где матрица $W(t_0,t_1)=\int_{t_0}^{t_1}\Sigma(t_0,t)\,B_2(t)B_2^*(t)\Sigma^*(t_0,t)\,dt$ порядка $(n+m_2)\times(n+m_2)$ – положительно определенная, $\Sigma(t,\tau)=\sigma(t)\sigma^{-1}(\tau), \sigma(t)-$ фундаментальная матрица решений линейный однородный системы $\dot{\lambda}=A_2(t)\lambda$.

На втором этапе исследования посторение решения задача (1)–() сведено к решению задачи оптимального управления: минимизировать функционал

$$J(v,x_0,x_1,d,w)=\int_{t_0}^{t_1}[|v(t)+\lambda_1(t,\xi_0,\xi_1)+N_1(t)z(t_1,v)-PP_1y(t)|^2+ \\ +|w(t)-L(t)P_1y(t)|^2]dt\to\inf \quad (9)$$

при условиях:

$$\dot{z}=A_2(t)z+B_2(t)v(t),\quad z(t_0)=0,\quad v(t)\in L_2(I,R^m), \quad (10)$$

$$(x_0,x_1)\in S, d\in\Gamma, \xi_0=(x_0,o_{m_1}), \xi_1=(x_1,\bar{c}), \quad (11)$$

$$w(t)\in W=\{w(t)\in L_2(I,R^s)\mid \omega(t)\le w(t)\le\varphi(t), t\in I\}. \quad (12)$$

Вычислены производные Фреше функционала по (v,x_0,x_1,d,w) и построены минимизирующие последовательности в функциональном пространстве. Получены оценка сходимости минимизирующих последовательностей.

Создана новая конструктивная теория каревых задач для линейных обыкновенных дифференциальных уравнений с фазовыми и интегральными ограничениями без привлечения функции Грина.

Список литературы

[1] Aisagaliev S.A.,Kalimoldaev M.N. *Constructive method of solving a foundary value problem for ordinary differential equations* // Differential Equations, 2015,5(12),pp.149-162.

[2] Aisagaliev S.A.,Zhunussova Zh.Kh. *To the foundary value problem of ordinary differential equations*// Electronic Journal of qualitative Theory of differential Equations,2015,№ 57, pp. 1-17.

РИМАН–ЛИУВИЛЛЬДІҢ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ОПЕРАТОРЫ

Нұрсәуле Ахтай[1]

[1]Академик Е.А.Бөкетов атындағы Қарағанды университеті, Қарағанды қаласы, Қазақстан
[1]E-mail: nrsulea@gmail.com

Бөлшек ретті интегралдық және дифференциалдық операторлардың теориясы қазіргі математикалық талдаудың маңызды бағыттарының бірі болып табылады. Бұл салада Риман–Лиувилльдің интегро-дифференциалдық операторы ерекше орын алады, өйткені ол классикалық дифференциалдық және интегралдық есептеулерді бөлшек реттерге жалпылауға мүмкіндік береді [1]. Бұл операторлардың қолданылу аясы физикадан бастап инженериялық есептерге дейін кеңейген, сонымен қатар олар фракталдық процестерді, материалдар механикасын және басқа да күрделі жүйелерді модельдеуде пайдаланылады [2]. Осы зерттеуде Риман–Лиувилльдің бөлшек ретті интегралдау және дифференциалдау операторларының негізгі қасиеттері және Лаплас түрлендіруінің көмегімен талдауы қарастырылады [3, 4].

Интегралдық операторды I арқылы белгілейік, ол $f(x)$ функциясына келесі түрде әсер етеді:

$$If = \int_0^x f\left(t\right)dt$$

Егер интегралдық I операторын $f(x)$ функциясына қатарынан n рет қолдансақ, келесі өрнекке ие боламыз:

$$I^2 f = \int_0^x \int_0^t f\left(s\right)dsdt = \int_0^x f\left(s\right)\left(x-s\right)ds$$

$$I^n f = \frac{1}{(n-1)!}\int_0^x f\left(s\right)\left(x-s\right)^{n-1}ds. \quad (1)$$

$(n-1)!$ -ді (n) функциясымен алмастырсақ, онда (1) өрнектегі n-нің мәні бүтін сан болмауы да мүмкін, және осылайша біз бөлшек ретті интеграл ұғымына келеміз.

$f(x) \in L[a,b]$ болсын, келесі түрдегі өрнек:

$$D_{ax}^{-\alpha} f(x) = \frac{sign(x-a)}{\Gamma(\alpha)}\int_a^x \frac{f(t)dt}{|x-t|^{1-\alpha}},\ \alpha > 0$$

Бұл өрнек Риман–Лиувилльдің α ретті бөлшек интегралы деп аталады, мұндағы интегралдау басы а нүктесінде, ал соңы х нүктесінде орналасқан.

$[a,b]$ кесіндісінде анықталған $f(x)$ функциясы үшін келесі түрдегі өрнек:

$$D_{ax}^{\alpha} f(x) = \mathrm{sign}^n(x-a)\frac{d^n}{dx^n}D_{ax}^{\alpha-n} f(x),$$

Бұл өрнек Риман–Лиувилльдің α ретті бөлшек туындысы деп аталады, мұндағы $\alpha \in]n-1,n], n \in N$.

Басталуы $a=0$ нүктесінде орналасқан бөлшек интегро-дифференциалдау операторы конволюция арқылы келесі түрде өрнектеледі:

$$D_{0x}^{-\alpha} u(x) = u(x) * \frac{x^{\alpha-1}}{\Gamma\left(\alpha\right)},\ \alpha > 0$$

$$D_{0x}^{\alpha} u\left(x\right) = \frac{d^n}{dx^n}\left(u\left(x\right) * \frac{x^{n-\alpha-1}}{\Gamma\left(n-\alpha\right)}\right),\ \alpha \in]n-1,n], nN$$

Екі функцияның конволюциясын бөлшек дифференциалдауға арналған формула дәлелденген:

$$D_{0x}^{\alpha}(f*g)(x) = (D_{0x}^{\alpha} g * f)(x) + f(x)\lim_{x\to 0} D_{0x}^{\alpha-1} g(x), \quad 0 < \alpha \leq 1.$$

Егер $G(p) - g(x)$ функциясының Лаплас түрлендіруі болса, онда белгілі:

$$\mathcal{L}\left\{D_{0x}^{-\alpha} g(x); p\right\} = p^{-\alpha} G(p),\ \alpha > 0.$$

Сондықтан, егер $0 < \alpha \leq 1$ болса, онда

$$\mathcal{L}\{D_{0x}^{\alpha} g(x); p\} = \mathcal{L}\left\{\frac{d}{dx} D_{0x}^{\alpha-1} g(x); p\right\} = p^{\alpha} G(p) - \lim_{x\to 0} D_{0x}^{\alpha-1} g(x).$$

ал егер $n-1 < \alpha \leq n$ болса, онда

$$\mathcal{L}\left\{D_{0x}^{\alpha} g(x); p\right\} = p^{\alpha} G\left(p\right) - \sum_{k=0}^{n-1} p^{k} \left[D_{0x}^{\alpha-k-1} g\left(x\right)\right]_{x=0}.$$

Риман-Лиувилль бөлшек интегралдау әдісі қозғалыс теңдеулеріндегі үйкеліс күштерін модельдеуде қолданылады. Бұл әдіс медицинада дәрі-дәрмектің организмде бөліну динамикасын зерттеуге мүмкіндік береді. Электротехникада конденсаторлардың бөлшек ретті разрядталу процестерін сипаттау үшін пайдаланылады. Материалтануда фракталдық құрылымдардың механикалық қасиеттерін талдауға арналған модельдерде қолданыс табады. Финанс математикасында нарықтық трендтердің бөлшек ретті дифференциалдық теңдеулер арқылы болжамы жасалады.

Әдебиеттер тізімі

[1] Джрбашян М.М., Нерсесян А.Б. Дробные производные и задача Коши для дифференциальных уравнений дробного порядка // Изв. Акад. Наук Арм. ССР. 1968. 3:1. С. 3–29.

[2] Летников А.В. Теория интегрирорвания с произвольным указателем // Мат. сб. 1868. Т. 3. С. 1–68.

[3] Бейтмен Г., Эрдейи А. Таблицы интегральных преобразований: Преобразования Фурье, Лапласа, Меллина. Том 1. М.: Наука, 1969. 344 с.

[4] Краснов М.Л. Интегральные уравнения. М.: Наука, 1975. 304 с.

БІР ӨЛШЕМДІ ПСЕВДОГИПЕРБОЛАЛЫҚ ТЕҢДЕУ ҮШІН КЕРІ ЕСЕПТІҢ ШЕШІМДІЛІГІ

Байкен Жұлдыз Саматқызы[1]

[1]Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан
[1]E-mail: baikenzhuldyzmm@gmail.com

Есептің қойылымы. $Q = \{(x,t) : 0 < x < l, 0 < t < T\}$ тіктөртбұрышында псевдогиперболалық теңдеу үшін интегралдық қосымша шартпен қойылған кері есепті қарастырайық

$$u_{tt} - u_{xxt} - u_{xx} + b|u_t|^{p-2} u_t = f(t) g(x,t), \quad (x,t) \in Q \tag{1}$$