ТЕОРЕМА ВЛОЖЕНИЯ В ПРОСТРАНСТВЕ БЕСОВА С БАЗИСОМ МУЛЬТИПЛИКАТИВНОЙ СИСТЕМЫ ПРАЙСА

Бимендина А.У., Токмагамбетов Н.С.
Карагандинский государственный университет им. академика Е.А. Букетова, Караганда, Казахстан
E-mail: bimend@mail.ru

Полные квазиметрические функциональные пространства Бесова являющиеся банаховым сыграло существенную роль в развитии гармонического анализа и нашло широкое применение в теории уравнений в частных производных, в вычислительной математике, в теории приближений, в рядах Фурье, в теории интерполяции линейных операторов.

В настоящей работе рассматривается условия принадлежности суммируемых функций с p-ой степенью в пространстве Бесова с базисом мультипликативной системы Прайса. Пространства Бесова $B^r_{p\theta}[0,1]$ с базисом мультипликативной системы Прайса рассмотрены в работах [1], [2], [3].

Пусть $\{\varphi_k(x)\}_{k=0}^{+\infty}$, $x \in [0,1]$ - мультипликативная система Прайса [4] и $L_p[0,1]$, $1 < p < +\infty$ пространство Лебега [5]. Рядом Фурье-Прайса функции f(x) по мультипликативной системе Прайса назовем ряд $\sum\limits_{\nu=0}^{+\infty} a_\nu \varphi_\nu(x)$, где $a_\nu = \int\limits_0^1 f(x)\varphi_\nu(x)$ - коэффициенты Фурье-Прайса.

Пусть $T_n(x) = \sum\limits_{\nu=0}^{n-1} a_\nu \varphi_\nu(x)$ линейный агрегат по мультипликативной системе Прайса. Наилучшее приближение функции $f \in L_p[0,1]$ посредством полиномов Прайса в пространстве $L_p[0,1]$ является

$$E_n(f)_p = \inf\left\{\|f - T_l\|_p : \{T_l(x)\},\ l \le k\right\}.$$

Введем следующие обозначения: $\Delta_{2^k}(f) = T_{2^{k+1}}(x) - T_{2^k}(x) = \sum\limits_{\nu=2^k}^{2^{k+1}-1} a_\nu \varphi_\nu(x)$, $k \in Z^+$.

Определение [6]**.** Будем говорить, что $f \in B^r_{p\theta}[0,1]$, если $f \in L_p[0,1]$ и конечна величина $\left\|f; B^r_{p\theta}\right\| = \|f\|_p + \left\{\sum\limits_{k=0}^{+\infty} 2^{k\theta r} E^\theta_{2^k}(f)_p\right\} < +\infty$ которая является нормой.

Теорема. Пусть $f \in L_p[0,1]$, $1 < p < +\infty$ и $f \approx \sum\limits_{\nu=0}^{+\infty} a_\nu \varphi_\nu(x)$ - ее ряд Фурье-Прайса.

Если для некоторых p, q, θ, r таких что $1 < p < q < \theta < +\infty$ и $r > \frac{1}{p} - \frac{1}{q}$ ряд $\sum\limits_{k=0}^{+\infty} 2^{k(r\theta + \frac{\theta}{p} - \frac{\theta}{q})} \left\|\Delta_{2^k}(f)\right\|_p^\theta$ сходится то $f \in B^r_{p\theta}[0,1]$, где $1 < p < +\infty$, $1 < \theta < +\infty$, $r > 0$.

Список использованных источников

1. *Бесов О.В.* Исследование одного семейства функциональных пространств в связи с теоремами вложения и продолжения// Труды матем. ин-та. им. В.А. Стеклова. Сб. ст. – Москва., 1961. – Т. 60. – С. 42-81.

2. *Бокаев Н.А., Игенберлина А.Е.* Об одном ядре, связанном с системой Уолша и об изоморфизме функций классов Бесова на двоичной группе// Материалы конф. ”Теория функции и вычислительные методы ”, – Астана, 2007. – С. 64-65.

3. *Onnewer C.W., Weyi S.* Homogenous Besov spaces on locally compact Vilenkin groups// Studia Math. T.X C III, – 1989. - P. 17-39.

4. *Голубов Б.И., Ефимов А.В., Скворцов В.А.* Ряды и преобразования Уолша. - М: Наука, 1987. - 344 с.

5. *Бари Н.К.* Тригонометрические ряды. –М. 1961. -937 с.

6. *Смаилов Е.С., Бимендина А.У.* Неулучшаемость предельной теоремы вложения разных метрик для пространств Бесова с базисом Прайса // Вестник Казахстанского национального университета. -Серия математика. -2009. -№2(61). -С. 22-29.