

$$D_2 = \left\{ (x, y) : -\frac{1}{2} < x < 0, -x < y < 1+x \right\};$$

здесь a и b - заданные вещественные числа $(a^2 + b^2) \neq 0$ и $1 \leq \frac{b}{a} < \infty$,

$$Lu = \begin{cases} u_{xx} - u_y & \text{в } D_1, \\ u_{xx} - u_{yy} & \text{в } D_2. \end{cases}$$

Задача D. Требуется определить функцию $u(x, y)$ со следующими свойствами:

- 1) она непрерывна в замкнутой области \bar{D} ;
- 2) является регулярным решением уравнения (1) в области D при $x \neq 0$;
- 3) удовлетворяет следующим краевым условиям:
 $u(1, y) = \varphi_1(y), \quad 0 \leq y \leq 1, \quad u(x, 0) = f_1(x), \quad 0 \leq x \leq 1, \quad u_y(x, 0) = f_2(x), \quad 0 \leq x \leq 1,$

$$u_{yy}(x, 0) = f_3(x), \quad 0 \leq x \leq 1, \quad u|_{A_0C} = \psi_1(y), \quad \frac{1}{2} \leq y \leq 1,$$

$$\frac{\partial u}{\partial n}|_{A_0C} = \psi_2(y), \quad \frac{1}{2} \leq y \leq 1, \quad \frac{\partial^2 u}{\partial n^2}|_{A_0C} = \psi_3(y), \quad \frac{1}{2} \leq y \leq 1,$$

- 4) функция $u(x, y)$ и её производные до второго порядка удовлетворяют на отрезке AA_0 непрерывным условиям склеивания.

Здесь n - внутренняя нормаль к A_0C , $\varphi(y)$, $f_i(x)$, $\psi_i(y)$ ($i = \overline{1, 3}$) - заданные достаточно гладкие функции.

Доказательство существования и единственности поставленной задачи D проводится путём построения решения.

Список использованной литературы

1. Джураев Т.Д., Сопуев А., Мамажанов М. Краевые задачи для уравнения парабола-гиперболического типа. Т.: Фан, 1986, 220 с.

О ЗАДАЧЕ КОШИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ПАРАБОЛО-ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА

Муминов З.М., Самижонova С.А.

Ферганский государственный университет, Фергана, Узбекистан

E-mail: zaylobidinmuminov@mail.com, sohibasamazonova@gmail.com

Пусть

$$\Omega_1 = \{(x, y) : 0 < x < +\infty, \quad 0 < y < +\infty\}, \quad \Omega_2 = \{(x, y) : -\infty < x < 0, \quad 0 < y < +\infty\},$$

$$J = \{(x, y) : x = 0, \quad 0 < y < +\infty\}, \quad \Omega = \Omega_1 \cup J \cup \Omega_2.$$

Рассмотрим в области Ω уравнение

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial}{\partial x} + C \right) Lu = 0, \tag{1}$$

где $C \in \mathbb{R}$, $Lu = \begin{cases} u_{xx} - u_y & \text{в } \Omega_1, \\ u_{xx} - u_{yy} & \text{в } \Omega_2. \end{cases}$

Рассмотрим следующую задачу:

Задача K. Найти функцию $u(x, y)$ со следующими свойствами:

- 1) она непрерывна в замкнутой области

$$\bar{\Omega} = \Omega \cup \{(x, y) : y = 0, \quad -\infty < x < +\infty\}$$

вместе с производными до третьего порядка включительно;

- 2) является регулярным решением уравнения (1) в области $\Omega \setminus J$;

3) удовлетворяет следующим начальным условиям:

$$\begin{aligned} u(x,0) = f_1(x), \quad 0 \leq x < +\infty, \quad u_y(x,0) = f_2(x), \quad 0 \leq x < +\infty, \\ u(x,0) = \varphi_1(x), \quad -\infty < x \leq 0, \quad u_y(x,0) = \varphi_2(x), \quad -\infty < x \leq 0, \\ u_{yy}(x,0) = \varphi_3(x), \quad -\infty < x \leq 0, \end{aligned}$$

4) удовлетворяет на J следующим условиям склеивания:

$$\begin{aligned} u(-0, y) = u(+0, y) = \tau(y), \quad 0 \leq y < +\infty, \quad u_x(-0, y) = u_x(+0, y) = \nu(y), \quad 0 \leq y < +\infty, \\ u_{xx}(-0, y) = u_{xx}(+0, y) = \mu(y), \quad 0 \leq y < +\infty. \end{aligned}$$

Здесь через $\tau(y)$, $\nu(y)$, $\mu(y)$ обозначены неизвестные следы искомого решения и его производных, а $f_i(x)$, ($i=1,2$), $\varphi_j(y)$, ($j=1,2,3$) - заданные достаточно гладкие функции, причём они ограничены при $x \rightarrow \pm\infty$.

Доказательство существования и единственности поставленной задачи K проводится путём построения решения.

Список использованной литературы

1. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1977, 736 с.

РАЗРЕШИМОСТЬ СМЕШАННЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ С ИНВОЛЮЦИЕЙ

Мусирепова Е., Сарсенби А.А., Сарсенби А.А.

Южно-Казахстанский университет им. М. Ауезова, г. Шымкент, Казахстан

E-mail: abzhahan@gmail.com

Нами исследован вопрос разрешимости волнового уравнения с инволюцией

$$u_{tt}(x,t) = u_{xx}(x,t) - \alpha u_{xx}(-x,t) - q(x)u(x,t), \quad (x,t) \in \Omega, \quad (1)$$

с начальными данными

$$u(x,0) = \varphi(x), \quad u_t(x,0) = \psi(x), \quad -1 \leq x \leq 1, \quad (2)$$

и краевыми условиями следующих видов

$$1) u(-1,t) = u(1,t) = 0, \quad 2) u_x(-1,t) = u_x(1,t) = 0, \quad (3)$$

где $\Omega = \{-1 < x < 1, t > 0\}$, $-1 < \alpha < 1$, а функция $q(x)$ есть комплекснозначная функция.

Уравнение (1) с периодическими и антипериодическими краевыми условиями было изучено в работе [1].

Установлен следующий результат.

Теорема. Пусть выполнены следующие четыре условия: 1) все собственные значения спектральной задачи

$$L_\alpha X(x) \equiv -X''(x) + \alpha X''(-x) + q(x)X(x) = \lambda X(x) \quad (4)$$

простые; 2) $q(x) \in C^2[-1,1]$; 3) $\varphi(x) \in C^4[-1,1]$ и функции $\varphi(x)$, $L_\alpha \varphi$ удовлетворяют

условиям (3), (4), а функция $\psi(x) \in C^2[-1,1]$ и удовлетворяет краевым условиям (3).

Тогда смешанная задача (1) – (3) имеет единственное решение, которое представимо в виде ряда Фурье

$$u(x,t) = \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos \sqrt{\lambda_k} t + b_k \sin \sqrt{\lambda_k} t) X_k(x),$$

где $\{X_k(x)\}$ есть система собственных функций спектральной задачи (4).