2. Пусть $K \underset{q}{\prec} M\left(c_0, c_1\right)$. Тогда, для интегральных мажорант справедливы оценки

$$\tilde{\lambda}_{K,q}(t) \le \left[c_0^{\,q}\, \tilde{\lambda}_{M,q}(t)^q + c_1^{\,q}\right]^{1/q}, \quad t \in (0,T),\ 0 < q < 1;$$

$$\tilde{\lambda}_{K,q}(t) \le \left[c_0\, \tilde{\lambda}_{M,q}(t) + c_1\right], \quad t \in (0,T),\ 1 \le q < \infty.$$

Замечание 1. В случае эквивалентности конусов получаем взаимные оценки соответствующих мажорант.

Замечание 2. Из поточечного накрывания (эквивалентности) конусов следует их $q-$интегральное накрывание (эквивалентность) с теми же константами накрывания (эквивалентности).

Благодарности. Работа двух первых авторов выполнена в Математическом институте им. В. А. Стеклова РАН при финансовой поддержке гранта Российского Научного Фонда, Проект №19-11-00087, https://rscf.ru/project/19-11-00087/ .

Список использованной литературы

1. BokayevN. A., GoldmanM. L., KarshyginaG. Zh. Cones of functions with monotonicity conditions for generalized Bessel and Riesz potentials. Math. Notes. 2018. Vol. 104, No. 3, pp. 356–373.

2. Bokayev N. A., Goldman M. L., Karshygina G. Zh. Criteria for embeddings of generalized Bessel and Riesz potential spaces in rearrangement invariant spaces. Eurasian Math. Journal. 2019. Vol. 10, No. 2, pp. 8–29.

3. Goldman M. L. On optimal embedding of generalized Bessel and Riesz potentials. Proc. Steklov Inst. Mathem. 2010. Vol. 269, pp. 101–123.

НАЗАРОВ-ПОДКОРЫТОВ ЛЕММАСЫНЫҢ КОММУТАТИВТІ ЕМЕС АНОЛОГЫ

Дәуітбек Д., Төленов Қ.С.

Математика және математикалық модельдеу институты, Алматы, Қазақстан

Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан

E-mail: dauitbek@math.kz; tulenov@math.kz

Айталық H комплекс Гильберт кеңістігі және $B(H)-H$ кеңістігіндегі барлық сызықтық шенелген операторлардың алгебрасы болсын. $\mathcal{M} \subseteq B(H)$ арқылы сенімді қалыпты жартылай ақырлы τ ізімен жабдықталған жартылай ақырлы фон Нейман алгебрасын белгілейік. $(\mathcal{M}, \tau)$ жұбы коммутативті емес өлшем кеңістігі деп аталады. Егер HГильберт кеңістігіндегі тұйық және тығыз анықталған x операторы $\mathcal{M}$ фон Нейман алгебрасының $\mathcal{M}'$ коммутантындағы әрбір u унитар операторы үшін $u^*xu = x$ болса, онда x операторын $\mathcal{M}$ −мен байланысқан деп атаймыз. Егер $\mathcal{M}$ −мен байланысқан x операторы және әрбір $\varepsilon > 0$ үшін $p(H) \subset dom(x)$және$\tau(1-p) < \varepsilon$ орындалатындай$p \in \mathcal{M}$ проекциясы бар болса, онда x операторын τ-өлшемді деп атаймыз. Барлық τ-өлшемді операторлар жиыны $\mathcal{L}_0(\mathcal{M})$ арқылы белгіленеді. Өз-өзіне түйіндес $x \in \mathcal{L}_0(\mathcal{M})$ операторы және $\mathcal{B} \subset \mathbb{R}$ Borel жиыны берілген болса, оның спектрлік проекциясын $e^{|x|}(\mathcal{B})$ арқылы белгілейміз. $x \in \mathcal{L}_0(\mathcal{M})$ болсын,

$$d(s;x) = \tau\left(e^{|x|}(s,\infty)\right), \qquad -\infty < s < \infty$$

арқылы x операторының үлестірім функциясы анықталады.

$f(x) = x,\ x \ge 0$ функциясы үшін [2, Лемма 3. (ii)] қолданып,

$$\tau(|x|^p) = p\int_0^{+\infty} s^{p-1}\tau\left(e^{|x|}(s,\infty)\right)ds = p\int_0^{+\infty} s^{p-1} d(s;x)ds$$

аламыз.$x \in \mathcal{L}_0(\mathcal{M})$

$$\mu(t;x) = inf\{s > 0: d(s;x) \le t\}, \quad t > 0$$

арқылы x операторының жалпыланған сингуляр мәнді функциясы анықталады [3, 4].

Бұл келесі теорема Назаров-Подкорытов леммасының [1, 5] коммутативті емес $\mathcal{L}_p$ кеңістігіндегі аналогы болып табылады.

Теорема 1. $x, y \in \mathcal{L}_0(\mathcal{M})$ операторлары

$$d(s;x)\begin{cases}\leq d(s;y), & \text{егер } s < s_0;\\ \geq d(s;y), & \text{егер } s > s_0\end{cases}$$

шартын қанағаттандыратындай етіп таңдалсын. Егер

$$\tau(|x|^{p_0} - |y|^{p_0}) \geq 0$$

орындалатындай $p_0 \geq 1$ бар болып және $|x|^p$ және $|y|^p$ операторларының ең болмағанда біреуінің $p > p_0$ және $|x|^p - |y|^p \in \mathcal{L}_1(\mathcal{M})$ қамтамасыз етілгенде ақырлы ізі бар болсын деп ұйғарайық. Онда

$$\tau(|x|^p - |y|^p) \geq 0$$

Дербес жағдайда,

$$\|y\|_p \leq \|x\|_p.$$

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Astashkin S. V., Lykov K. V., Milman M. Majorization revisited: Comparison of norms in interpolation scales // arXiv preprint arXiv:2107.11854, 2021.
2. Bekjan T.N., Hardy-Littlewood maximal function of τ −measurable operators // J. Math. Anal. Appl. – 2006. – Vol. 322, №1. – P. 87-96.
3. Fack T, Kosaki H., Generalized s-numbers of τ -measurable operators // Pacific J. Math. – 1986. – Vol. 123, №2. – P. 269-300.
4. Lord S., Sukochev F., Zanin D. Singular traces. Theory and applications // De Gruyter Studies in Mathematics, №46. - Berlin: De Gruyter, 2013. - 469 p.
5. Nazarov F.L., Podkorytov A.N. Ball, Haagerup, and distribution functions // Compl. Anal. Operators and Rel. Topics. Oper. Theory: Adv. and Appl. – 2000. – Vol. 113. – P. 247-267.

ч

ОБ ОПЕРАТОРЕ СВЕРТКИ В ЛОКАЛЬНОМ ПРОСТРАНСТВЕ МОРРИ

Канкенова А.М. [1], Нурсултанов Е.Д.[2]

[1]*Евразийский национальный университет им. Л.Н.Гумилева, Нур-Султан, Казахстан,*
[2]*Казахстанский филиал МГУ им. М.В.Ломоносова, Нур-Султан, Казахстан*

E-mail:ayagoz.zhantakbayeva@yandex.ru, er-nurs@yandex.ru

Пусть $k \in \mathbb{Z}$. Обозначим через G_k множество всех кубов в $\mathbb{R}^n$ вида

$$[0, 2^k)^n + 2^k m, \quad m \in \mathbb{Z}^n.$$

Очевидно, что $\mathbb{R}^n = \coprod_{Q \in G_k} Q$, здесь $\coprod Q$означает объединение непересекающихся множеств.

Множество $\mathbb{G} = \coprod_{k \in Z} G_k$ называется семейством диадических кубов в $\mathbb{R}^n$. Заметим, что каждый куб $Q \in G_k$ разбит на 2^n кубов из G_{k-1}.

Семейство взаимно непересекающихся кубов $\mathcal{T} = \{Q\} \subset \mathbb{G}$ называется локальным разбиением пространства $\mathbb{R}^n$ если:

1) $\mathbb{R}^n = \overline{\coprod_{Q \in \mathcal{T}} Q}$, где черта обозначает замыкание;
2) $|T \cap G_k| < \infty$.Здесь и далее |A| — количество элементов в множестве A.

Пусть $\lambda \in \mathbb{R}$, $0 < p, q \leq \infty$ и $T = \{Q\}$ — локальное разбиение $\mathbb{R}^n$. Определим локальное пространство Морри $LM^{\lambda}_{p,q}(\mathcal{T})$как множество измеримых функций f для которых

$$\|f\|_{LM^{\lambda}_{p,q}(\mathcal{T})} = \left(\sum_{k \in Z}\left(2^{-k\lambda}\sum_{Q \in T_k = T \cap G_k}\|f\|_{L_p(Q)}\right)^q\right)^{\frac{1}{q}} < \infty .$$

Здесь и далее выражения $\left(\int_{\Omega} |\phi(t)|^q \frac{dt}{t}\right)^{\frac{1}{q}}$и $(\sum_{k\epsilon\Omega}|a_k|^q)^{\frac{1}{q}}$ при $q = \infty$ понимаются как $\sup_{x\epsilon\Omega}|\phi(x)|$, $\sup_{k\epsilon\Omega}|a_k|$, соответственно.

Данная шкала пространств при λ>0 охватывает пространства