производных локальных координатах. Локальные координаты можно выбирать по своему усмотрению, и тогда найденное в выбранных координатах решение должно иметь возможность быть записано в других произвольных локальных координатах.

Благодарности: Данное исследование финансировалось Комитетом науки Министерства науки и высшего образования Республики Казахстан (гранты № AP19175972 и № AP19678089).

Список литературы

[1] Pham, F. "Introduction to the topological study of Landau singularities", M.: Mir, (1970).

[2] Pokorny Yu.V., Penkin O.M., Borovskikh A.V., Pryadiev V.L., Lazarev K.P., Shabrov S.A. "Differential equations on geometric graphs", M.: Fizmatlit, (2005).

[3] Dairbekov, N.S., Penkin, O.M., Sarybekova, L.O. "An analog of the Sobolev inequality on a stratified set", St. Petersburg Math. J.30:5, (2019).

[4] Kanguzhin, B.E., Dosmagulova, K.A., Akanbay, E. "On the Laplace-Beltrami operator in stratified sets composed of punctured circles and segments", Journal of Mathematics, Mechanics and Computer Science, 125 (1),(2025).

РАЗРЕШИМОСТЬ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ С ОБЩИМИ УСЛОВИЯМИ ДЛЯ ТРИГАРМОНИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ В ШАРЕ

Кошанов Б.Д.[1], Сматова Г.Д.[2], Шыныбаева Н.М.[3]

[1,2]Институт математики и математического моделирования, Алматы, Казахстан
[1]E-mail: koshanov@math.kz
[2]E-mail: shynybayeva001@mail.ru
[3]Сатпаев университет, Алматы, Казахстан
[3]E-mail: smatova1977@mail.ru

Одним из эффективных методов представления решений краевых задач для эллиптических уравнений является метод, основанный на построении функции Грина задачи. Много работ посвящено построению функции Грина в явном виде для различных классических краевых задач. Явный вид функции Грина задачи Дирихле для полигармонического уравнения в единичном шаре построен различными способами в работах [1-6]. В [7,8] исследованы разрешимость и построены функции Грина для нескольких локальных и нелокальных краевых задач с инволюцией для бигармонического уравнения. Условия разрешимости некоторых вариантов краевых задач для бигармонического уравнения в шаре получены также в [9]. В [10] найдены решения задач Дирихле и Неймана для однородного полигармонического уравнения без использования функции Грина. В [11] приведены функции Грина задач Навье [12] и Рикье-Неймана для бигармонического уравнения в шаре, а в [13] построены функции Грина таких задач для полигармонического уравнения. В [14,15] найдены условии разрешимости некоторых краевых задач для полигармонического уравнения и приведены примеры для бигармонического и тригармонического уравнения. В [16,17] исследованы фредгольмова разрешимость и вычислены формулы индекса обобщенной задачи Неймана для эллиптических уравнений высокого порядка, содержащей степени нормальных производных в граничных условиях.

В данной работе исследуется следующая краевая задача с общими условиями для тригармонического уравнения в единичном шаре $S = \{x \in \mathbb{R}^n : |x| < 1\}$

$$\Delta^3 u(x) = 0, \quad x \in S, \tag{1}$$

$$\begin{cases} a_{00}u + a_{01}\frac{\partial}{\partial\nu}u + a_{02}\Delta u + a_{03}\frac{\partial}{\partial\nu}\Delta u + a_{04}\Delta^2 u = \varphi_1(x),\ x \in \partial S, \\ a_{11}\frac{\partial}{\partial\nu}u + a_{12}\Delta u + a_{13}\frac{\partial}{\partial\nu}\Delta u + a_{14}\Delta^2 u + a_{15}\frac{\partial}{\partial\nu}\Delta^2 u = \varphi_2(x),\ x \in \partial S, \\ a_{21}\frac{\partial}{\partial\nu}u + a_{22}\Delta u + a_{23}\frac{\partial}{\partial\nu}\Delta u + a_{24}\Delta^2 u + a_{25}\frac{\partial}{\partial\nu}\Delta^2 u = \varphi_3(x),\ x \in \partial S, \end{cases} \tag{2}$$

где $\frac{\partial}{\partial\nu}$– внешняя нормальная производная к ∂S, a_{ij}, $(i = 0,\ j = \overline{0,4},\ i = 1,2,\ j = \overline{1,5})$– некоторые постоянные.

Эта задача обобщает задачу Дирихле ($a_{00} \neq 0,\ a_{11} \neq 0,\ a_{22} \neq 0,\ a_{ij} = 0$ для остальных $i,\ j$), задачу Рикье ($a_{00} \neq 0,\ a_{12} \neq 0,\ a_{23} \neq 0,\ a_{ij} = 0$ для остальных $i,\ j$), но не обобщает задачу Неймана.

Теорема 1. *a) Решение задачи (1)-(2) из класса $C^6(S) \cap C^5(\overline{S})$ при произвольных функциях $\varphi_1(x) \in C^5(\partial S), \varphi_2(x) \in C^4(\partial S), \varphi_3(x) \in C^4(\partial S)$ существует и единственно тогда и только тогда, когда полином*

$$\det P(\lambda) =$$

$$\begin{vmatrix} a_{00} + \lambda a_{01} & 2[a_{01} + 2(2\lambda + n)(a_{02} + \lambda a_{03})] & 8[a_{02} + a_{03} + (2 + 2\lambda + n)(2\lambda + n)a_{04}] \\ \lambda a_{11} & 2[a_{11} + 2(2\lambda + n)(a_{12} + \lambda a_{13})] & a^*_{12} \\ \lambda a_{21} & 2[a_{21} + 2(2\lambda + n)(a_{22} + \lambda a_{23})] & a^*_{22} \end{vmatrix}, \tag{3}$$

$$a^*_{i2} = 8\left[a_{i2} + a_{i3} + (2 + 2\lambda + n)(2\lambda + n)(a_{i4} + \lambda a_{i5})\right],\ i = 1,2,$$

не имеет целочисленных корней в $\mathbb{N}_0 = \mathbb{N} \cup \{0\}$.
b) Если $P(m) = 0$, то однородная задача (1)-(2) имеет решение

$$u(x) = \left[C_1 - C_2 + (C_2 - C_3)\,|x|^2 + (C_3 - C_2)\,|x|^4\right] H_m(x), \tag{4}$$

где $H_m(x)$–однородный гармонический полином степени m [17], а константы C_1, C_2, C_3 находятся из системы уравнений

$$P(m)\overrightarrow{C} = 0.$$

Работа выполнена при поддержке гранта BR20281002 Министерства науки и высшего образования Республики Казахстан.

Список литературы

[1] Boggio T. Sulle funzioni di Green d'ordine m //Palermo Rend. 1905. V. 20. P. 97–135.

[2] Begerh H., Vu TN.H., Zhang Z.X. Polyharmonic Dirichlet Problems //Proceedings of the Steklov Institute of Math. 2006. V. 255. P. 13–34.

[3] Sadybekov M.A., Torebek B.T., Turmetov B.Kh., *Representation of Green's function of the Neumann problem for a multi-dimensional ball.* Comp. Var. and Ell. Eq. – 2016. – 61:1. – 104–123.

[4] Kal'menov T.Sh., Koshanov B.D., Nemchenko M.Y. Green Function Representation in the Dirichlet Problem for Polyharmonic Equations in a Ball //Doklady Mathematics. 2008. V.78(1). P. 528–530.

[5] Koshanov B.D., Kuntuarova A.D. Equivalence of the Fredholm solvability condition for the Neumann problem to the complementarity condition //Journal of Mathematics, Mechanics and Computer Science. 2021. V. 111(3). P. 39–51.

[6] Karachik V.V. Construction of Polynomial Solutions to the Dirichlet Problem for the Polyharmonic Equation in a Ball //Comp. Math. and Math. Physics. 2014. V. 54. P. 1122–1143.

[7] Karachik V. Green's functions of some boundary value problems for the biharmonic equation //Complex Var. and Elliptic Eq. 2022. V. 67. P. 1712–1736.

[8] arachik V., Turmetov B., Yuan H. Four Boundary Value Problems for a Nonlocal Biharmonic Equation in the Unit Ball //Mathematics. 2022. 10. 1158.

[9] Karachik V.V., Torebek B.T. On the Dirichlet-Riquier problem for biharmonic equations //Math. Notes. 2017. V. 102. P. 31–42.

[10] Karachik V.V. Dirichlet and Neumann boundary value problems for the polyharmonic equation in the unit ball //Mathematics. 2021. 9. 1907.

[11] Karachik V.V. Green's Functions of the Navier and Riquier-Neumann Problems for the Biharmonic Equation in the Ball //Differential Eq. 2021. V. 57. P. 654–668.

[12] Sweers G. A survey on boundary conditions for the biharmonic //Complex Var. and Elliptic Eq. 2009. V. 54. P. 79–93.

[13] Karachik V. Riquier-Neumann Problem for the Polyharmonic Equation in a Ball //Mathematics. 2023; 11: 1000.

[14] Кангужин Б.Е., Кошанов Б.Д. Необходимые и достаточные условия разрешимости краевых задач для полигармонического уравнения //Уфимский математический журнал. 2010. Т. 2(2). С. 41–52.

[15] Koshanov B.D. About solvability of boundary value problems for the nonhomogeneous polyharmonic equation in a ball //Journal Advances in Pure and Applied Math. 2013. V. 4(4). P. 351–373.

[16] Soldatov A.P. On the Fredholm property and index of the generalized Neumann problem //Differential eq. 2020. V. 56. P. 212–220.

[17] Koshanov B., Soldatov A. On Fredholm solvability and on the index of the generalized Neumann problem for an elliptic equation //Complex Var. and Elliptic Eq. 2022. V. 67(12). P. 2907–2923.

[18] Соболев С.Л. Введение в теорию кубатурных формул. -М.: Наука, 1974. -809 с.

ГУРСА ЕСЕПТЕРІ ЖӘНЕ ОЛАРДЫ ШЕШУ

Күзенбай Айгерім Жарылқасынқызы[1]

[1]Е.А.Бөкетов атындағы Қарағанды университеті, Қарағанды, Қазақстан
[1]E-mail: aigk3@mail.ru

Математикалық физикада ДТДТ физикалық құбылыстарды модельдеу үшін кеңінен қолданылады. ДТДТ-ге қойылатын есептердің ішінде Коши есебі, Дирихле есебі, Нейман