_t, \partial\|v\|^2\right) - s\tau\left[\varphi_t, \|v_t\|^2\right).$$

Согласно формуле суммирования по частям

$$[x, \partial y) = -(\bar{\partial}x, y) + (x_{N-1}y_N - x_0 y_0). \tag{8}$$

Следовательно,

$$I_4 = \left(s\varphi_{t\bar{t}}, \|v\|^2\right) - \left[s\tau\varphi_t, \|v_t\|^2\right) - s\left(\varphi_{tN-1}\|v_N\|^2 - \varphi_{t0}\|v_0\|^2\right).$$

Предположим, что $\tilde{\mu} \geq -\varphi_t \geq \mu > 0$. С учетом этого неравенства

$$I_4 \geq \left(s\varphi_{t\bar{t}}, \|v\|^2\right) - \left[s\tau\varphi_t, \|v_t\|^2\right) + s\mu\|v_N\|^2 - s\tilde{\mu}\|v_0\|^2. \tag{9}$$

Преобразуем $2\operatorname{Re}\langle iBv, \hat{v}\rangle$. $2\operatorname{Re}\langle iBv, \hat{v}\rangle = 2\operatorname{Re}\langle iBv, v + \tau v_t\rangle = 2\operatorname{Re}\langle iBv, v\rangle + \tau\cdot 2\operatorname{Re}\langle iBv,\ v_t\rangle$. В силу самосопряженности B будет $\operatorname{Re}\langle iBv, v\rangle = 0$ для всех $v \in H$, поэтому $2\operatorname{Re}\langle iBv, \hat{v}\rangle = \tau\cdot 2\operatorname{Re}\langle iBv, v_t\rangle$. Отсюда получим

$$\left|2\operatorname{Re}\langle iBv, \hat{v}\rangle\right| = \tau\left|2\operatorname{Re}\langle iBv, v_t\rangle\right| \leq \tau\left\{\alpha\|B\|^2\|v\|^2 + \alpha^{-1}\|v_t\|^2\right\}.$$

Здесь мы воспользовались очевидным неравенством $2ab \leq \alpha a^2 + \alpha^{-1}b^2,\ \alpha > 0$. Так как $I_6 = s\left[\varphi_t, 2\operatorname{Re}\langle iBv, \hat{v}\rangle\right)$, , то получим следующее неравенство:

$$|I_6| \leq \tau s\left[|\varphi_t|, \alpha\|B\|^2\|v\|^2\right) + \tau s\left[|\varphi_t|, \alpha^{-1}\|v_t\|^2\right).$$

Отсюда, записывая $|\varphi_t|$ в виде $|\varphi_t| = -\varphi_t\ (-\varphi_t > 0)$, имеем

$$I_6 \geq \tau s\left\{\left[1, \varphi_t\alpha\|B\|^2\|v\|^2\right) + \left[1,\ \varphi_t\alpha^{-1}\|v_t\|^2\right)\right\} = \tau^2 s\,\varphi_{t0}\alpha\|B\|^2\|v_0\|^2 + \tau s\left(1,\ \varphi_t\alpha\|B\|^2\|v\|^2\right) +$$
$$+\tau s\left[1, \varphi_t\alpha^{-1}\|v_t\|^2\right) \geq -\tau^2 s\tilde{\mu}\alpha\|B\|^2\|v_0\|^2 + \tau s\left\{\left(1, \varphi_t\alpha\|B\|^2\|v\|^2\right) + \left[1, \varphi_t\alpha^{-1}\|v_t\|^2\right)\right\}. \tag{10}$$

Так как $2\operatorname{Re}\langle v_t, Av\rangle = \partial\langle v, Av\rangle - \tau\langle v_t, Av_t\rangle$, используя формулу (8), получаем

$$I_3 = -\left[1, \partial\langle v, Av\rangle\right) + \left[1, \langle v_t, \tau Av_t\rangle\right) = \left[1, \langle v_t, \tau Av_t\rangle\right) - \langle v_N, Av_N\rangle + \langle v_0, Av\ \rangle \geq -\langle v_N, Av_N\rangle. \tag{11}$$

Здесь мы учли то, что $A^* = A, A \geq 0$. Так как $2\operatorname{Re}\langle iBv, Av\rangle = \langle iBv, Av\rangle + \langle Av, iBv\ \rangle = \langle iABv, v\ \rangle -$ $\langle iBAv, v\rangle = \langle i[A, B]v, v\rangle = 0$ в силу коммутируемости операторов A, B, то

$$I_5 = \left[1, 2\operatorname{Re}\langle iBv, Av\rangle\right) = 0. \tag{12}$$

Из полученных оценок вытекает

Лемма 1. Пусть $Pu = u_t - (A + iB)u$, где $A^* = A \geq 0,\ B^* = B \geq 0,\ [A, B] = 0$. Тогда, в силу (7), (9)–(12) для всех $u : Z_0^N \to H$ имеет представление

$$\|Pu\|_s^2 = \sum_{k=1}^{6} I_k;$$

$$I_1 = \left[1, \|v_t - iBv\|^2\right) \ge 0,\ I_2 = \left[1, \left\|Av + s\varphi_t \hat{v}\right\|^2\right) \ge 0,\ I_3 \ge -\langle v_N, Av_N\rangle,\ I_5 = 0;$$

$$I_4 \ge \left(s\varphi_{t\bar t}, \|v\|^2\right) - \left[s\tau\varphi_t, \|v_t\|^2\right) + s\mu\|v_N\|^2 - s\tilde\mu\|v_0\|^2;$$

$$I_6 \ge \tau s\left\{\left(1, \varphi_t\alpha\|B\|^2\|v\|^2\right) + \left[1, \varphi_t\alpha^{-1}\|v_t\|^2\right)\right\} - \tau^2 s\tilde\mu\alpha\|B\|^2\|v_0\|^2.$$

Из этой леммы вытекает следующая

Теорема 1. Пусть в условиях леммы 1 для всех $s \ge s_0$ и некоторого $\delta > 0$ выполнены условия

$$M_1 \equiv \left\{s\varphi_{t\bar t} + \tau s\varphi_t\alpha\|B\|^2\right\}E \ge s\delta E; \tag{13}$$

$$M_0 \equiv -s\tau\varphi_t(1-\alpha^{-1})E \ge 0,\ \alpha > 0. \tag{14}$$

Тогда для всех $u: Z_0^N \to H$, $s \ge s_0$ для разностной схемы (5) имеет место оценка устойчивости

$$s\|u\|^2_{s(1,N)} \le \mu_2^{-1}\left\{\|Pu\|_s^2 + s\mu_0\|u_0\|^2 + \Psi_N^2\langle u_N, Au_N\rangle\right\}. \tag{15}$$

Здесь μ_0, μ_2 — некоторые положительные константы.

Доказательство. Отбрасывая величины $I_1, I_2 \ge 0$ и собирая отдельно члены, содержащие v и v_t, из леммы 1 находим

$$\|Pu\|_s^2 \ge \left(1, \langle M_1 v, v\rangle\right) + \left[1, \langle M_0 v_t, v_t\rangle\right) - s\tilde\mu(1+\tau^2\alpha\|B\|^2)\|v_0\|^2 - \langle v_N, Av_N\rangle + s\mu\|v_N\|^2.$$

Отсюда, с учетом условий (13), (14) и учитывая, что $v = \Psi u$, $\Psi_0 = 1$, получаем

$$\delta\cdot s\|u\|^2_{s(1,N-1)} + s\mu\Psi_N^2\|u_N\|^2 \le \|Pu\|_s^2 + s\tilde\mu(1+\tau^2\alpha\|B\|^2)\|u_0\|^2 + \Psi_N^2\langle u_N, Au_N\rangle. \tag{16}$$

При $0 < \tau \le \tau_0$ и $\mu_2 = \min(\delta, \mu/\tau_0)$ справедлива оценка

$$s\cdot\delta\|u\|^2_{s(1,N-1)} + s\mu\Psi_N^2\|u_N\|^2 \ge s\mu_2\|u\|^2_{s(1,N)}.$$

Учитывая эту оценку и полагая, что $\mu_0 = \tilde\mu(1+\tau_0^2\alpha\|B\|^2)$, после деления на μ_2 неравенсто (15), получаем оценку (15). Теорема доказана.

Теорема 2. Пусть $\varphi_{t\bar t} \ge 1$, $-\varphi_t \ge 1$ и выполнено условие

$$\tau\|B\|^2 \le c,\ c > 0. \tag{17}$$

Тогда существует число $c_1 = c_1(\alpha, c)$ такое, что при

$$\varphi_{t\bar t} + c_1\varphi_t \ge 1 \tag{18}$$

для разностной схемы (5) имеет место оценка (14).

Доказательство. Выбрав достаточно большими числа s и α, получаем неотрицательность оператора M_0. Аналогично из условий (17), (18) имеем

$$\langle M_1 v, v\rangle = s\varphi_{t\bar t}\|v\|^2 + \tau s\varphi_t\alpha\|B\|^2\|v\|^2 \ge s\varphi_{t\bar t}\|v\|^2 + s\varphi_t\alpha c\|v\|^2 = s(\varphi_{t\bar t} + c_1\varphi_t)\|v\|^2 \ge s\varepsilon\|v\|^2.$$

при достаточно большом $c_1 (c_1 = \alpha c)$ и малом ε. Ссылка на теорему 1 эавершает доказательство теоремы 2.

Рассмотрим теперь разностную схему

$$Pu = u_t + (A + iB)u = f,\ i^2 = -1; \tag{19}$$

$$u_0 = g.$$

Как и выше, несложно доказать следующую лемму.

Лемма 2. Пусть $Pu = u_t + (A+iB)u$, где $A^* = A \ge 0$, $B^* = B \ge 0$, $[A, B] = 0$. Тогда для всех $u: Z_0^N \to H$ имеет представление

$$\|Pu\|_s^2 = \sum_{k=1}^{6}\tilde I_k;$$

$$\tilde I_1 = \left[1, \|v_t + iBv\|^2\right) \ge 0,\ \tilde I_2 = \left[1, \left\|Av - s\varphi_t\hat{v}\right\|^2\right) \ge 0,\ \tilde I_3 \ge -\left[1, \langle v_t, \tau Av_t\rangle\right) - \langle v_0, Av_0\rangle,\ \tilde I_5 = 0;$$

$$\tilde{I}_4 \ge \left(s\varphi_{t\bar{t}}, \|v\|^2\right) - \left[s\tau\varphi_t, \|v_t\|^2\right) - s\tilde{\mu}\|v_0\|^2 + s\mu\|v_N\|^2;$$

$$\tilde{I}_6 \ge \tau s\left\{\left(1, \varphi_t\alpha\|B\|^2\|v\|^2\right) + \left[1, \varphi_t\alpha^{-1}\|v_t\|^2\right)\right\} - \tau^2 s\tilde{\mu}\alpha\|B\|^2\|v_0\|^2.$$

Из этой леммы вытекают следующие теоремы.

Теорема 3. Пусть в условиях леммы 2 для всех $s \ge s_0$ и некоторого $\delta > 0$ выполнены условия

$$\tilde{M}_1 \equiv \left\{s\varphi_{t\bar{t}} + \tau s\varphi_t\alpha\|B\|^2\right\}E \ge s\delta E;$$

$$\tilde{M}_0 \equiv -s\tau\varphi_t(1-\alpha^{-1})E - \tau A \ge 0, \ \alpha > 0.$$

Тогда для всех $u: Z_0^N \to H$, $s \ge s_0$ для разностной схемы (18) имеет место оценка устойчивости

$$s\|u\|^2_{s(1,N)} \le \mu_2^{-1}\left\{\|Pu\|_s^2 + s\mu_0\|u_0\|^2 + \langle u_0, Au_0\rangle\right\}. \qquad (20)$$

Теорема 4. Пусть для некоторых $m, c > 0$ выполнено условие

$$\tau A \le mE, \quad \tau\|B\|^2 \le c.$$

Тогда существует число $c_1 = c_1(\alpha, m, c)$ такое, что при условии $\varphi_{t\bar{t}} + c_1\varphi_t \ge 1$ для разностной схемы (19) имеет место оценка устойчивости (20).

Теоремы 3, 4 доказываются совершенно аналогично теоремам 1,2.

Список литературы

1 *Чудов Л.А.* Разностные схемы и некорректные задачи для уравнений с частными производными // Вычислительные методы и программирование. — Т. 8. — М., 1967. — С. 34–62.

2 *Бухгейм А.Л.* Разностные методы решения некорректных задач. — Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1986. — 148 с.

3 *Бухгейм А.Л.* Введение в теорию обратных задач. — Новосибирск: Наука, Сиб. отд., 1988. — 130 с.

4 *Самарский А.А.* Теория разностных схем. — М.: Наука, 1983. — 616 с.

М.А.Сұлтанов

Қисынсыз Коши есебі үшін қосқабатты айырымдық схемалардың орнықтылығы

Мақалада қисынсыз Коши есебі үшін қосқабатты айырымдық схемалардың орнықтылық шарттары карлеман типті зілдемелі бағалаулар әдісінің айырымдық нұсқасын қолдану негізінде алынған. Айырымдық схемалардың орнықтылығын зерттеуде финиттік орнықтылық анықтамасы пайдаланылды, онда орнықтылық шарты орнықтылықтың классикалық анықтамасындағы белгілі шарттан күштірек болады.

M.A.Sultanov

On the stability of two-layer difference schemes for ill-posed the Cauchy problem

In the paper received conditions for the stability of two-layer difference schemes for ill-posed the Cauchy problem by applying difference variant of the method of weighted estimates of Carleman type. In the proof of the stability of difference schemes used definition finite stability, in which the stability condition is stronger than the well-known condition in the classical definition of stability.

References

1 Chudov L.A. *Computational methods and programming,* Moscow, 1967, 8, p. 34–62.

2 Bukhgeim A.L. *Difference methods for solving ill-posed problems*, Novosibirsk: Computing Center of the Siberian Branch of the USSR Academy of Sciences, 1986, 148 p.

3 Bukhgeim A.L. *Introduction to Inverse Problems*, Novosibirsk: Nauka, Sib. Branch, 1988, 130 p.
4 Samarskiy A.A. *The theory of difference schemes*, Moscow: Nauka, 1983, 616 p.

ӘОЖ 004.588

М.А.Сұлтанов, Э.С.Сағынбекова, А.М.Марасулов

Қ.А.Ясауи атындағы Халықаралық қазақ-түрік университеті, Түркістан (E-mail: smurat-59@mail.ru)

Алгоритмдеу процесін оқытуды қолдаушы электрондық орталарды құру технологиялары

Мақалада бағдарламалау курсы бойынша алгоритмдеу процесін оқытуды қолдаушы электрондық орталарды құру мәселелері қарастырылған. Алгоритмдеу процесін басқаруға көп кезеңді модель және оқыту алгоритмдері негізінде автоматтандырылған оқыту жүйесінің құрылымдық схемасы ұсынылған.

Кілт сөздер: алгоритм, модель, декларатив білім, процедуралық білім, оқыту процесі, оқытуды қолдаушы орта.

Адам іс-әрекетінің барлық салаларында ақпараттық технологиялардың кең қолданылуы және атқарылатын жұмыстардың интеллектуал сипат алу үрдісі жоғары білікті кәсіби мамандарға деген сұраныстың артуына алып келді. Сондықтан жаңа ақпараттық технологияларды білім беру процесіне интеграциялау жалпы оқытудан жекелеп оқыту, адаптивтік оқыту әдістерінің дамуы және қашықтықтан білім алу үшін маңызы үлкен.

Білім беру бағытындағы қазіргі заманғы автоматтандырылған жүйелерді енгізу мақсаттарының бірі — қолжетімділік пен білім алушыларды кәсіби дайындаудың сапасы. Бірақ көптеген зерттеулер нәтижелері мен нақты көрсеткіштер бұл бағытта қол жеткізген жетістіктердің шамалы екендігін көрсетеді. Осы айтылғандар негізінен жаратылыстану және инженерлік бағытындағы білім беруге қатысты болып, мұнда оқыту процесінде есептерді шешу бойынша практикалық дәрістер мен лабораториялық жұмыстарды орындаудың маңызы аса зор. Жаратылыстану және инженерлік бағытындағы білім беруді ақпараттандыру мәселелерін шешудің негізгі бағыттарының бірі білім беруші үйретуші бағдарламаларды құру болып, олар кең ауқымдағы оқу жаттығу есептерін қамтумен қатар, бірінші кезекте кәсіби дағдыларды меңгеруге мүмкіндік беретін практикум есептерін автоматтандыруға бағытталған болуы қажет [1–3]. Білім беруші үйретуші бағдарламалардың дидактикалық тиімділігін арттыру үшін сараптамалық жүйелер технологиясы жиі қолданылуда.

Бүгінгі күнде Learning Space, WebCT, BlackBoard, MOODLE және т.б. қуатты ақпараттық-білім орталары құрылған. Олар пәндердің әдістемелік кешенін қолдауды қамтамасыз ететін болып, білімдердің декларатив білімдер деп аталатын бөлігін құрайды және мәтінге, суретке, бейнероликтерге және т.б. түрлендірілуі мүмкін, бірақ білімдердің процедуралық бөлігін құрайтын — дағдылар мен біліктердің қалыптасуын қамтамасыз ете алмайды. Білімдердің процедуралық бөлігін оқытып-үйрететін өзінің бағдарламалары да бар, бірақ олар белгілі бір тұтас сипатқа ие емес және бірыңғай оқу-әдістемелік кешенге біріктірілмеген. Көпшілік жағдайда бұл бағдарламалар дербес мәселелерді шешеді және олар білімдерді бейнелеу, дағдылар мен біліктіліктерді қалыптастыру, сондай-ақ алынған декларативтік және процедуралық білімдерді тексеруді өз ішіне алатын білім берудің толық траекториясын қолдауды қамтамасыз ете алмайды.

Есептерді шешпестен меңгеруге болмайтын пәндердің бірі — бұл бағдарламалау. Бағдарламалауға оқытып-үйретудің түрлі әдістемелері бар. Дербес компьютерлердің пайда болуымен бағдарламалауға оқытуда басымдық кодтауға берілгеніне қарамастан, XX ғасырдың 60–80-жылдары арасында бағдарламалау курсының негізі алгоритмдеу болды. Алайда осыған қарамастан, бағдарламашының болашақ кәсіби біліктілігін дәл осы «Алгоритмдеу» бөлімі анықтайды. Бұл бөлім бастаушы бағдарламашылар үшін де, оқытушылар үшін де қиындық деңгейі жоғары болып саналады.

Білім алушылар деңгейлерінің түрлі болуы да мәселені қиындата түседі. Бағдарламалауға оқытуда алгоритмдік ойлауға дағдыландыру қажет, ал оны жүзеге асыру әрбір студентке жеке