

УДК 539.3

Л.А.Алексеева<sup>1</sup>, С.Р.Гирнис<sup>2</sup>, В.Н.Украинец<sup>2</sup><sup>1</sup>Институт математики МОН РК, Алматы;<sup>2</sup>Павлодарский государственный университет им. С.Торайгырова**СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ НАПРЯЖЁННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ТОННЕЛЕЙ С ОДНОРОДНОЙ И ДВУХСЛОЙНОЙ КРУГОВОЙ КРЕПЬЮ ПРИ ДЕЙСТВИИ БЕГУЩЕЙ НАГРУЗКИ**

*Иірмелі кеңістіктегі екі қабатты және біркелкі қабықшаға жүгірмелі жүктемелудің әрекеті туралы тапсырмаларды шешу негізінде терең орнатылған екі қабатты және біркелкі айналмалы қоршаумен кедергі-деформациялық күйіне салыстырмалы талдау жүргізілген. Жүктеменің қозғалу жылдамдығы дыбыс жылдамдығынан төмен алынды. Біркелкі қабықшаның, екі қабатты қабықшаның ішкі қабатының және айналадағы массивтің қозғалыстарын сипаттау үшін иірмелі теорияның динамикалық теңдеулері қолданылған. Екі қабатты қабықшаның сыртқы жұқа қабатының қозғалысы жұқа қабықшалар теориясының классикалық теңдеулерімен сипатталған. Есептердің нәтижелері кестелер мен графиктер түрінде көрсетілген.*

*On base of task solution on effect of moving load on two-layer and homogeneous shells in elastic space is researched comparative analysis of tense-deformed conditions of deep tunnels with homogeneous and two-layer circular shell. Speed of movement of loading is accepted subsonic. For the description of movement of a homogeneous environment, an internal layer of a two-layer environment and a surrounding file the dynamic equations of the theory of elasticity are used. Movement of an external thin layer of a two-layer environment is described by the classical equations of the theory of thin environments. Results of calculations are submitted as tables and schedules.*

Задачи о действии подвижной осесимметричной нормальной нагрузки на тонкостенную и толстостенную круговую цилиндрическую оболочку в упругой среде рассматривались соответственно в статьях [1, 2]. Данные задачи являются модельными при исследовании динамики тоннелей глубокого заложения, подкреплённых однородной цилиндрической оболочкой (обделкой) [3–5]. В настоящей работе на основе решений задач о действии бегущей неосесимметричной нагрузки на двухслойную и однородную оболочку в упругом пространстве проводится сравнительный анализ напряжённо-деформированного состояния тоннелей глубокого заложения с однородной и двухслойной круговой крепью.

**1. Постановка и аналитическое решение задачи**

Используя модельный подход, представим подкреплённый двухслойной обделкой тоннель глубокого заложения как цилиндрическую полость радиусом  $R_1$  в бесконечной, линейно-упругой, однородной и изотропной среде. Полость подкреплена двухслойной оболочкой, внутренним слоем которой является толстостенная оболочка, а внешним — тонкостенная, толщиной  $h_0$ . Условимся внутренний слой называть несущим, а внешний — ограждающим слоем. В силу малости толщины ограждающего слоя можно принять, что он контактирует с окружающим упругим массивом вдоль своей срединной поверхности радиусом  $R_1$ . Контакт между слоями оболочки, ограждающим слоем и окружающим массивом полагаем жёстким. По внутренней поверхности несущего слоя оболочки радиусом  $R_2$  в направлении её оси  $z$  с постоянной скоростью  $c$  (меньшей, чем скорости распространения волн сдвига в несущем слое и массиве) движется нагрузка интенсивностью  $P$ . Так как рассматривает-

ся установившийся процесс, то картина деформаций стационарна по отношению к движущейся нагрузке. Поэтому удобно использовать подвижную цилиндрическую систему координат  $\eta = z - ct$ ,  $\theta$ ,  $r$ .

Для описания движения ограждающего слоя воспользуемся классическими уравнениями теории тонких оболочек:

$$\begin{aligned} \left[ 1 - \frac{(1 - \nu_0)\rho_0 c^2}{2\mu_0} \right] \frac{\partial^2 u_{0\eta}}{\partial \eta^2} + \frac{1 - \nu_0}{2R_1^2} \frac{\partial^2 u_{0\eta}}{\partial \theta^2} + \frac{1 + \nu_0}{2R_1} \frac{\partial^2 u_{0\theta}}{\partial \eta \partial \theta} + \frac{\nu_0}{R_1} \frac{\partial u_{0r}}{\partial \eta} &= \frac{1 - \nu_0}{2\mu_0 h_0} (q_\eta - q_{\eta R_1}); \\ \frac{1 + \nu_0}{2R_1} \frac{\partial^2 u_{0\eta}}{\partial \eta \partial \theta} + \frac{(1 - \nu_0)}{2} \left( 1 - \frac{\rho_0 c^2}{\mu_0} \right) \frac{\partial^2 u_{0\theta}}{\partial \eta^2} + \frac{1}{R_1^2} \frac{\partial^2 u_{0\theta}}{\partial \theta^2} + \frac{1}{R_1^2} \frac{\partial u_{0r}}{\partial \theta} &= \frac{1 - \nu_0}{2\mu_0 h_0} (q_\theta - q_{\theta R_1}); \\ \frac{\nu_0}{R_1} \frac{\partial u_{0\eta}}{\partial \eta} + \frac{1}{R_1^2} \frac{\partial u_{0\theta}}{\partial \theta} + \frac{h_0^2}{12} \nabla^2 \nabla^2 u_{0r} + \frac{(1 - \nu_0)\rho_0 c^2}{2\mu_0} \frac{\partial^2 u_{0r}}{\partial \eta^2} + \frac{u_{0r}}{R_1^2} &= -\frac{1 - \nu_0}{2\mu_0 h_0} (q_r - q_{r R_1}). \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $u_{0\eta}$ ,  $u_{0\theta}$ ,  $u_{0r}$  — перемещения точек срединной поверхности ограждающего слоя;  $q_j = \sigma_{rj2}|_{r=R_1}$ ,  $q_{jR_1} = \sigma_{rj1}|_{r=R_1}$  — составляющие реакции несущего слоя и массива ( $j = \eta, \theta, r$ );  $\sigma_{rj2}$ ,  $\sigma_{rj1}$  — компоненты тензора напряжений в несущем слое и массиве;  $\nu_0, \mu_0, \rho_0$  — соответственно коэффициент Пуассона, модуль сдвига и плотность материала ограждающего слоя;  $\nabla^2$  — оператор Лапласа.

Для описания движения несущего слоя и упругого пространства используем динамические уравнения теории упругости:

$$\left( \frac{1}{M_{pk}^2} - \frac{1}{M_{sk}^2} \right) \text{grad div } \mathbf{u}_k + \frac{1}{M_{sk}^2} \nabla^2 \mathbf{u}_k = \frac{\partial^2 \mathbf{u}_k}{\partial \eta^2}, \quad k = 1, 2. \quad (2)$$

Здесь и в дальнейшем индекс 1 относится к окружающей оболочку среде, а 2 — к несущему слою;  $M_{pk} = c / c_{pk}$ ,  $M_{sk} = c / c_{sk}$  — числа Маха;  $c_{pk} = \sqrt{(\lambda_k + 2\mu_k) / \rho_k}$ ,  $c_{sk} = \sqrt{\mu_k / \rho_k}$  — скорости распространения волн расширения–сжатия и сдвига в среде и несущем слое,  $\lambda_k = 2\mu_k \nu_k / (1 - 2\nu_k)$ ,  $\mu_k$  — модули сдвига,  $\nu_k$  — коэффициенты Пуассона,  $\rho_k$  — плотности,  $\mathbf{u}_k$  — вектора смещений точек пространства и несущего слоя.

Выражая вектора смещений через потенциалы Ламе

$$\mathbf{u}_k = \text{grad } \phi_{1k} + \text{rot}(\phi_{2k} \mathbf{e}_\eta) + \text{rot rot}(\phi_{3k} \mathbf{e}_\eta), \quad k = 1, 2, \quad (3)$$

преобразуем уравнения (2) к виду:

$$\nabla^2 \phi_{jk} = M_{jk}^2 \frac{\partial^2 \phi_{jk}}{\partial \eta^2}, \quad j = 1, 2, 3, \quad k = 1, 2. \quad (4)$$

Здесь  $M_{1k} = M_{pk}$ ,  $M_{2k} = M_{3k} = M_{sk}$ .

Выразим компоненты напряжённо-деформированного состояния (НДС) несущего слоя и массива через потенциалы  $\phi_{jk}$ .

Компоненты вектора  $\mathbf{u}_k$  (3):

$$\begin{aligned} u_{rk} &= \frac{\partial \phi_{1k}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi_{2k}}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 \phi_{3k}}{\partial \eta \partial r}; \\ u_{\theta k} &= \frac{1}{r} \frac{\partial \phi_{1k}}{\partial \theta} - \frac{\partial \phi_{2k}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \phi_{3k}}{\partial \eta \partial \theta}; \\ u_{\eta k} &= \frac{\partial \phi_{1k}}{\partial \eta} + m_{sk}^2 \frac{\partial^2 \phi_{3k}}{\partial \eta^2}, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $m_{sk}^2 = 1 - M_{sk}^2$ .

Используя закон Гука и соотношения (5), получаем выражения для компонент тензора напряжений:

$$\begin{aligned} \sigma_{\eta\eta k} &= (2\mu_k + \lambda_k M_{pk}^2) \frac{\partial^2 \phi_{1k}}{\partial \eta^2} + 2\mu_k m_{sk}^2 \frac{\partial^3 \phi_{3k}}{\partial \eta^3}; \\ \sigma_{\theta\theta k} &= \lambda_k M_{pk}^2 \frac{\partial^2 \phi_{1k}}{\partial \eta^2} + \frac{2\mu_k}{r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \phi_{1k}}{\partial \theta^2} + \frac{\partial \phi_{1k}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi_{2k}}{\partial \theta} - \frac{\partial^2 \phi_{2k}}{\partial r \partial \theta} + \frac{1}{r} \frac{\partial^3 \phi_{3k}}{\partial \theta^2 \partial \eta} + \frac{\partial^2 \phi_{3k}}{\partial r \partial \eta} \right); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sigma_{rrk} &= \lambda_k M_{pk}^2 \frac{\partial^2 \phi_{1k}}{\partial \eta^2} + 2\mu_k \left( \frac{\partial^2 \phi_{1k}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \phi_{2k}}{\partial \theta \partial r} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial \phi_{2k}}{\partial \theta} + \frac{\partial^3 \phi_{3k}}{\partial r^2 \partial \eta} \right); \\
\sigma_{r\eta k} &= \mu_k \left( 2 \frac{\partial^2 \phi_{1k}}{\partial \eta \partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \phi_{2k}}{\partial \theta \partial \eta} + (1 + m_{sk}^2) \frac{\partial^3 \phi_{3k}}{\partial \eta^2 \partial r} \right); \\
\sigma_{\eta \theta k} &= \mu_k \left( \frac{2}{r} \frac{\partial^2 \phi_{1k}}{\partial \theta \partial \eta} - \frac{\partial^2 \phi_{2k}}{\partial r \partial \eta} + \frac{(1 + m_{sk}^2)}{r} \frac{\partial^3 \phi_{3k}}{\partial \theta \partial \eta^2} \right); \\
\sigma_{r\theta k} &= 2\mu_k \left( \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \phi_{1k}}{\partial \theta \partial r} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial \phi_{1k}}{\partial \theta} - \frac{\partial^2 \phi_{2k}}{\partial r^2} - \frac{m_{sk}^2}{2} \frac{\partial^2 \phi_{2k}}{\partial \eta^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial^3 \phi_{3k}}{\partial r \partial \eta \partial \theta} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi_{3k}}{\partial \eta \partial \theta} \right).
\end{aligned} \tag{6}$$

Применив к (4) преобразование Фурье по  $\eta$ , находим:

$$\nabla_2^2 \phi_{jk}^* - m_{jk}^2 \xi^2 \phi_{jk}^* = 0, \quad j=1,2,3, k=1,2, \tag{7}$$

где  $\nabla_2^2$  — двумерный оператор Лапласа,  $m_{jk}^2 = 1 - M_{jk}^2$ ,  $m_{1k} \equiv m_{pk}$ ,  $m_{2k} = m_{3k} \equiv m_{sk}$ ,  $\phi_{jk}^*(r, \theta, \xi) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{jk}(r, \theta, \eta) e^{-i\xi \eta} d\eta$ .

Применив к (5), (6) преобразование Фурье по  $\eta$ , можно получить выражения для трансформант-перемещений  $u_{ik}^*$  и напряжений  $\sigma_{ijk}^*$  ( $k=1,2$ ,  $i, j=r, \theta, \eta$ ) как функции от  $\phi_{jk}^*$ .

Так как скорость движения нагрузки меньше, чем скорости распространения волн сдвига в несущем слое и среде, то  $M_{sk} < 1$  ( $m_{sk} > 0$ ), и решения (7) можно представить в виде:

— для массива

$$\phi_{j1}^* = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{nj} K_n(k_{j1} r) e^{in\theta}, \tag{8, а}$$

— для несущего слоя

$$\phi_{j2}^* = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (a_{nj+3} K_n(k_{j2} r) + a_{nj+6} I_n(k_{j2} r)) e^{in\theta}. \tag{8, б}$$

Здесь  $j=1,2,3$ ,  $k_{j1} = |m_{j1} \xi|$ ,  $k_{j2} = |m_{j2} \xi|$ ;  $I_n(kr)$ ,  $K_n(kr)$  — функции Бесселя первого и второго рода от мнимого аргумента,  $a_{n1}, \dots, a_{n9}$  — неизвестные коэффициенты, подлежащие определению.

Подставляя (8, а), (8, б) в выражения для трансформант-перемещений  $u_{ik}^*$  и напряжений  $\sigma_{ijk}^*$ , можно получить выражения для  $u_{ik}^*$  и  $\sigma_{ijk}^*$  с неизвестными коэффициентами  $a_{n1}, \dots, a_{n9}$ , для определения которых следует воспользоваться граничными условиями.

Применив к (1) преобразование Фурье по  $\eta$  и разлагая функции перемещений точек срединной поверхности ограждающего слоя в ряды Фурье по  $\theta$ , для  $n$ -го члена разложения получим:

$$\begin{aligned}
\varepsilon_1^2 u_{0m\eta} + v_{02} n \xi_0 u_{0n\theta} - 2i v_0 \xi_0 u_{0nr} &= G_0 (q_{n\eta} - q_{m\eta R_1}); \\
v_{02} n \xi_0 u_{0m\eta} + \varepsilon_2^2 u_{0n\theta} - 2i n u_{0nr} &= G_0 (q_{n\theta} - q_{n\theta R_1}); \\
2i v_0 \xi_0 u_{0m\eta} + 2i n u_{0n\theta} + \varepsilon_3^2 u_{0nr} &= G_0 (q_{nr} - q_{nr R_1}),
\end{aligned} \tag{9}$$

где  $\varepsilon_1^2 = \alpha_0^2 - \varepsilon_0^2$ ,  $\varepsilon_2^2 = \beta_0^2 - \varepsilon_0^2$ ,  $\varepsilon_3^2 = \gamma_0^2 - \varepsilon_0^2$ ,  $\xi_0 = \xi R_1$ ,

$$\alpha_0^2 = 2\xi_0^2 + v_{01} n^2, \quad \beta_0^2 = v_{01} \xi_0^2 + 2n^2, \quad \gamma_0^2 = \chi^2 (\xi_0^2 + n^2)^2 + 2, \quad \varepsilon_0^2 = v_{01} \xi_0^2 M_{s0}^2;$$

$$v_{01} = 1 - v_0, \quad v_{02} = 1 + v_0, \quad M_{s0} = c / c_{s0}, \quad c_{s0} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\rho_0}}, \quad \chi^2 = \frac{h_0^2}{6R_1^2}, \quad G_0 = -\frac{v_{01} R_1^2}{\mu_0 h_0};$$

$q_{nj} = (\sigma_{rj2}^*)|_{r=R_1}$ ,  $q_{njR_1} = (\sigma_{rj1}^*)|_{r=R_1}$ ,  $j = \eta, \theta, r$ ;  $u_{0nm}$  — коэффициенты разложения

$u_{0m}^*(\theta, \xi) = \int_{-\infty}^{\infty} u_{0m}(\theta, \eta) e^{-i\xi \eta} d\eta$  в ряды Фурье по угловой координате  $\theta$  ( $m = \eta, \theta, r$ ).

Разрешая (9) относительно  $u_{0m\eta}$ ,  $u_{0n\theta}$ ,  $u_{0nr}$ , находим:

$$\begin{aligned} u_{0m\eta} &= \frac{G_0}{\delta_n} \sum_{j=1}^3 \delta_{\eta j} (q_{nj} - q_{njR_1}), \\ u_{0n\theta} &= \frac{G_0}{\delta_n} \sum_{j=1}^3 \delta_{\theta j} (q_{nj} - q_{njR_1}), \\ u_{0nr} &= \frac{G_0}{\delta_n} \sum_{j=1}^3 \delta_{rj} (q_{nj} - q_{njR_1}). \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь  $\delta_n = \delta_{|\eta|} = (\varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_3)^2 - (\varepsilon_1 \xi_1)^2 - (\varepsilon_2 \xi_2)^2 - (\varepsilon_3 \xi_3)^2 + 2\xi_1 \xi_2 \xi_3$ ,

$$\delta_{\eta 1} = (\varepsilon_2 \varepsilon_3)^2 - \xi_1^2, \quad \delta_{\eta 2} = \xi_1 \xi_2 - \xi_3 \varepsilon_3^2, \quad \delta_{\eta 3} = i(\varepsilon_2^2 \xi_2 - \xi_1 \xi_3),$$

$$\delta_{\theta 1} = \delta_{\eta 2}, \quad \delta_{\theta 2} = (\varepsilon_1 \varepsilon_3)^2 - \xi_2^2, \quad \delta_{\theta 3} = i(\varepsilon_1^2 \xi_1 - \xi_2 \xi_3),$$

$$\delta_{r1} = -\delta_{\eta 3}, \quad \delta_{r2} = -\delta_{\theta 3}, \quad \delta_{r3} = (\varepsilon_1 \varepsilon_2)^2 - \xi_3^2, \quad \xi_1 = 2n, \quad \xi_2 = 2v_0 \xi_0, \quad \xi_3 = v_{02} \xi_0 n,$$

для  $q_{nj}$  и  $q_{njR_1}$  индекс  $j = 1$  соответствует индексу  $\eta$ ,  $j = 2$  —  $\theta$ ,  $j = 3$  —  $r$ .

Граничные условия можно представить в следующем виде:

при  $r = R_1$   $u_{j1}^* = u_{j2}^*$ ,  $u_{j1}^* = u_{0j1}$ , при  $r = R_2$   $\sigma_{rj2}^* = P_j^*(\theta, \xi)$ ,  $j = r, \theta, \eta$ ,

где  $P_m^*(\theta, \xi) = \int_{-\infty}^{\infty} P_m(\theta, \eta) e^{-i\xi\eta} d\eta$ ,  $m = \eta, \theta, r$ .

В случае отсутствия ограждающего слоя, т.е. действия бегущей нагрузки на однородную толсто-стенную оболочку [5], граничные условия при её жёстком контакте с массивом изменятся только при  $r = R_1$ :  $u_{j1}^* = u_{j2}^*$ ,  $\sigma_{rj1}^* = \sigma_{rj2}^*$ ,  $j = r, \theta, \eta$ .

Разлагая  $P_m^*(\theta, \xi)$  в ряды Фурье по угловой координате  $\theta$  и приравнивания коэффициенты рядов при  $e^{in\theta}$ , получим бесконечную ( $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ) систему линейных алгебраических уравнений блочно-диагонального вида для определения коэффициентов  $a_{n1}, \dots, a_{n9}$ . После определения коэффициентов, применяя обратное преобразование Фурье, можно вычислить компоненты напряженно-деформированного состояния среды и оболочки. При этом для вычисления интегралов Фурье можно использовать любой численный метод, если определители  $\Delta_n(\xi, c)$  полученной для конкретных граничных условий системы уравнений не обращаются в ноль, т.е. в случае движения нагрузки с докритической скоростью [4].

## 2. Численные эксперименты

Проведём сравнительный анализ напряженно-деформированного состояния тоннелей глубокого заложения с однородной и двухслойной крепью (обделкой) при воздействии бегущей с докритической скоростью  $c = 100$  м/с нормальной нагрузки давления интенсивностью  $P^\circ$ , равномерно распределённой по её нижней половине ( $r = R_2 = R = 1$  м,  $90^\circ \leq \theta \leq 270^\circ$ ) в интервале  $|\eta| \leq 0,2R$ . Параметры двухслойной обделки: толстый несущий слой толщиной  $h_c = R_1 - R_2$  — бетон ( $\nu_2 = 0,2$ ,  $\mu_2 = 1,21 \cdot 10^4$  МПа,  $\rho_2 = 2,5 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>,  $c_{s2} = 2200$  м/с), ограждающий слой — тонкостенная стальная оболочка ( $R_1 = 1,2R$ ,  $h_0/R = 0,02$ ;  $\nu_0 = 0,3$ ,  $\mu_0 = 8,08 \cdot 10^4$  МПа,  $\rho_0 = 7,8 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>). Исключая из рассмотрения ограждающий стальной слой, получим для проведения сравнительного анализа однородную бетонную обделку. Характеристики массива:  $\nu_1 = 0,25$ ,  $\mu_1 = \mu = 4,0 \cdot 10^3$  МПа,  $\rho_1 = 2,6 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>;  $c_{s1} = 1240,35$  м/с [3].

Результаты расчётов напряженно-деформированного состояния данных обделок и окружающих их массива приведены в таблицах 1–3 и проиллюстрированы на рисунках 1, 2. Обозначения в таблицах:  $u_r^\circ = u_r \mu / P^\circ$ , м,  $\sigma_{\theta\theta}^\circ = \sigma_{\theta\theta} / P^\circ$ ,  $\sigma_{\eta\eta}^\circ = \sigma_{\eta\eta} / P^\circ$ ). Нумерация кривых на рисунках соответствует случаям: 1 — однородная бетонная обделка (бетонная оболочка); 2 — двухслойная сталебетонная обделка (бетонная оболочка с ограждающим стальным слоем).

Компоненты НДС внутренней поверхности бетонной оболочки в сечении  $\eta = 0$ 

Комп. НДС	$\theta$ , град										
	0	20	40	60	80	90	100	120	140	160	180
Бетонная обделка											
$u_r^{\circ}$	-0,027	-0,024	-0,016	-0,001	0,033	0,066	0,098	0,132	0,147	0,155	0,158
$\sigma_{\theta\theta}^{\circ}$	0,082	0,100	0,148	0,217	0,234	0,273	0,311	0,328	0,398	0,445	0,463
$\sigma_{\eta\eta}^{\circ}$	0,030	0,012	0,005	-0,068	-0,259	-0,538	-0,816	-1,007	-1,081	-1,088	-1,106
Сталебетонная обделка											
$u_r^{\circ}$	-0,027	-0,024	-0,018	-0,003	0,029	0,057	0,086	0,118	0,132	0,139	0,141
$\sigma_{\theta\theta}^{\circ}$	0,084	0,097	0,144	0,204	0,216	0,198	0,179	0,192	0,251	0,298	0,311
$\sigma_{\eta\eta}^{\circ}$	0,031	0,009	0,010	-0,059	-0,246	-0,565	-0,884	-1,072	-1,140	-1,139	-1,161

Т а б л и ц а 2

Компоненты НДС наружной поверхности бетонной оболочки в сечении  $\eta = 0$ 

Комп. НДС	$\theta$ , град										
	0	20	40	60	80	90	100	120	140	160	180
Бетонная обделка											
$u_r^{\circ}$	-0,026	-0,023	-0,015	-0,004	0,025	0,054	0,083	0,112	0,123	0,132	0,135
$\sigma_{\theta\theta}^{\circ}$	0,017	0,073	0,140	0,048	-0,012	0,307	0,628	0,566	0,474	0,541	0,597
$\sigma_{\eta\eta}^{\circ}$	-0,022	-0,017	-0,020	-0,027	0,034	0,166	0,298	0,359	0,353	0,349	0,355
Сталебетонная обделка											
$u_r^{\circ}$	-0,026	-0,023	-0,017	-0,005	0,020	0,046	0,072	0,098	0,109	0,116	0,119
$\sigma_{\theta\theta}^{\circ}$	0,065	0,064	0,112	0,076	0,041	0,232	0,422	0,388	0,352	0,400	0,399
$\sigma_{\eta\eta}^{\circ}$	-0,011	-0,018	-0,019	-0,029	-0,010	0,025	0,060	0,079	0,069	0,068	0,061

Т а б л и ц а 3

Компоненты НДС контактной поверхности массива в сечении  $\eta = 0$ 

Комп. НДС	$\theta$ , град										
	0	20	40	60	80	90	100	120	140	160	180
Бетонная обделка											
$u_r^{\circ}$	-0,026	-0,023	-0,015	-0,004	0,025	0,054	0,083	0,112	0,123	0,132	0,135
$\sigma_{\theta\theta}^{\circ}$	0,025	0,019	0,056	0,015	-0,010	0,045	0,101	0,075	0,035	0,072	0,065
$\sigma_{\eta\eta}^{\circ}$	0,003	-0,003	-0,003	-0,005	0,002	-0,001	-0,004	0,002	0,0	0,001	-0,006
Сталебетонная обделка											
$u_r^{\circ}$	-0,026	-0,023	-0,017	-0,005	0,020	0,046	0,072	0,098	0,109	0,116	0,119
$\sigma_{\theta\theta}^{\circ}$	0,013	0,026	0,042	0,038	0,013	0,030	0,048	0,023	0,018	0,035	0,048
$\sigma_{\eta\eta}^{\circ}$	0,0	-0,002	-0,002	-0,003	-0,007	-0,038	-0,069	-0,073	-0,074	-0,074	-0,076

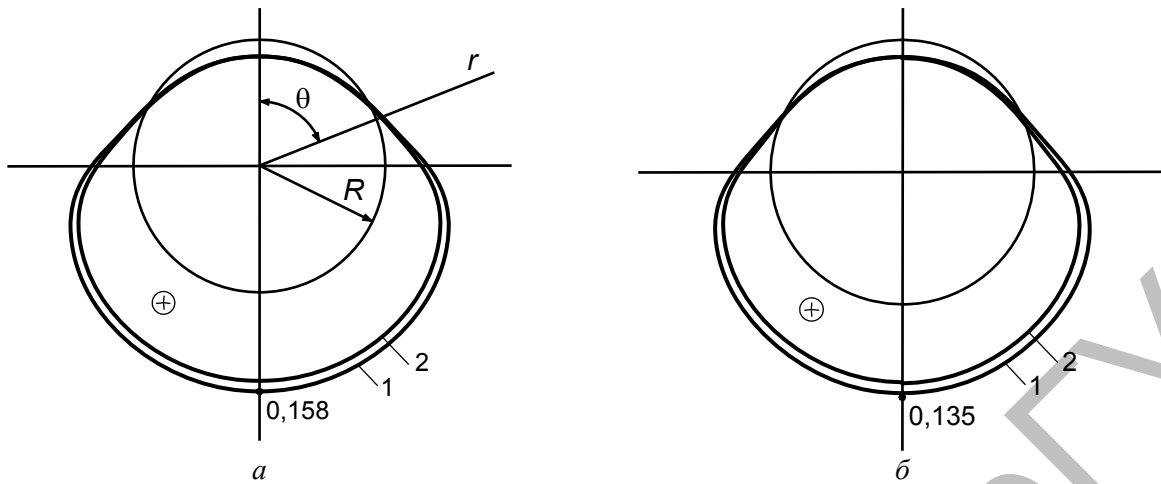


Рис. 1. Эпюры радиальных перемещений  $u_r^\circ$ , м, на контуре поперечного сечения  $\eta = 0$  внутренней (а) и наружной (б) поверхности бетонной оболочки

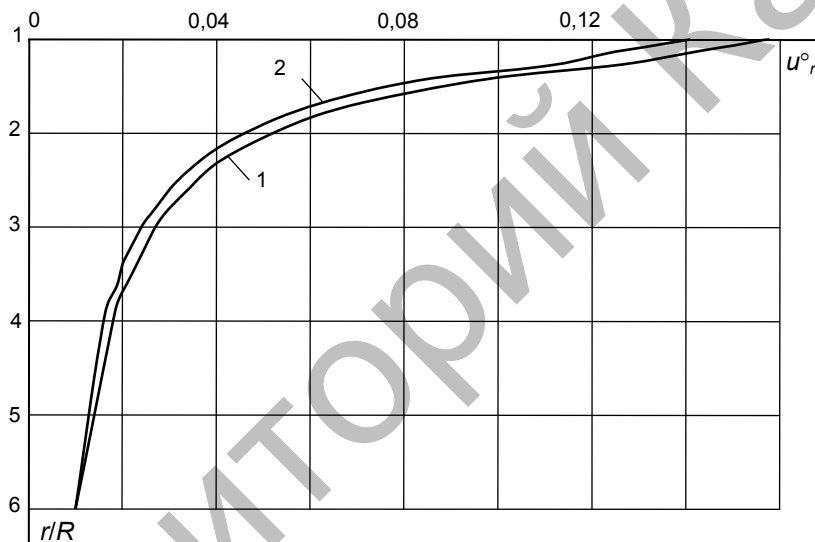


Рис. 2. Изменения радиальных перемещений  $u_r^\circ$ , м, в сечении  $\eta = 0$  с удалением от нижней точки ( $\theta = 180^\circ$ ) внутренней поверхности бетонной оболочки

Анализируя результаты расчёта, заключаем, что усиление бетонной обделки внешним стальным слоем приводит к понижению экстремальных значений компонент напряжённо-деформированного состояния несущей ( $r = R$ ) и контактных ( $r = 1,2R$ ) поверхностей (рис. 1). Исключение составляют осевые нормальные напряжения  $\sigma_{\eta\eta}$  на внутренней (несущей) поверхности бетонной оболочки и контактной поверхности массива, где их экстремальные значения возрастают.

Из рисунка 2 следует, что с удалением от внутренней поверхности бетонной оболочки влияние ограждающего слоя на деформированное состояние массива сглаживается.

#### Список литературы

1. Пожуев В.И. Действие подвижной нагрузки на цилиндрическую оболочку в упругой среде // Строительная механика и расчет сооружений. — 1978. — № 1. — С. 44–48.
2. Львовский В.М., Онищенко В.И., Пожуев В.И. Установившиеся колебания цилиндрической оболочки в упругой среде под действием подвижной нагрузки // Вопросы прочности пластичности. — Днепропетровск, 1974. — С. 98–110.
3. Бульчев Н.С. Механика подземных сооружений в примерах и задачах. — М., 1989. — 270 с.
4. Ержанов Ж.С., Айталиев Ш.М., Алексеева Л.А. Динамика тоннелей и подземных трубопроводов. — Алма-Ата: Наука, 1989. — 240 с.
5. Гирнис С.Р., Украинец В.Н. Реакция упругого пространства на бегущую в оболочке нагрузку // Вестн. КарГУ. Сер. Физика. — Караганда, 2008. — № 2 (50). — С. 65–70.