Список использованной литературы

1. Кусаинова Л.К. Теоремы вложения и интерполяции весовых пространств Соболева // Дисс. на соискание докт. физ.-матем. наук. – Алматы: Ин-т матем. МОН РК, 1999.
2. Като Т. Теория возмущений линейных операторов. М.: Мир, 1972. – 740 с.
3. Бесов О.В., Ильин В.П., Никольский С.М. Интегральные представления функций и теоремы вложения. М.: Наука, 1975. – 480 с.

ОБ УСЛОВИЯХ КОМПАКТНОСТИ КОММУТАТОРА ДЛЯ ПОТЕНЦИАЛА РИССА В ЛОКАЛЬНЫХ ПРОСТРАНСТВАХ ТИПА МОРРИ.

Матин Д.Т.
Евразийский национальный университет имени Л.Н.Гумилева, Нур-Султан, Казахстан
E-mail:d.matin@mail.ru

В данной работе получены достаточные условия компактности коммутатора для потенциала Рисса *[b,α]* в этих пространствах.

Определение 1. Пусть $0 < p,\theta \le \infty$, и пусть w неотрицательная, измеримая функция в $(0,\infty)$. Мы обозначим через $LM_{p\theta}^{w(\cdot)}$ локальное пространство типа Морри. Это пространство всех функции $f \in L_p^{loc}(R^n)$ с конечной квазинормой:

$$\|f\|_{LM_{p\theta}^{w(\cdot)}} \equiv \|f\|_{LM_{p\theta}^{w(\cdot)}(R^n)} = \left\| w(r) \|f\|_{L_p(B(0,r))} \right\|_{L_\theta(0,\infty)}.$$

Обозначим через Ω_θ множество всех функций, которые являются неотрицательными, измеримыми на $(0,\infty)$, не эквивалентные 0 и такие, что для некоторого $t > 0$

$$\|w(r)\|_{L_\theta(t,\infty)} < \infty.$$

Пространство $LM_{p\theta,w(\cdot)}$ нетривиально, то есть состоит не только из функций, эквивалентных 0 на R^n, тогда и только тогда, когда $w \in \Omega_\theta$.

В работе приводятся достаточные условия компактности коммутатора для потенциала Рисса $[b, I_\alpha]$ в обобщенных пространствах Морри M_p^w. Результаты этого подраздела были опубликованы в [47, 48, 49].

Потенциал Рисса I_α порядка $\alpha(0 < \alpha < n)$ играет важную роль в гармоническом анализе и в теории потенциалов, и определяется следующим образом

$$I_\alpha f(x) = C_{n,\alpha} \int_{\mathrm{R}^n} \frac{f(y)}{|x-y|^{n-\alpha}} dy, \text{где } C_{n,\alpha} = \frac{\Gamma\left(\frac{n-\alpha}{2}\right)}{2^\alpha \pi^{\frac{n}{2}} \Gamma\left(\frac{\alpha}{2}\right)}.$$

Для функции $b \in L_{loc}(\mathrm{R}^n)$ через M_b обозначим мультипликационный оператор $M_b f = bf$, где f - измеримая функция. Тогда коммутатор для потенциала Рисса I_α и оператора M_b определяется равенством

$$[b, I_\alpha] = M_b I_\alpha - I_\alpha M_b = C_{n,\alpha} \int_{\mathrm{R}^n} \frac{[b(x) - b(y)] f(y)}{|x-y|^{n-\alpha}} dy.$$

Потенциалам Рисса I_α посвящены работы [50], [51].

Говорят, что функция $b(x) \in L_\infty(\mathrm{R}^n)$ принадлежит пространству $BMO(\mathrm{R}^n)$, если

$$\|b\|_* = \sup_{Q\subset \mathbb{R}^n} \frac{1}{|Q|}\int_Q |b(x)-b_Q|dx = \sup_{Q\in \mathbb{R}^n} M(b,Q) < \infty,$$

где Q - куб из $\mathbb{R}^n$ и $b_Q = \frac{1}{|Q|}\int_{\mathbb{R}^n} f(y)dy.$

Через $VMO(\mathbb{R}^n)$ обозначим BMO-замыкание пространства $C_0^\infty(\mathbb{R}^n)$, где $C_0^\infty(\mathbb{R}^n)$ множество всех функций из $C^\infty(\mathbb{R}^n)$ с компактным носителем.

Теорема 1. Пусть $1\le p_1 < p_2 < \infty$, $\alpha = n(\frac{1}{p_1}-\frac{1}{p_2})$, или $1\le p_1<\infty$, $1\le p_2<\infty$ и $n(\frac{1}{p_1}-\frac{1}{p_2}) < \alpha < \frac{n}{p_1}$, $\alpha < n(1-\frac{1}{p_2})$, $0<\theta_1\le\theta_2\le\infty, \theta_1\le 1, w_1\in\Omega_{p_1\theta_1}, w_2\in\Omega_{p_2\theta_2}$, и пусть

$$\left\| w_2(r)\frac{r^{\frac{1}{p_2}}}{(t+r)^{\frac{n}{p_1}-\alpha}} \right\|_{L_{\theta_2}(0,\infty)} \le c\|w_1(r)\|_{L_{\theta_1}(t,\infty)}$$

для всех $t>0$, где $c>0$ не зависит от t. Тогда оператор I_α ограничен из $LM^{w_1}_{p_1\theta_1}$ в $LM^{w_2}_{p_2\theta_2}$.

Данная работа финансируется Комитетом науки Министерства образования и науки Республики Казахстан (грант №AP14969523).

Список использованной литературы

1 Bokayev N., Burenkov V.I. Matin D.T. On precompactness of a set in general local and global Morrey-type spaces // Eurasian Mathematical Journal. - Астана: ЕНУ, 2017. - Vol. 8, №3. - P. 109-115.

2 Bokayev N., Burenkov V.I. Matin D.T. On pre-compactness of a set in general local and global Morrey-type spaces // Internat. conf. on "Operators in Morrey-type spaces and applications" dedic. to 60-th Birthday of Professor Vagif S. Guliyev. - Kirsehir, 2017. - C. 76-77.

ОБ УСЛОВИЯХ ПРИНАДЛЕЖНОСТИ ПРОСТРАНСТВУ ЛОРЕНЦА СУММЫ РЯДОВ ПО СИСТЕМЕ УОЛША С МОНОТОННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

Мұхамбетжан М.А.[1], ТургумбаевМ.Ж.[2], Сулейменова З.Р[1]

[1]ЕНУ им. Л.Н.Гумилева, Нур-Султан, Казахстан,

[2]КарУ им. академика Е.А.Букетова, Караганда

manshuk-9696@mail.ru,mentur60@mail.ru,zr_s@mail.ru

Пусть $\{w_n(x)\}_{n=0}^\infty$ –система Уолша-Пэли:

$$\mathrm{w_n(x)} = r_k(x)\prod_{i=0}^{k-1}(r_i(x))^{\varepsilon_i}., \varepsilon_i = \{0,1\}.$$

где $r_k(x)$ -система Радемахера [1].

Пусть f - интегрируемая на [0,1] функция с рядом Фурье-Уолша

$$f(x) = \sum_{n=0}^\infty a_n\, w_n(x),$$

где $a_n = \int f(t)\, w_n(t)dt$ - коэффициенты Фурье-Уолша