

$\lambda_r = \tilde{\lambda}_r, r = \overline{1, m+1}$ , то функция  $\tilde{x}(t)$ , определяемая равенствами  $\tilde{x}(t) = \tilde{\lambda}_r + \tilde{u}_r(t), t \in [\theta_{r-1}, \theta_r), r = \overline{1, m+1}, \tilde{x}(T) = \tilde{\lambda}_{m+1} + \lim_{t \rightarrow T-0} \tilde{u}_{m+1}(t)$ , является решением задачи (1)-(3).

Если  $\tilde{\lambda} = (\tilde{\lambda}_1, \tilde{\lambda}_2, \dots, \tilde{\lambda}_{m+1}) \in R^{n(m+1)}$  удовлетворяют (11), то справедливо соотношение:

**Теорема 1.** Для однозначной разрешимости (1)-(3) необходимо и достаточно, чтобы матрица  $Q(\theta): R^{n(m+1)} \rightarrow R^{n(m+1)}$  была обратимой.

**Теорема 2.** Задача (1)-(3) разрешима тогда и только тогда, когда вектор  $F(\theta) \in R^{n(m+1)}$ , составленный из заданные функции  $f(t) \in C([0, T], R^n)$ , и векторов  $d \in R^n, p_i \in R^n, i = \overline{1, m}$ , ортогонален к ядру транспонированную матрицу  $(Q(\theta))'$  т.е. для  $\forall \xi \in Ker(Q(\theta))'$  справедливо равенство  $(F(\theta), \xi) = 0$ , где  $(\cdot, \cdot)$  – скалярное произведение в  $R^{n(m+1)}$ .

### Список использованной литературы

1. Tleulesova A. Periodic boundary value problem for a system of ordinary differential equations with impulse effects International Conference on Analysis and Applied Mathematics (ICAAM 2016) AIP Conf. Proc. 1759, 020061-1 – 020061-5; . (Scopus CiteScore 2018=0.37)
2. Bakirova E.A., Kidirbayeva Zh.M., Tleulessova A.B. On one algorithm for finding a solution to a two-point boundary value problem for loaded differential equations with impulse effect// Bulletin of the Karaganda University. №3(87)/2017 Mathematics Series, C.43-50.
3. A.T.Assanova, A.B.Tleulessova. Non local problem for a system of partial differential equations of higher order with pulse actions Ukrainian Mathematical Journal (IF 0.518) Pub Date : 2020-06-16, DOI: [10.1007/s11253-020-01750-9](https://doi.org/10.1007/s11253-020-01750-9) 1821–1842(2020).

## ОСУЩЕСТВОВАНИИ РЕШЕНИЯ ВТОРОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ НЕОДНОРОДНОГО УРАВНЕНИЯ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА С КРАТНЫМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ

Умаров Р.А.

Наманганский инженерно-строительный институт, Наманган, Узбекистан

E-mail: [r.umarov1975@mail.ru](mailto:r.umarov1975@mail.ru)

В области  $D = \{(x, y): 0 < x < p, 0 < y < q\}$  рассмотрим следующее уравнение третьего порядка вида:

$$L(u) = U_{xxx} - U_{yy} + A_1 U_{xx} + A_2 U_x + A_3 U_y + A_4 U = g_1(x, y), \quad (1)$$

где  $A_i, p, q \in R, i = \overline{1, 4}, g_1(x, y)$  заданные, достаточно гладкие функции.

Заменой  $U(x, y) = u(x, y) e^{\frac{A_1}{3}x + \frac{A_3}{2}y}$ , уравнение (1) можно привести к виду

$$u_{xxx} - u_{yy} + a_1 u_x + a_2 u = g(x, y), \quad (2)$$

где  $a_1 = \frac{A_1^2}{3} + A_2, a_2 = \frac{2A_1^3}{27} + \frac{A_3^2}{2} - \frac{A_1 A_2}{3} + A_4, g(x, y) = g_1(x, y) \cdot e^{\frac{A_1}{3}x - \frac{A_3}{2}y}$ .

Отметим, что в работе [3] рассмотрен случай  $a_1 = a_2 = 0$

**Задача  $A_2$ .** Найти функцию  $u(x, y)$  из класса  $C_{x,y}^{3,2}(D) \cap C_{x,y}^{2,1}(\overline{D})$ , удовлетворяющую уравнению (2) и следующим краевым условиям:

$$u_y(x, 0) = 0, \quad u_y(x, q) = 0, \quad 0 \leq x \leq p,$$

$$u_{xx}(0, y) = \psi_1(y), \quad u(p, y) = \psi_2(y), \quad u_x(p, y) = \psi_3(y), \quad 0 \leq y \leq q,$$

где  $\psi_i(y), i = \overline{1, 3}, g(x, y)$  заданные достаточно гладкие функции.

**Теорема 1.** Если задача  $A_2$  имеет решение, то при выполнении условий  $a_1 \leq 0$ ,  $a_2 \geq 0$  оно единственно.

**Доказательство.** Предположим, обратное. Пусть задача  $A$  имеет два решения  $u_1(x, y)$  и  $u_2(x, y)$ . Тогда функция  $u(x, y) = u_1(x, y) - u_2(x, y)$  удовлетворяет однородному уравнению (2) с однородными краевыми условиями. Докажем, что  $u(x, y) \equiv 0$  в  $D$ .

В области  $D$  справедливо тождество

$$uL[u] = uu_{xx} - uu_{yy} + a_1uu_x + a_2u^2 = 0,$$

или

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( uu_{xx} - \frac{1}{2}u_x^2 + \frac{1}{2}a_1u^2 \right) - \frac{\partial}{\partial y} (uu_y) + u_y^2 + a_2u^2 = 0. \quad (3)$$

Интегрируя тождество (3) по области  $D$  и учитывая однородные краевые условия, получим

$$-\frac{1}{2}a_1 \int_0^q u^2(0, y) dy + \frac{1}{2} \int_0^q u_x^2(0, y) dy + \int_0^p \int_0^q u_y^2 dx dy + a_2 \int_0^p \int_0^q u^2 dx dy = 0.$$

Если  $a_1, a_2 \neq 0$ , из четвертого слагаемого, получим  $u(x, y) \equiv 0$ ,  $(x, y) \in \bar{D}$ . Если  $a_1 = a_2 = 0$ , тогда из третьего слагаемого  $u_y(x, y) = 0$ . Из уравнения и учитывая однородные краевые условия получим  $u(x, y) \equiv 0$ . Теорема доказана.

**Теорема 2.** Если выполняются следующие условия:

- 1)  $\psi_i(y) \in C^3[0, q]$ ,  $\psi_i'(0) = \psi_i'(q) = 0$ ,  $i = 1, 3$ .
- 2)  $\frac{\partial^2 g(x, y)}{\partial x \partial y} \in C[0, q]$ ,  $g(x, 0) = g(x, q)$ ,  $0 \leq x \leq p$ ;
- 3)  $0 \leq C < \min \left\{ \frac{1}{3p^2 + 2p^3}, \frac{\lambda_1^2}{Kp(\lambda_1 + 1)} \right\}$ ,

то решение задачи  $A_2$  существует. Здесь  $C = \max \{|a_1|, |a_2|\}$ ,  $\lambda_1 = \sqrt[3]{\left(\frac{\pi}{q}\right)^2}$ ,

$$K = \frac{16}{3} \left( 1 - \exp\left(-\frac{2\sqrt{3}\pi}{3}\right) \right)^{-1}.$$

Теорема 2 доказана и решения задачи  $A_2$  используя метода Фурье получена в виде:

$$\begin{aligned} u(x, y) = & \frac{1}{\sqrt{q}} \left( \alpha_0(x) + \int_0^p R_0(x, \xi) \alpha_0(\xi) d\xi + \rho_0(x) \right) + \\ & + \sqrt{\frac{2}{q}} \sum_{n=1}^{\infty} \cos\left(\frac{\pi n}{q} y\right) \int_0^p G_n(x, \xi) \lambda_n^3 f_n(\xi) d\xi + \\ & + \sqrt{\frac{2}{q}} \sum_{n=1}^{\infty} \cos\left(\frac{\pi n}{q} y\right) \left( \int_0^p R_n(x, \xi) \int_0^p G_n(x, s) \lambda_n^3 f_n(s) ds d\xi \right) + \sqrt{\frac{2}{q}} \sum_{n=1}^{\infty} \rho_n(x) \cos\left(\frac{\pi n}{q} y\right), \end{aligned} \quad (3)$$

здесь  $\alpha_0(x) = \int_0^p G_0(x, \xi) f_0(\xi) d\xi$ ,  $R_0(x, \xi) = \bar{G}_0(x, \xi) + \sum_{m=1}^{\infty} \bar{G}_m(x, \xi)$ ,

$$R_n(x, \xi) = \bar{G}_n(x, \xi) + \sum_{m=1}^{\infty} \bar{G}_{nm}(x, \xi), \quad \bar{G}_0(x, \xi) = a_1 G_{0\xi}(x, \xi) - a_2 G_0(x, \xi),$$

$$\bar{G}_n(x, \xi) = a_1 G_{n\xi}(x, \xi) - a_2 G_n(x, \xi),$$

$G_0(x, \xi)$  функция Грина для задачи:

$$\begin{cases} V_0''' = 0, \\ V_0''(0) = V_0(p) = V_0'(p) = 0, \end{cases}$$

$G_n(x, \xi)$  функция Грина для задачи:

$$\begin{cases} V''' + \lambda_n^3 V = 0, \\ V''(0) = V(p) = V'(p) = 0, \end{cases}$$

Доказана равномерная сходимость ряд (3) и его производная входящие в уравнения (2), используя условия на заданных функций.

### Список использованной литературы

1. Апаков Ю.П. О решении краевой задачи для уравнения третьего порядка с кратными характеристиками // Украинский математический журнал. - Киев. 2012. Т.64. № 1. С. 1-11.
2. Иргашев Б. Ю. Краевая задача для одного вырождающего уравнения высокого порядка с младшими членами // Bulletin of the Institute of Mathematics. – 2019. – №. 6. – С. 23-29.
3. Apakov, Y.P., Umarov, R.A. Solution of the Boundary Value Problem for a Third Order Equation with Little Terms. Construction of the Green's Function. Lobachevskii J Math 43.

## ЗАДАЧА ТРИКОМИ-НЕЙМАНА ДЛЯ ТРЕХМЕРНОГО УРАВНЕНИЯ СМЕШАННОГО ТИПА С СИНГУЛЯРНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

Уринов А.К., Каримов К.Т.

Ферганский государственный университет, Фергана, Узбекистан

E-mail: [urinovak@mail.ru](mailto:urinovak@mail.ru), [karimovk80@mail.ru](mailto:karimovk80@mail.ru)

В работе исследована задача Трикоми-Неймана для трехмерного уравнения смешанного типа с тремя сингулярными коэффициентами в смешанной области, для которого эллиптическая часть состоит из четверти цилиндра, а гиперболическая часть из прямоугольной призмы. Доказано однозначной разрешимости поставленной задачи в классе регулярных решений.

Пусть  $\Omega$  - трехмерная область, ограниченная цилиндрической поверхностью

$$S_0 = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 = 1, x > 0, y > 0, z \in (0, c)\}, \text{ прямоугольниками}$$

$$S_1 = \{(x, y, z) : x \in (1/2, 1), x - y = 1, z \in (0, c)\}, \quad S_2 = \{(x, y, z) : x \in (0, 1/2), x + y = 0, z \in (0, c)\},$$

$$S_3 = \{(x, y, z) : x = 0, y \in (0, 1), z \in (0, c)\} \text{ и плоскими фигурами } S_4 = M_0 \cup I_1 \cup M_1,$$

$$S_5 = M_2 \cup I_2 \cup M_3, \quad \text{где } M_1 = \{(x, y, z) : -y < x < 1 + y, -1/2 < y < 0, z = 0\},$$

$$M_0 = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 < 1, x > 0, y > 0, z = 0\}, \quad M_2 = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 < 1, x > 0, y > 0, z = c\},$$

$$M_3 = \{(x, y, z) : -y < x < 1 + y, -1/2 < y < 0, z = c\}, \quad I_1 = \{(x, y, z) : x \in (0, 1), y = 0, z = 0\},$$

$$I_2 = \{(x, y, z) : x \in (0, 1), y = 0, z = c\}.$$

В области  $\Omega$  рассмотрим уравнение