РАСЧЕТ МНОГОСЛОЙНЫХ ПЛАСТИН МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Бауыржанқызы Д., Есенбаева Г.А., Ибраева Д.К., Садвакасов Н.К.

Карагандинский государственный университет им. академика Е.А. Букетова, Караганда, Казахстан

E-mail: mummys_daughter@list.ru

Использование основных классических соотношений для перемещений, напряжений, уравнений равновесия для многослойных пластин приводит к следующим формулам расчета [1]:
для контактных условий на границе слоев

$$u_1^{i-1}=u_1^i,\quad H\varphi_{i-1}(\alpha_{i-1})=H\varphi_i(\alpha_{i-1}),\quad C_{i-1}^0-\alpha_{i-1}=C_i^0-\alpha_{i-1},\quad C_{i-1}^0=C_i^0=C^0,$$

$$\tau_{13}^{i-1}=\tau_{13}^i,\ E_0H^2\psi_{i-1}(\alpha_{i-1})=E_0H^2\psi_i(\alpha_{i-1}),\ A_{i-1}^0-\beta_{i-1}(C^0\alpha_{i-1}-\frac{\alpha_{i-1}^2}{2})=A_{i-1}^0-\beta_i(C^0\alpha_{i-1}-\frac{\alpha_{i-1}^2}{2}),$$

$$\sigma_3^{i-1}=\sigma_3^i,\quad E_0H^3\sigma_{i-1}(\alpha_{i-1})=E_0H^3\sigma_i(\alpha_{i-1}),$$

$$B_{i-1}^0-A_{i-1}^0+\beta_{i-1}(C_{i-1}^0\frac{\alpha_{i-1}^2}{2}-\frac{\alpha_{i-1}^3}{6})=B_i^0-A_i^0+\beta_i(C_i^0\frac{\alpha_{i-1}^2}{2}-\frac{\alpha_{i-1}^3}{6});$$

для произвольных постоянных

$$C^0=\frac{1}{2}\frac{\beta_n-\sum\limits_{k=2}^{n}(\beta_k-\beta_{k-1})\alpha_{k-1}^2}{\beta_n-\sum\limits_{k=2}^{n}(\beta_k-\beta_{k-1})\alpha_{k-1}},\qquad A_i^0=C^0\sum_{k=2}^{i}(\beta_k-\beta_{k-1})\alpha_{k-1}-\frac{1}{2}\sum_{k=2}^{i}(\beta_k-\beta_{k-1})\alpha_{k-1}^2,$$

$$B_i^0=\sum_{k=2}^{i}(A_k^0-A_{k-1}^0)-\frac{C^0}{2}\sum_{k=2}^{i}(\beta_k-\beta_{k-1})\alpha_{k-1}^2+\frac{1}{6}\sum_{k=2}^{i}(\beta_k-\beta_{k-1})\alpha_{k-1}^3;$$

для внутренних усилий

$$M=\sum_{i=1}^{n}\int\limits_{\alpha_{i-1}}^{\alpha_i}\sigma_1^i z\,dz=-DC_\beta\frac{d^2W}{dx_1^2},\quad D=\frac{E_0H^3}{12},$$

$$C_\beta=12\sum_{i=1}^{n}\left\{\frac{C_0}{2}\beta_i(\alpha_i^2-\alpha_{i-1}^2)-\frac{1}{3}\beta_i(\alpha_i^3-\alpha_{i-1}^3)\right\},\quad Q=\sum_{i=1}^{n}\int\limits_{\alpha_{i-1}}^{\alpha_i}\tau_{13}^i dz=DA_\beta\frac{d^3W}{dx_1^3},\tag{1}$$

$$A_\beta=12\sum_{i=1}^{n}\left\{A_i^0\left(\alpha_i-\alpha_{i-1}\right)-\beta_i\left[\frac{C^0}{2}\left(\alpha_i^2-\alpha_{i-1}^2\right)-\frac{1}{6}\left(\alpha_i^3-\alpha_{i-1}^3\right)\right]\right\},$$

$$\sigma_3^n=q=E_0H^3\delta_n(1)\frac{d^4W}{dx_1^4}=DB_\beta\frac{d^4W}{dx_1^4},\quad B_\beta=12\delta_n(1),\quad C_\beta=A_\beta.$$

Для расчета многослойной пластины по данному алгоритму [2], где разрешающее уравнение имеет вид $DB_\beta\frac{d^4W}{dx_1^4}=q$, вводится отношение $\eta_i=\frac{D_i}{D_0}$, где D_0 - базовая цилиндрическая жесткость пластины одного из слоев, выбранного первым снизу, D_i - цилиндрические жесткости остальных слоев пластины. Затем в основные формулы метода конечных элементов добавляются в виде множителей интегральные характеристики C_η и A_η, которые вычисляются по формулам (1), но уже с учетом η_i вместо β_i: $\vec{F}=C_\eta K\cdot\vec{V}$, $\vec{M}=-C_\eta B\cdot\vec{V}$, $\vec{Q}=-\vec{A}_\eta C\cdot V_\eta$ [3].

Список использованных источников

1. *Турсунов К.А.* Метод конечных элементов в расчетах пластин. Учебное пособие. – Караганда: КарГУ, 2002. – 50 с.

2. *Зенкевич О., Чанг И.* Метод конечных элементов в теории сооружений и в механике сплошных сред. – М.: Недра, 1974. - 240 с.

3. *Рикардс Р.Б.* Метод конечных элементов в теории оболочек и пластин. – Рига: Зинатне, 1988. – 284 с.