УДК 681.5.042:681.5.07

Построение наблюдателя для объектов с одним входом и одним выходом в классе структурно-устойчивых отображений

Building of the watcher for object with one entry and one output in class structured-firm images

Даутбаева А.О.

Кызылординский государственный университет им. Коркыт Ата

Робасты орнықтылықтың жалпы жүйесін зерттеу құрылымы А.М.Ляпуновтың тура әдісімен динамикалық жүйелердің орнықтылығын сақтай отырып, шектелген өзгеріс параметрлерін көрсетуден тұрады.

In the general statement system research on robasting stability consists in instructions of restrictions on change of parametres of system at which stability remains. A universal method of research of stability of dynamic systems is A.M. Lyapunov's direct method.

В современных условиях основным методом решения задачи параметрического синтеза является определение закона управления, обеспечивающего заданные желаемые значения корней, получившего название задачи модального управления [1, 2].

Однако формирование такого закона требует, чтобы все составляющие вектора состояния x были доступны для измерения, что часто не имеет места, поскольку наблюдается и измеряется только вектор выхода y. Поэтому необходимо располагать устройствами, позволяющими оценивать вектор состояния $x(t)$ по результатам наблюдения векторов $y(t)$ и $u(t)$. Такого рода устройства называются наблюдающими устройствами (или наблюдателями, идентификаторами состояния) [3, 4].

Наблюдающее устройство, реализующее оценку вектора состояния, объекта управления с неопределенными параметрами, назовем робастным. Под робастностью понимают способность сохранять работоспособность системы в условиях неопределенности [5, 6].

Рассмотрим линейную стационарную замкнутую систему управления, описывающуюся следующим уравнением состояния с неопределенными параметрами:

$$\dot{X}(t) = Ax(t) + Bu(t) + f(t);$$
$$y(t) = Cx(t) + v(t),\ x(t_0) = x_0,\ t \ge t_0. \tag{1}$$

Здесь $x(t) \in R^n$ — вектор состояния объекта; $u(t) \in R^m$, $y(t) \in R^l$ — входной и выходной векторы; A, B, C — соответственно матрицы объекта управления и наблюдения.

Объект подвержен действию возмущений $f(t)$ и «шума (погрешности) измерений» $v(t)$. Считается, что при работе системы доступны измерению процессы $u(t)$, $y(t)$, а $x(t)$, $f(t)$, $v(t)$ — недоступны. Рассмотрим задачу получения оценки состояния объекта $\hat{x}(t)$. Процесс $\hat{x}(t)$, полученный с помощью некоторого алгоритма, должен в определенном (например, в асимптотическом) смысле приближаться к процессу $x(t)$ ($\hat{x}(t) \to x(t)$ при $t \to \infty$) независимо от исходного начального состояния объекта x_0 [7, 8].

Пусть матрица объекта управления A размерности $n \times n$ и матрицы b и c — соответственно управления и выхода имеют вид

$$A = \begin{Vmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & -a_{n-2} & & -a_1 \end{Vmatrix}, \qquad b = \begin{Vmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ b_n \end{Vmatrix}, \qquad c = \begin{Vmatrix} c_1 & 0 & \dots & 0 \end{Vmatrix}.$$

Для полностью наблюдаемого стационарного объекта при отсутствии возмущений можно получить асимптотически точную оценку состояния с наблюдающим устройством в форме однопараметрических структурно устойчивых отображений [9].

Наблюдатель состояния можем представить в виде модели объекта управления, на вход которой поступает то же управляющее воздействие, что и на объект управления, и, кроме того, дополнительный сигнал коррекции (обратной связи).

Влияние сигнала невязки придает поведению модели качественно новые свойства (отличные от свойств объекта). Собственные движения модели и объекта оказываются различными, но переменные состояния модели служат оценками состояния объекта. Для стационарных систем наблюдатель описывается уравнением

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + L(y(t) - \hat{y}(t));$$
$$\hat{y}(t) = C\hat{x}(t),\ \hat{x}(t_0) = \hat{x}_0,\ t \ge t_0. \tag{2}$$

Здесь $\hat{x}(t) \in R^n$ – вектор состояния наблюдателя, служащий оценкой состояния объекта; $\hat{y}(t) \in R^l$ – вектор выхода; L – оператор обратной связи по невязке между выходами объекта и наблюдателя.

Синтез наблюдателя заключается в выборе оператора L. Мы будем рассматривать наблюдатель, у которого размерность вектора состояния такая же, как и у объекта (так называемый наблюдатель полного порядка, или наблюдатель Калмана).

Для построения наблюдателя рассмотрим ошибки оценивания $\varepsilon(t) = (x(t) - \hat{x}(t))$. Вычитая из (1) уравнение (2), получаем уравнение для ошибки:

$$\dot{\varepsilon}(t) = A\varepsilon(t) - LC\varepsilon(t) + f(t) - Lv(t);$$
$$\varepsilon(t_0) = \varepsilon_0 = x_0 - \hat{x}_0,\ t \ge t_0. \tag{3}$$

Как видно из этого уравнения, источниками ошибки $\varepsilon(t)$ являются начальное рассогласование $\varepsilon_0 = x_0 - \hat{x}_0$, возмущение и помеха измерений $v(t)$. Динамика переходного процесса ошибки $\varepsilon(t)$ определяется оператором $G(t) = A - L(t)C$.

Необходимо исследовать поведение процесса $\varepsilon(t)$. Динамика переходного процесса в таких системах определяется оператором $G(t) = A - L(t)C$. Если возмущения $f(t)$ и шумы $v(t)$ отсутствуют, то процесс оценивания должен быть асимптотически устойчив и $\varepsilon(t) \to 0$ при $t \to \infty$ для любых начальных значений x_0 и y_0. Оператор $G(t)$ зависит от параметров объекта управления (матриц A и C) и оператора $L(t)$, выбор определяется проектировщиком. Для полностью наблюдаемого объекта выбором оператора $L(t)$ можно обеспечить устойчивость и требуемое быстродействие процесса оценивания. При отсутствии сигнала коррекции $(L = 0)$ динамика процесса оценивания, полностью определяется динамикой объекта. В частности, для неустойчивых и нейтрально-устойчивых объектов асимптотическое оценивание было бы неосуществимо. Оператор $G(t)$, а следовательно и $L(t)$, влияет также на точность процесса оценивания при внешних воздействиях. Это влияние оказывается разным по отношению к возмущениям $f(t)$, с одной стороны, и помехам измерений $v(t)$— с другой. Поэтому при определении $L(t)$ следует учитывать характеристики внешних воздействий и обеспечивать компромисс между требованиями быстродействия и точности системы.

Синтез наблюдателя заключается в выборе оператора L. Выбираем оператор L в форме

$$L(t) = (x_1(t) - \hat{x}_1(t))^2 - k = (\varepsilon_1(t))^2 - k. \tag{4}$$

С учетом (4) система (3) в развернутой форме записывается в виде

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon}_1(t) = \varepsilon_2(t) \\ \dot{\varepsilon}_2(t) = \varepsilon_3(t) \\ \vdots \\ \dot{\varepsilon}_n(t) = -c_1\varepsilon_1^{\,3}(t) + (c_1k - a_n)\varepsilon_1(t) - a_{n-1}\varepsilon_2(t) - \ldots - a_1\varepsilon_n(t). \end{cases} \tag{5}$$

Стационарные (установившиеся) состояния системы определяются решением уравнения

$$\begin{cases} \varepsilon_{2s} = 0,\ \varepsilon_{3s} = 0, \ldots, \varepsilon_{n-1};\ \delta = 0,\ \varepsilon_{ns} = 0; \\ -c_1\varepsilon_{1s}^3 + (c_1k - a_n)\varepsilon_{1s} - a_{n-1}\varepsilon_{2s} -, \ldots, -a_1\varepsilon_{ns} = 0. \end{cases} \tag{6}$$

Из (6) получаем стационарные состояния системы

$$\varepsilon_{1s}^1 = 0,\ \varepsilon_{2s} = 0, \ldots, \varepsilon_{ns} = 0. \tag{7}$$

Другие стационарные состояния системы будут определяться решением уравнения

$$-\varepsilon_{1s}^2-\left(\frac{a_n}{c_1}-k\right)=0,\ \varepsilon_{2s}=0,\ \varepsilon_{3s}=0,\ldots,\varepsilon_{ns}=0\,. \tag{8}$$

При $k-\dfrac{a_n}{c_1}>0$ уравнения (8) допускают следующие установившиеся состояния:

$$\varepsilon_{1s}^2=\sqrt{k-\frac{a_n}{c_1}},\ \varepsilon_{2s}=0,\ \varepsilon_{3s}=0,\ \ldots,\ \varepsilon_{ns}=0; \tag{9}$$

$$\varepsilon_{1s}^3=\sqrt{k-\frac{a_n}{c_1}},\ \varepsilon_{2s}=0,\ \varepsilon_{3s}=0,\ \ldots,\ \varepsilon_{ns}=0. \tag{10}$$

При отрицательном $k-\dfrac{a_n}{c_1}$ (т.е. $k-\dfrac{a_n}{c_1}<0$) уравнения (8) имеют мнимые решения, что не может соответствовать какой-либо физически возможной ситуации.

Решения (9) и (10) сливаются с решением (7) при $k-\dfrac{a_n}{c_1}=0$ и ответвляются от них при $k-\dfrac{a_n}{c_1}>0$, т.е. в точке $k-\dfrac{a_n}{c_1}=0$ происходит бифуркация. Оказывается, что состояния (8) являются глобально асимптотически устойчивыми при $k-\dfrac{a_n}{c_1}<0$ и неустойчивыми при $k-\dfrac{a_n}{c_1}>0$. Состояния (9) и (10) асимптотически устойчивы (но не глобальны). Иными словами, ветви (9) и (10) появляются в результате бифуркации в тот момент, когда установившееся состояние наблюдающего устройства (7) теряет устойчивость, причем сами эти ветви устойчивы [7].

Проверку приведенных высказываний проведем с помощью идей второго метода Ляпунова, т.е. разработаем метод исследования устойчивости данной системы, базирующийся на идее второго метода А.М.Ляпунова [10], который является универсальным методом исследования устойчивости динамической системы. В качестве инструмента исследования, в которых используются некоторые специальные функции, называемые функциями Ляпунова, выступают две теоремы А.М.Ляпунова.

Теоремы Ляпунова имеют простое геометрическое истолкование. Это не только выясняет основное содержание теорем, но и может быть использовано для решения задачи построения функции Ляпунова.

Допустим, что существует положительно-определенная функция $V(\varepsilon_1,\ \varepsilon_2,\ldots,\varepsilon_n)$, для которой $\dfrac{dv}{dt}$, и рассмотрим какую-нибудь интегральную кривую уравнения (5), выходящую в начальный момент времени из какой-нибудь точки окрестности начала координат. Если $\dfrac{dv}{dt}$ есть функция отрицательно-определенная $(\dfrac{dv}{dt}<0)$, то каждая интегральная кривая, выходящая из достаточно малой окрестности начала координат, будет непременно пересекать каждую из поверхностей $V(\varepsilon_1(t),\ldots,\varepsilon_n(t))=C, C=const$ снаружи во внутрь, так как функция $V(\varepsilon_1(t),\varepsilon_2(t),\ldots,\varepsilon_n(t))=C$ должна непрерывно убывать. Но в таком случае интегральные кривые должны неограниченно приближаться к началу координат, т.е. невозмущенное движение устойчиво асимптотически.

Теперь по компонентам вектора градиента можем построить потенциальную функцию, т.е. функцию Ляпунова:

$$V(\varepsilon)=\frac{1}{4}c_1\varepsilon_1^4(t)+\frac{1}{2}(c_1k-a_n)\varepsilon_1^2+\frac{1}{2}(a_{n-1}-1)\varepsilon_2^2(t)+\frac{1}{2}(a_{n-2}-1)\varepsilon_3^2(t)+\ldots+\frac{1}{2}(a_1-1)\varepsilon_n^2(t)\,. \tag{11}$$

Положительная определенность функций Ляпунова будет определяться условиями: при $c_1 > 0$

$$\begin{cases} -\infty < k < a_n / c_1 \\ 1 < a_{n-1} \\ 1 < a_{n-2} \\ \vdots \\ 1 < a_1. \end{cases} \qquad (12)$$

Таким образом, за счет введения закона управления в форме скалярных однопараметрических структурно-устойчивых отображений при неопределенности параметра объекта управления стационарное состояние (7) будет устойчивым, при изменении параметров системы в пределах неравенства (12).

References

1. The Computer aided design of the systems of the autocontrol / Under editing V.V. Solodovnikov. — M.: Machine building, 1990. — 332 p.
2. *Andreev Yu.N.* Management конечномерными linear object. — M.: Science, 1976. — 424 p.
3. *Kuzovkov N.T.* Modal management and observing device. — M.: Machine building, 1976. — 184 p.
4. *Polyak B.T., Cherbakov P.S.* Robastical stability and upravlenie — M.: Science, 2002. — 303 p.
5. *Barbashin E.A.* Introduction to theory ustoychivosti. — M.: Science, 1967. — 225 p.
6. *Malkin I.G.* The Theory to stability of the motion. — 2 izd. – M.: Science, 1966. — 540 p.
7. *Beisenbi M.A., Erzhanov B.A.* The managerial system with raised by potential to robastical stability. — Astana: L.N. Gumilyov ENU, 2002. — 164 p.
8. *Beisenbi M.A., Kuliniyazova K.S.* The study to robastical stability of managerial system by direct method A.M. Lyapunov // The thesises report. 11 International conferences on mathematician and mechanical engineer, denoted 10 L.N. Gumilyov Eurasian National University, 25—26 May, Astana. — P. 14.
9. *Gilimor R.* Applied theory katastrof. — M.: World. — T.1. — 1981. — 344 p.
10. *Andrievskii B.R., Fradkov A.L.* Elected chapters to theories of the autocontrol. — M: Science, 2000. — 475 p.

УДК 532.5:519.8

Об одной задаче в разработке многопластовых систем

About one problem in a development of multi-stratum systems

Мукимбеков М.Ж.

Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы (e-mail: m_mukim@fromru.com)

Мақалада бір өлшемді, изотермиялық емес сүзілу есебі екілік әдіспен өңдейтін көпқабатты аномалдық мұнайдың жүйесі зерттелді. Аномалдық мұнайды жай әдістермен өңдеу өте киын, сол себептен актив агенттер арқылы өңдеуі қарастырылды. Есептеу алгоритмі беріліп, нәтижелері арқылы осы процестің талдауы жасалды.

In this work the one-dimensional problem of nonithotermal filtration in oil stratums elaboration by secondary method is investigated. Elaboration of anomalous oil by simple methods is hard, therefore in the paper the flooding by active agents is considered. Numerical algorithm for solve this problem is offered. Analysis of this process is given by result of computations.

Постановка задачи

В данной работе рассматривается задача двухфазной фильтрации в разработке многопластовой системы аномальной нефти вторичным методом. Заметим, что разработка аномальной нефти обычными способами в большинстве случаев является очень затруднительной, поэтому важно использо-