при $0 < p < \infty$

$$F_{p,q}^{s,\tau} \coloneqq F_{p,q}^{s,\tau}(T^d) :=$$

$$\{f \in \tilde{S}' : \|f \mid F_{p,q}^{s,\tau}\| \coloneqq sup_{Q \in \tilde{Q}} \frac{1}{|Q|^{\tau}} \left\{ \int_Q \quad \left[\sum_{j=j(Q)}^{\infty} \quad 2^{jsq} |\widetilde{\Delta}_j(f,x)|^q\right]^{\frac{p}{q}} dx \right\}^{\frac{1}{p}} < \infty\} -$$

гладкостные пространства типа Лизоркина-Трибеля, асоциированные с пространством Морри, на торе; здесь Q —множество диадических кубов $Q \coloneqq Q_{j\lambda} \coloneqq \{x \in R^d \mid 2^j x - \lambda \in [0,1)^d\}, j \in Z, \lambda \in Z^d; j(Q) = -log_2 l(Q), \tilde{Q} \coloneqq \{Q \in Q | Q \subset [0,1)^d\}$.

Сформулируем основной результат сообщения.

Теорема. Пусть $\tau \in [0,+\infty), s_0, s_1 \in R, p_0, p_1 \in (0,+\infty]$ такие , что $s_1 < s_0, p_0 < p_1$, $s_0 - \frac{d}{p_0} = s_1 - d/\,p_1$. Тогда

i) для любого $q \in (0,+\infty]$ верно непрерывное вложение

$$B_{p_0,q}^{s_0,\tau}(T^d) \hookrightarrow \; B_{p_1,q}^{s_1,\tau}(T^d)$$

ii) при условии, что $p_1 < +\infty$, для любых $q, r \in (0,+\infty]$ верно непрерывное вложение

$$F_{p_0,q_0}^{s_0,\tau}(T^d) \hookrightarrow \; F_{p_1,q_1}^{s_1,\tau}(T^d).$$

Замечания. 1. Аналогичная теорема с “естественными” ограничениями на параметры верна для пространств $N_{p,q,u}^{s}(T^d)$ и $E_{p,q,u}^{s}(T^d)$. 2. Сформулированная выше теорема и результат из Замечания 1 точны в том смысле , что при нарушении условия “связи” между s_0, s_1, p_0, p_1 в сторону увеличения s_1 (или, что равносильно, уменьшения s_0) влечёт нарушение соответствующего вложения. 3. Теорема является периодическим аналогом Предложения 4.1 работы [1].

Список использованной литературы

1. Sickel W. Smoothness Spaces Related to Morrey Spaces – A Survey. II. EurasianMath. J. 4 (2013), no. 1, 82–124.

О ВЛОЖЕНИИ В ПРОСТРАНСТВО ЛОРЕНЦА(ДАЛЕКИЙ СЛУЧАЙ)

Байдаулет А.Т., Сулейменов К.М.

Евразийский национальный униерситет имени Л.Н.Гумилева, Нур-Султан, Казахстан

E-mail:baidauletov_at@mail.ru, kenessary@mail.ru

В работе изучается оценка сверху неотрицательной невозрастающей функции и пространства $L^p(0,1)$ через модуль непрерывности переменного приращения $\omega_{p,\alpha,\psi}(f,\delta)$. Показано, что для приращения функции вида $f(x) - f(x + h\varphi(x))$ в оценке модуля непрерывности примет вид $\omega\left(f, \frac{\delta}{\varphi(\delta)}\right)$. Также получена условия вложения в пространства Лоренца в далеком случае.

Пусть $1 \le p < \infty, 0 \le \alpha < 1, \psi(x)$ - слабоколеблющаяся функция. Пусть $f \in L^p(0,1)$, тогда функцию

$$\omega_{p,\alpha,\psi}(f,\delta) = \sup_{0<h\le\delta} \left(\int_{E_{h,\alpha,\psi}} |f(x + hx^{\alpha}\psi(x)) - f(x)|^p dx \right)^{\frac{1}{p}} (0 < \delta < 1), \quad (1)$$

где $E_{h,\alpha,\psi} = \{x \in (0{,}1): x + hx^{\alpha}\psi(x) \in (0{,}1)\}$, назовем модулем непрерывности переменного специального вида приращения функции f в $L^p(0{,}1)$.

Заметим, что Z. Ditzian и V.Totik ([1], стр.) ввели и изучали общий случай, который получается при замене в определении (1) функции $x^{\alpha}\psi(x)$ на непрерывную на [0,1] функцию$\varphi(x)$.

Ясно, что, при $\alpha = 0$ и $\psi(x) = 1$ имеем $\omega_{0,p}(f,\delta) = \omega_p(f,\delta)$.

Теорема А. ([5], стр. 285) Пусть даны числа $1 < p < \infty, 0 \leq \alpha < 1$. тогда для любой невозрастающей неотрицательной функции $f \in L^p(0,1)$ справедливо неравенство

$$f(x) \leq C(p,\alpha)\left\{\int_x^1 \frac{\omega\left(f, 2^{-1}\left(2^{\frac{2}{1-\alpha}} - 1\right)t^{1-\alpha}\right)}{t^{1+\frac{1}{p}}}dt + \|f\|_p\right\}(0 < x \leq 1)$$

1. Оценка сверху невозрастающей неотрицательной функции

Теорема 1. Пусть даны числа $1 < p < \infty,\ 0 \leq \alpha < 1$. Тогда для любой невозрастающей неотрицательной функции $f \in L^p(0,1)$ справедливо неравенство

$$f(x) \leq C(p,\alpha,\psi)\left\{\int_x^1 \frac{\omega_{p,\alpha,\psi}\left(f, C(\alpha,\psi)\frac{t}{t^{\alpha}\psi(t)}\right)}{t^{1+\frac{1}{p}}}dt + \|f\|_p\right\}(0 < x \leq 1) \qquad (1)$$

Замечание 1. ([2], стр. 388) При $\alpha = 0$и $\psi(x) = 1$ неравенство совпадает с оценкой Э.А. Строженко.

Замечание 2. При $\psi(x) = 1$ неравенство совпадает с оценкой теоремы А.

2. Теорема вложения в пространства Лоренца в далеком случае

Посредством теоремы 1 доказывается следующее утверждение.

Теорема 2. Пусть даны числа $1 \leq p \leq \mu < \infty,\ 0 < \nu < \infty,\ 0 < \alpha < 1$. Пусть также дан модуль непрерывности $\omega(\delta)$, слабокалебющаяся функция $\psi(x)$, $x \in [0,1]$. Тогда для вложения

$$H^{\omega}_{\alpha,p,\omega} \subset L(\mu,\nu)$$

достаточно, а в случае, когда

$$\omega(\delta) = O\big(\omega(\delta^2)\big)(0 < \delta < 1)$$

и необходимо

$$\sum_{k=0}^{\infty} k^{\frac{k\nu}{1-\alpha}\left(\frac{1}{p}-\frac{1}{\mu}\right)-1}\omega^{\nu}\left(\frac{1}{k\psi\left(\frac{1}{k^{\frac{1}{1-\alpha}}}\right)}\right) < \infty.$$

Заключение. В данной работе получена оценка сверху неотрицательной невозрастающей функций посредством модуля непрерывности переменного приращения, в котором применена слабоколеблющаяся функция. Во второй части сформулирована теорема вложения в пространства Лоренца в далеком случае, т.е. когда $p < \mu, 0 < \nu < \infty$.

Список используемой литературы

1. Ditzian Z. and Totik. V. Moduli of smothness. NewYork: Springer. //1987.
2. Стороженко Э.А., Необходимые и достаточные условия для вложения некоторых классов функций., // ИАН СССР, сер. мат., 1973, 37, №2, С.386-398.
3. Зигмунд А., Тригонометрические ряды.// Том 1, Москва: Мир, 1965. — 616с.
4. Nguyen Xuan Ky., Some embedding theorems concerning the moduli of Ditzian and Totik//Analysis Math.,1993,V.19, P.255-265.
5. Сулейменов К., Темиргалиев Н., Критерий вложения $H^{\omega}_{\alpha,p}$ в пространства Лоренца// Analysis Math., 2006, 32, С.283-317.