

Әдебиеттер тізімі

1. Галлагер Р. Теория информации и надежная связь. -- М., Советское радио, 1974. -- 720 с.
2. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение. Изд. 2-е, испр. : Пер. с англ. – Издательский дом «Вильямс», 2004. – 1104 с.

ЗАМЕТКИ О СВЯЗНОСТИ В ПРОСТРАНСТВАХ С ПОРЯДКОВОЙ ТОПОЛОГИЕЙ

Макажанова Т.Х., Муканов А.А., Базылжанова А.С.

Карагандинский государственный университет им. академика Е.А. Букетова, Караганда, Казахстан

E-mail: aiger111086@mail.ru

X – пространство, наделенное отношением порядка « $>$ », подчиненным аксиомам [1]:

- 1) $x \geq x \quad \forall x \in X$;
- 2) $x \geq y, y \geq z \Rightarrow x \geq z$.

Запись $x \geq y$ означает выполнение одного из условий: $x > y$ или $x = y$.

Пусть $(a, b) = \{x \in X : a < x < b\}$, $(-\infty, a) = \{x \in X : x < a\}$, $(a, \infty) = \{x \in X : x > a\}$.

Топология τ , порожденная базой $B = \{(a, b), (-\infty, a), (a, \infty); a, b \in X\}$, называется [1] порядковой топологией в X .

В силу тривиальности случая, когда X является пустым или одноточечным множеством, везде далее считаем, что X содержит по меньшей мере две различные точки.

Понятия и свойства наибольшего (наименьшего), максимального (минимального) элементов заимствованы из [2].

Отметим некоторые особенности введенной порядковой топологии.

Предложение 1.

1. Если X имеет наибольший (наименьший) элемент x_0 , то для любого $a \in X, a \neq x_0$ множество $(a, x_0] = \{x \in X : a < x \leq x_0\}$ (соответственно $[x_0, a) = \{x \in X : x_0 \leq x < a\}$) будет открытой окрестностью точки x_0 .

2. Если X не ограничено сверху (снизу), т.е. не имеет наибольшего (наименьшего) элемента, и x_0 – максимальный (минимальный) элемент в X , то единственным открытым множеством, содержащим x_0 , а значит и единственной окрестностью точки x_0 , является все пространство X .

Для введенной топологии рассмотрим свойства, касающиеся понятия связности подмножеств топологического пространства.

Предложение 2. Пусть X неограниченно сверху пространство, тогда всякое подмножество в X , имеющее максимальный элемент, является связным.

Доказательство. Пусть $C \subset X$, $x_0 \in C$ и x_0 – максимальный элемент в X . В силу того, что X не ограничено сверху, элемент x_0 не является наибольшим в X .

Пусть A и B – открытые подмножества в X : $C \subset A \cup B$ и $C \cap A \cap B = \emptyset$. Так как $x_0 \in C$, то x_0 принадлежит одному из множеств A или B , пусть $x_0 \in A$.

Из предложения 1 открытости множества A и максимальной x_0 следует, что $A = X$, т.е. $C \cap A \cap B = C \cap X \cap B = C \cap B = \emptyset$. Из равенства $C \cap B = \emptyset$ и определения связного множества [1] получаем связность множества C .

Замечание. Для неограниченных снизу пространств X справедлив аналогичный результат: всякое подмножество, содержащее минимальный элемент, является связным.

Список использованных источников

1. Александрян Р.А., Мирзаханян Э.А. Общая топология. – М.:ВШ, 1979. – С. 20-23, 284, 322.
2. Вулих Б.З. Введение в теорию полуупорядоченных пространств. – М.: Физматгиз, 1961. – С. 20-21.