ПРИМЕНЕНИЕ ГРУППОВОГО АНАЛИЗА ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Исина Н.
Евразийский национальный университет имени Л.Н.Гумилева, г.Астана,
E-mail: isina_nafisa@mail.ru

В теории обыкновенных дифференциальных уравнений существует определенная группа задач, которые в силу ряда причин не разрешаются существующими методами. Это обстоятельство и привело к более детальному изучению элементов нелокальности — преобразований повышения и понижения порядка дифференциального уравнения. Одним из таких методов явился метод RF-пар, название которого происходит от названий используемых нелокальных преобразований rise-повышение и fall-понижение и использует введение в преобразование производных. Этим методом строятся дискретные группы преобразований, инвариантные образующие которых позволяют находить частные решения исследуемого уравнения, неразрешимого в квадратурах. Необходимость создания метода возникла в связи с тем, что, если для любого уравнения порядка k>2: $y^{(k)}=F(x,y,y',\ldots,y^{(k-1)})$ можно алгоритмически находить нелокальные преобразования Бэклунда, то для нахождения их для уравнений второго порядка такого алгоритмического метода нет. К тому же данный метод позволяет без громоздких выкладок исследовать уравнение на уровне точечных преобразований. При этом для заданного класса уравнений вводятся стандартные зависимости от производной, которые мы называем RF-парами, и затем ищется точечное преобразование, переводящее преобразованное уравнение в исходное. Но с другим вектором параметров. Так, например, для обобщенного уравнения Эмдена-Фаулера, применяемого в теплофизике, кристаллографии, удалось найти большое количество новых интегрируемых случаев. С помощью стандартных RF-пар удалось построить дискретную группу преобразований -D_3-группу диэдра и вследствии всех преобразований найти частные интегрируемые случаи уравнения: (m,m,$^3/_2$), (m,-m/□$_+$□,2m+1/□),(m,(-m-3)/2 ,0). Исследования возможностей метода RF-пар показывает универсальность метода, связь его с другими дискретно-групповыми методами, что на самом деле дает широкие возможности для исследования уравнений.

Список использованных источников

1. *Исина Н.К., Зайцев В.Ф.* О нелокальных преобразованиях и инвариантах дискретных групп преобразований. Дифференциальные уравнения.- Тула.ТулПИ,1988.
2. *Зайцев В.Ф., Исина Н.К.* О преобразованиях с повышением порядка. Дифференциальные уравнения. Саранск, 1990.
3. *Исина Н.К.* Обоснование и алгоритмизация метода RF-пар для исследования обыкновенных дифференциальных уравнений. Ленинград.1991.

К ИССЛЕДОВАНИЮ ДРОБНО-НАГРУЖЕННЫХ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Искаков С.А., Космакова М.Т., Хайркулова А.А.
Карагандинский государственный университет им. академика Е. А. Букетова, Караганда
E-mail: isagyndyk@mail.ru

В области $Q=\{(x,t),x>0,t>0\}$; рассмотрим краевую задачу

$$u_t-u_{xx}+\lambda\cdot\left\{{}_0D_x^{1+\beta}u(x,t)\right\}_{x=t}=f(x,t), \qquad (1)$$

$$u(x,0)=0;\ u(0,t)=0. \qquad (2)$$

Подобного рода задачи, в случае когда нагруженное слагаемое есть след производной целого порядка: $\left\{{}_0D_x^1u(x,t)\right\}_{x=t}$, $\left\{{}_0D_x^2u(x,t)\right\}_{x=t}$, были исследованы в работах [1]-[3]. Здесь λ - комплексный параметр, ${}_0D_x^{1+\beta}u(x,t)$ - дробная производная Римана-Лиувилля порядка $(1+\beta)$, $\frac{1}{2}\le\beta<1$, [4].

$$t^{-1/2}e^{-t}\cdot\left[\ {}_0D_x^{1+\beta}u(x,t)\ \right]_{x=t}\in L_1(0,\infty),\ e^{-t}\cdot\left[\ {}_0D_x^{1+\beta}\int_0^t\int_0^\infty G(x,\xi,t-\tau)\cdot f(\xi,\tau)d\xi d\tau\right]\Bigg|_{x=t}\in L_1(0,\infty),\quad (3)$$

$G(x,\xi,t)$ - функция Грина первой краевой задачи для уравнения теплопроводности в четверти плоскости. Решение задачи сводится к исследованию особого интегрального уравнения Вольтерра второго рода с ядром, имеющим сильную особенность.

Для задачи (1)- (2) будет справедлива

Теорема. Краевая задача (1)-(2) при $\frac{1}{2}\le\beta<1,\quad\forall\lambda\in C,\quad \mathrm{Re}\lambda\ge 0$ является нетеровой с индексом 1. Если же $\mathrm{Re}\lambda<0$, то задача (1)-(2) имеет единственное решение в (3).

Список использованных источников

1. *Дженалиев М.Т., Рамазанов М.И.* Нагруженные уравнения – как возмущения дифференциальных уравнений. Алматы: ГЫЛЫМ, 2010. 334с.
2. *Ахманова Д.М., Дженалиев М.Т., Рамазанов М.И.* Об особом интегральном уравнении Вольтерра второго рода со спектральным параметром // Сибирский математический журнал, 2011. Т. 52. № 1. С.3-14.
3. *Нахушев А.М.* Обратные задачи для вырождающихся уравнений и интегральные уравнения Вольтерра третьего рода // Дифференц. уравнения. 1974. Т. 10. № 1. С. 100–111.
4. *Нахушев А.М.* Дробное исчисление и его применение. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. 272 с.

ЕКІНШІ РЕТТІ ЖҮКТЕЛГЕН ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕҢДЕУ ҮШІН ШЕТТІК ЕСЕПТІ ШЕШУДІҢ САНДЫҚ ЖҮЗЕГЕ АСЫРЫЛУЫ

Қадырбаева Ж.М., Момынжанова Қ.Р.

Қазақ мемлекеттік қыздар педагогикалық университеті, Алматы, Қазақстан

E-mail: apelman86pm@mail.ru, kymbat_momynzhanova87@mail.ru

$[0,T]$ аралығында екінші ретті жүктелген дифференциалдық теңдеу үшін төмендегідей шеттік есебі қарастырылады:

$$\frac{d^2z}{dt^2}=a_1(t)\frac{dz}{dt}+a_2(t)z+m_1(t)z(\theta)+m_2(t)\frac{dz(\theta)}{dt}+f(t),\qquad(1)$$

$$b_{11}z(0)+b_{12}\frac{dz(t)}{dt}\Big|_{t=0}+c_{11}z(T)+c_{12}\frac{dz(t)}{dt}\Big|_{t=T}=d_1,\qquad(2)$$

$$b_{21}z(0)+b_{22}\frac{dz(t)}{dt}\Big|_{t=0}+c_{21}z(T)+c_{22}\frac{dz(t)}{dt}\Big|_{t=T}=d_2,\qquad(3)$$

мұндағы $a_1(t),\ a_2(t),\ m_1(t),\ m_2(t)$ функциялары және $f(t)$ вектор функциясы $[0,T]$аралығындағы үзіліссіз, $b_{11},\ b_{12}, b_{21},\ b_{22}, c_{11}, c_{12}, c_{21}, c_{22}, d_1, d_2$ – берілген сандар, $0<\theta<T$.

$z^*(t)$ функциясы (1) – (3) шеттік есебінің шешімі деп аталады, егер ол $[0,T]$ аралығында үзіліссіз екінші ретке дейін дифференциалданып, (1) екінші ретті жүктелген дифференциалдық теңдеуін және (2), (3) шеттік шарттарын қанағаттандыратын болса.

Екінші ретті жүктелген дифференциалдық теңдеулер үшін шеттік есептер химия, биология, экология және т.б. салалардағы әралуан процестерді математикалық модельдеу кезінде пайда болады [1, 2]. Осындай шеттік есептерді шешудің және бірмәнді шешілімділігінің әртүрлі терминдердегі шарттары тағайындалған. Жүктелген дифференциалдық теңдеулер және олар үшін шеттік есептер көптеген еңбектерде қарастырылған. [3, 4] еңбектерінде жүктелген дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін екі нүктелі шеттік есептерді шешуге параметрлеу әдісі [5] қолданылған. Параметрлеу әдісінің көмегімен жүктелген дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін екі нүктелі шеттік есептің бірмәнді шешілімділігінің қажетті және жеткілікті шарттары бастапқы берілімдер терминінде тағайындалып, оның шешімін табудың қос параметрлі алгоритмдері ұсынылған.

Ұсынылып отырған жұмыста (1) – (3) есебін шешу үшін де параметрлеу әдісі қолданылады. Алдымен жаңа белгілеулер енгізіп (1) – (3) есебінен жүктелген дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін шеттік есепке көшеміз. Жүктелген дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін шеттік есепті жүктеу нүктесінде қосымша параметр енгізу арқылы параметрлі пара-пар есепке келтіріледі. Параметрлі пара-пар есеп жәй дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін Коши есебінен, шеттік