Келесі

$$\left(\rho\left(x\right)\left(\rho\left(x\right)y'\right)''\right)' - \left(r\left(x\right)y'\right)' = F\left(x\right) \qquad (1)$$

теңдеуін қарастырайық. Мұндағы $x \in \mathbb{R} = (-\infty, \infty)$, $\rho > 0$, үш рет үзіліссіз дифференциалданатын, $r > 0$ үзіліссіз дифференциалданатын функциялар, ал $F\left(x\right) \in L_2\left(\mathbb{R}\right)$.

$C_0^{(4)}\left(\mathbb{R}\right)$ - төрт рет үзіліссіз дифференциалданатын және финитті функциялар жиынында анықталған $L_0 y = \left(\rho\left(\rho y'\right)''\right)' + \left(r y'\right)' + q(x)y$ операторының $L_2\left(\mathbb{R}\right)$ нормасында тұйықталуын L деп белгілейік. $Ly = F$ теңдігін қанағаттандыратын $y \in D\left(l\right)$ элементін (1) теңдеуінің шешімі деп атаймыз.

Үзіліссіз $\rho\left(t\right)$ және $v\left(t\right) \neq 0$ функцияларын алып,

$$\alpha_{\rho,v}\left(x\right) = L20, x1vL2(x,)(x > 0),$$

$$\beta_{\rho,v}\left(t\right) = L2t, 01vL2(-, t)(t < 0),$$

$$\gamma_{\alpha\beta} = \max\left(\sup_{x\geq 0}\alpha_{\alpha x}(x), \sup_{t\geq 0}\beta_{\alpha\beta}(t)\right)$$

Теорема 1. Егер r және ρ функциялары $0 < \delta_1 \leq \rho\left(x\right) \leq C\left|x\right|^N \left(N > 0\right), \gamma_{1,\sqrt{r}} < \infty$ және $\frac{r}{\rho^2} \geq 1$ шарттарын қанағаттандырса, онда әрбір $F \in L_2\left(\mathbb{R}\right)$ үшін (1) теңдеуінің шешімі бар және жалғыз ғана.

(1) нұқсанды дифференциалдық теңдеу болып табылады, оған тербелістердің, тұтқыр серпімді және серпімсіз ағындардың, иілу толқындарының және т.б. теорияларындағы бірқатар математикалық мәселелер алып келеді. Шектелмеген коэффициентті (1) теңдеуінің корректілі шешілуі мәселесі осыған дейін $\rho = 1$ жағдайында зерттелген. Атап айтқанда, r – дәрежелік функция болғанда ол [1] жұмысында қарастырылды. r - дің кең класы үшін (1) - дің корректілік шарты [2] мақаласында берілді. Біз ұсынып отырған баяндама осы жұмыстардың ρ шектелмеген функция жағдайына кеңейтілуі болып табылады.

Әдебиеттер тізімі

[1] Аникеева Л.И. Об индексе дефекта одного дифференциального оператора высшего порядка// Успехи математических наук. –1977. –Т.32, №1(193). –С. 179–180.

[2] Касымов Е.К., Отелбаев М. О существенной самосопряженности одного дифференциального оператора // Известия АН КазССР. Серия физ.-мат. –1979. №1. –С.20-23.

АСИМПТОТИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ РЕШЕНИЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА С ИНВОЛЮЦИЕЙ

Нарбекова Н.М.[1]

[1]Южно-Казахстанский университет имени М.Ауэзова, Шымкент, Казахстан
[1]E-mail: nuraimnarbekova@gmail.com

Рассмотрим дифференциальное уравнение четвертого порядка следующего вида

$$l_\alpha y \equiv y^{IV}(x) + \alpha y^{IV}(-x) + p_2(x)\, y^{II}(x) + p_3(x)\, y^{I}(x) = \rho^4 y(x)\,,\ -1 < x < 1. \quad (1)$$

При этом мы развиваем методы работы [1] (см. также [2]). Из результатов работ [1], [2, 59] известно, что при линейно-независимые решения уравнения (1) можно представить в виде

$$y_{1,2} = e^{\pm\rho x}\left(1 + O\left(\frac{1}{\rho}\right)\right),\ y_{3,4} = e^{\pm i p x}\left(1 + O\left(\frac{1}{\rho}\right)\right),\ \rho = \sqrt[4]{\lambda} \quad (2)$$

Теорема. Если функции $p_2(x)\,, p_3(x)$ непрерывны в интервале $[-1, 1]$ то во всякой области S комплексной ρ плоскости уравнение

$$y^{IV}(x) + \alpha y^{IV}(-x) + p_2(x)\, y^{II}(x) + p_3(x)\, y^{I}(x) - \rho^4 y(x) = 0$$

имеет четыре линейно-независимых решений $y_1, y_2, y_3, y_4,\ \rho \in S_v$ при $|\rho|$ достаточно большом и удовлетворяющих соотношениям

$y_k(x) = \left(e^{\alpha_0\rho\omega_k x} + e^{-\alpha_0\rho\omega_k x}\right)\left[1 + O\left(\frac{1}{\rho}\right)\right],$

$\frac{\partial^v}{\partial x^v} y_k(x) = {\alpha_0}^v \rho^v\left(e^{\alpha_0\rho\omega_k x} + (-1)^v e^{-\alpha_0\rho\omega_k x}\right)\left({\omega_k}^v + O\left(\frac{1}{\rho}\right)\right),\ k = 1, 2; v = \overline{0,3}, \alpha_1 \geq \alpha_0,$

$y_k(x) = \left(e^{\alpha_1\rho\omega_k x} - e^{-\alpha_1\rho\omega_k x}\right)\left[1 + O\left(\frac{1}{\rho}\right)\right],$

$\frac{\partial^v}{\partial x^v} y_k(x) = {\alpha_1}^v \rho^v\left(e^{\alpha_1\rho\omega_k x} - (-1)^v e^{-\alpha_1\rho\omega_k x}\right)\left({\omega_k}^v + O\left(\frac{1}{\rho}\right)\right),\ k = 3, 4;\ v = \overline{0,3},\ \alpha_0 \geq \alpha_1,$

где $\alpha_0 = \sqrt[4]{\frac{1}{1+\alpha}},\ \alpha_1 = \sqrt[4]{\frac{1}{1-\alpha}}$ выполняется для всех секторов.
Линейно независимые решения y_1, y_2, y_3, y_4 можно асимптотически представить в виде:

$$y_1 = \left(e^{\alpha_0\rho x} + e^{-\alpha_0\rho x}\right)\left[1 + O\left(\frac{1}{\rho}\right)\right],$$

$$y_2 = \left(e^{\alpha_0\rho i x} + e^{-\alpha_0\rho i x}\right)\left[1 + O\left(\frac{1}{\rho}\right)\right],$$

$$y_3 = \left(e^{\alpha_1\rho i x} - e^{-\alpha_0\rho i x}\right)\left[1 + O\left(\frac{1}{\rho}\right)\right],$$

$$y_4 = \left(e^{\alpha_1\rho x} - e^{-\alpha_1\rho x}\right)\left[1 + O\left(\frac{1}{\rho}\right)\right].$$

Список литературы

[1] Стоун М. Х., Сравнение рядов Фурье и Биркгофа // Труды Американского математического общества, 1926. 28(4)., с. 695-761.

[2] Наймарк М. А. Линейные дифференциальные операторы // штат Нью-Йорк, США. 1968.