ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДОВ КОНЕЧНЫХ РАЗНОСТЕЙ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ЭЙЛЕРА.

Шоев М.А.[1], Абдухамидов С.К.[2]

Ферганский политехнический институт, Фергана, Узбекистан[1]

Институт МИСС им М.Т. Уразбоева АН РУз,Ташкент Узбекистан[2]

E-mail: shoyevmardonbek1@gmail.com, *Sardor.Abdukhamidov@mail.ru*

Введение: В этой статье описаны и подробно изучены различные конечно-разностные схемы, с помощью которых можно решать простейшие модельные уравнения. Мы ограничимся рассмотрением уравнения Эйлера. **Уравнение Эйлера** – это уравнение гидродинамики, которое описывает движение потока идеальной жидкости и учитывает силы, воздействующие на жидкость. В модели Эйлера рассматривается идеальная жидкость, в которой отсутствуют теплопроводность (жидкость имеет постоянную температуру, не нагревается и не охлаждается) и вязкость (в жидкости не возникают силы трения. Поэтому силы, воздействующие на такую жидкость, сводятся к силам давления её собственных масс, гравитационным и инерционным силам [1].

1. Схема Лакса

$$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} + c\frac{u_{j+1}^n - u_{j-1}^n}{2\Delta x} = 0 \qquad (1)$$

$$\frac{u_j^{n+1} - (u_{j+1}^n + u_{j-1}^n)/2}{\Delta t} + c\frac{u_{j+1}^n - u_{j-1}^n}{2\Delta x} = 0 \qquad (2)$$

2.Метод Мак –Кормака

Предиктор

$$U_j^{\overline{n+1}} = U_j^n - c\frac{\Delta t}{\Delta x}(U_{j+1}^n - U_j^n) \qquad (3)$$

Корректор

$$U_j^{\overline{n+1}} = \frac{1}{2}\left[U_j^n + U_j^{\overline{n+1}} - c\frac{\Delta t}{\Delta x}(U_j^{\overline{n+1}} + U_{j-1}^{\overline{n+1}})\right] \qquad (4)$$

Математическая модель. Уравнение Эйлера[2].

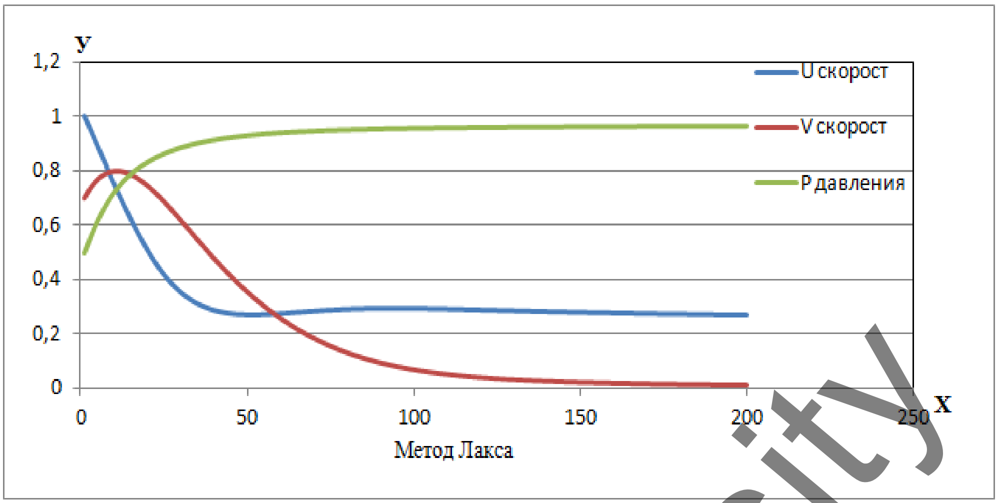
$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} + u\dfrac{\partial u}{\partial x} + V\dfrac{\partial u}{\partial y} + \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial P}{\partial x} = 0 \\ \dfrac{\partial V}{\partial t} + u\dfrac{\partial V}{\partial x} + V\dfrac{\partial V}{\partial y} + \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial P}{\partial y} = 0 \\ \dfrac{\partial P}{\partial t} + k(\dfrac{\partial u}{\partial x} + \dfrac{\partial V}{\partial y}) = 0 \\ \dfrac{\partial u}{\partial x} + \dfrac{\partial V}{\partial y} = 0 \end{cases} \qquad (5)$$

Для численного решения уравнения используется следующая формула[3].

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial \xi}{\partial x}\frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial x}\frac{\partial}{\partial \eta}, \quad \frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial \xi}{\partial y}\frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial y}\frac{\partial}{\partial \eta} \qquad (6)$$

Результаты расчетов.

На рис 1. Выведено сравнение результатов метода Лакса с методом Мак-Кормакадляскорости и давления.



а)

б)

Заключение. Проведено сравнение результатов расчёта. Показана, что эти конечно-разностные схемы является устойчивой конечно-разностной схемой. Эти схемы можно использовать для решения более сложных задач гидродинамики.

Список использованной литературы

1.Андерсон Д, Вычислительная гидромеханика и теплообмен//Москва «Мир»1990 г, 382 с.
2. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа // Масква. Наука, 1987.-678 с.
3. *Von Mises R.* “BernerkungenzurHydrodynamik”. Z. Angew. Math.u. Mech., 7, 425(1927)