Задача 1. Найти функцию $u(x,t)$ удовлетворяющую следующим условиям:

$$u(x,t) \in C_{x,t}^{3,1}(\bar{\Omega}) \cap C_{x,t}^{4,2}(\Omega_+ \cup \Omega_-), \tag{1}$$

$$Lu(x,t) \equiv 0, \ (x,t) \in \Omega_+ \cup \Omega_- \tag{2}$$

$$u(0,t)=0, \ u_x(0,t)=u_x(1,t), \ u_{xx}(1,t)=0, \ u_{xxx}(0,t)=u_{xxx}(1,t), \ -\alpha \le t \le \beta, \tag{3}$$

$$u(x,\beta)=\varphi(x), \ u(x,-\alpha)=\psi(x), \ 0 \le x \le 1, \tag{4}$$

где $\Omega_+ = \Omega \cap \{t>0\}$, $\Omega_- = \Omega \cap \{t<0\}$ и $\varphi(x)$, $\psi(x)$ - заданные достаточно гладкие функции.

Система функций

$$X_0(x)=2x, \ X_{2k-1}(x)=2\sin\lambda_k x, \ X_{2k}(x)=\frac{e^{\lambda_k x}-e^{\lambda_k(1-x)}}{e^{\lambda_k}-1}+\cos\lambda_k x \tag{5}$$

$$Y_0(x)=1, \ Y_{2k-1}(x)=\frac{e^{\lambda_k x}+e^{\lambda_k(1-x)}}{e^{\lambda_k}-1}+\sin\lambda_k x, \ Y_{2k}(x)=2\cos\lambda_k x, \quad \lambda_k=2\pi k, \ k=1,2,... \tag{6}$$

биортогональнаяи образуют базис Рисса в $L_2(0,1)$ [1].

Решение задачи найдено виде ряда составленных из базисных функций Рисса (5). Единственность решения задачи вытекает изполнота ортонормированных систем (6).

Теорема 1. Если существует решение задачи (1)-(4).то оно единственно только тогда, когда выполнены условия

$$\Delta_k(\alpha,\beta)=\mu_k \cos\frac{1}{2}\mu_k\alpha \cdot sh\frac{1}{2}v_k\beta + v_k \sin\frac{1}{2}\mu_k\alpha \cdot ch\frac{1}{2}v_k\beta \ne 0$$

при всех $k \in N \cup \{0\}$, $v_k=\sqrt{4\left(\lambda_k^4+b^2\right)+1}$, $\mu_k=\sqrt{4\left(\lambda_k^4+b^2\right)-1}$, $\lambda_0=0$.

Теорема 2. Если функции $\varphi(x)$ и $\psi(x)$ удовлетворяют условиям: $\varphi(x),\psi(x) \in C^5[0,1]$, $\varphi(0)=0$, $\varphi'(0)=\varphi'(1)$, $\varphi''(1)=0$, $\varphi'''(0)=\varphi'''(1)$, $\psi(0)=0$, $\psi'(0)=\psi'(1)$, $\psi''(1)=0$, $\psi'''(0)=\psi'''(1)$, $\varphi^{(IV)}(0)=\psi^{(IV)}(0)=0$ и выполнены условия $\left|\Delta_k(\alpha,\beta)\right| \ge C k^2 e^{\lambda_k^2\beta}$, то существует единственное решение задачи (1)-(4).

Список использованной литературы

1. Berdyshev A.S., Cabada A., Kadirkulov B.J. The Samarskii–Ionkin type problem for the fourth order parabolic equation with fractional differential operator // Computers and Mathematics with Applications 62 (2011) 3884–3893

О ЗАДАЧЕ ДИРИХЛЕ ДЛЯ ТРЕХМЕРНОГО УРАВНЕНИЯ СМЕШАННОГО ТИПА С ТРЕМЯ ПЛОСКОСТЯМИ ИЗМЕНЕНИЯ ТИПА В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДЕ

Гималтдинова А.А.

Уфимский государственный нефтяной технический университет, Уфа, Россия

E-mail: aa-gimaltdinova@mail.ru

Рассмотрим уравнение смешанного эллиптико-гиперболического типа

$$Lu \equiv (sgn\,x)u_{xx} + (sgn\,y)u_{yy} + (sgn\,z)u_{zz} = 0,$$

в области $\Omega = \{(x,y,z) \in R^3 | -1 < x < 1, -1 < y < 1, -\alpha < z < \beta\}$,где α, β – заданные действительные положительные числа.

Задача Дирихле. Найти функцию $u(x,y,z)$, удовлетворяющую условиям

$$u(x,y,z) \in C^1(\bar{\Omega}) \cap C^2(\Omega),$$

$$Lu(x,y,z)=0, \ (x,y,z) \in \cup_{i=1}^{8}\Omega_i,$$

$$u(x,y,z)|_{x=-1} = u(x,y,z)|_{x=1} = 0, \quad -1 \le y \le 1, -\alpha \le z \le \beta,$$

$$u(x,y,z)|_{y=-1} = u(x,y,z)|_{y=1} = 0, \quad -1 \le x \le 1, -\alpha \le z \le \beta,$$
$$u(x,y,z)|_{z=-\alpha} = f(x,y), \qquad u(x,y,z)|_{z=\beta} = g(x,y), \quad -1 \le x \le 1, -1 \le y \le 1,$$
где $f(x,y), g(x,y)$ – заданные достаточно гладкие функции, Ω_i–подобласти области Ω, расположенные в 1-8 октантах пространства *OXYZ*.

Задача является продолжением и обобщением работы [1] на случай трехмерного пространства.

В работе используется метод разделения переменных, устанавливается критерий единственности решения задачи. Решение задачи ищется в виде суммы ряда по биортогональной системе двух взаимно-сопряженных задач для обыкновенного дифференциального оператора второго порядка с разрывным коэффициентом при старшей производной.

Список использованной литературы

1. Гималтдинова А.А. Задача Дирихле для уравнения Лаврентьева –Бицадзе с двумя линиями изменения типа в прямоугольной области // Доклады Академии наук, 2015, Т.460, № 3, С.1-6.

ОБ ОДНОЙ ЛИНЕЙНОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ТРЁХМЕРНОГО УРАВНЕНИЯ СМЕШАННОГО ТИПА ВТОРОГО РОДА С ПОЛУНЕЛОКАЛЬНОЙ КРАЕВОЙ УСЛОВИЕ В ПРИЗМАТИЧЕСКОЙ НЕОГРАНИЧЕННОЙ ОБЛАСТИ

Джамалов С.З.[1], Сипатдинова Б.К.[2]

[1,2]*Институт математики имени В.И.Романовского при академии наук Республики Узбекистан*

E-mail: [1]siroj63@mail.ru, [2]sbiybinaz@mail.ru

В данной работе, для исследования однозначное разрешимости обратных задач для трехмерного уравнения смешанного типа второго рода в неограниченной призматической области предлагается метод, который основан на сведение обратной задачи к прямым полунелокальным краевым задачам для семейство нагруженных интегро-дифференциальных уравнений смешанного типа второго рода в ограниченной прямоугольной области [1-4].

Напомним, что нагруженным уравнением принято называть уравнение с частными производными, содержащее в коэффициентах или в правой части значения тех или иных функционалов от решения уравнения [5].

В области

$$G = (0,1)\times(0,T)\times R = Q\times R = \{(x,t,z); x\in(0,1), 0<t<T<+\infty, z\in R.\}$$

рассмотрим трехмерное уравнение Трикоми:

$$Lu = k(t)u_{tt} - \Delta u + a(x,t)u_t + c(x,t)u = \psi(x,t,z), \tag{1}$$

где $\Delta u = u_{xx} + u_{zz}$ - оператор Лапласа. Здесь $\psi(x,t,y) = g(x,t,y) + h(x,t)\cdot f(x,t,y)$, $g(x,t,y)$ и $f(x,t,y)$ -заданные функции, а функция $h(x,t)$ подлежит определению.

Линейная обратная задача. Найти функции $(u(x,t,z), h(x,t))$ удовлетворяющие уравнению (1) в области G, такие что, функция $u(x,t,z)$ удовлетворяет следующим полунелокальным краевым условиям

$$\gamma u\big|_{t=0} = u\big|_{t=T}, \tag{2}$$

$$u\big|_{x=0} = u\big|_{x=1} = 0, \tag{3}$$

Далее будем считать, что $u(x,t,z)$ и $u_z(x,t,z)\to 0$ при $|z|\to\infty$, $u(x,t,z)$ абсолютно интегрируема по z на R при любом (x,t) в $\overline{Q}$, (4)

с дополнительному условию