Егерде бір мезгілде майысу мен эксцентриситет болса, онда есептік формулалар да әділ болады, егер оларға мыналарды қоятын болсақ,

$$\sigma_H = \sqrt{\sigma_{НП}^2 + \left(4F / \pi F_{кр}\right)^2 * \sigma_e^2}, \;\; \delta_0 = \delta_{НП} + 4Fe / \pi l F_{кр},$$

мұнда $\delta_{НП}, \sigma_{НП}$ — қатыстық жебе және алғашқы майысу тұрақтысы.

Эксцентриситет бар болғанда стерженнің сенімділігін бағалау үшін δ_* майысуының шектік мәні мына өрнекпен анықталады:

$$\sigma_* = \left(1 + e_* / \rho + \delta_* l / \rho\right) F_* / A,$$

мұнда $\rho = W / A$ — қима түйінінің радиусы; σ_* — шектік кернеу; F_*, e_* — күш пен эксцентриситет мәні, олар есептеудің ықтималдық сенімділігіне H_g сәйкес. Сонымен, бұл шамалардың қалыпты таралу заңдарында

$$F_* = m_F\left(1 + \gamma_H k_F\right), \; e_* = \gamma_H l \sigma_e .$$

Алдыңғы формуладан мынаны аламыз:

$$\delta_* = \left(\sigma_* W / F_* - \rho - e_*\right) / l .$$

Алынған нәтижелердің негізінде сенімділікті бағалайтын, деформацияланудың математикалық үмітін және дисперсияларын анықтайтын формулалар алынды.

Әдебиеттер тізімі

1. *Вентцель Е.С.* Теория вероятностей: Учеб. для вузов. — М.: Наука, 1969. — 57 с.
2. Справочник по специальным функциям / Под ред. М.Абрамовица и И.Стиган. — М.: Наука, 1979. — 830 с.
3. *Бакиров Ж.Б.* Исследование закритического прогиба пластин с учетом случайных факторов // Строительство: Тр. КарГТУ. — Вып. 1. — Караганда: Изд. КарГТУ, 1996. — С. 171–174.

УДК 531.391.2

С.Р.Минбаева, Г.А.Тукешова

Карагандинский государственный университет им. Е.А.Букетова

РАСЧЕТ МЕБРАНЫ НА СОСРЕДОТОЧЕННУЮ НАГРУЗКУ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПОВЕРХНОСТИ ВЛИЯНИЯ ПРОГИБОВ И ПОПЕРЕЧНЫХ СИЛ

Мақалада Грин функциясын қолданып, мембраналарды есептеу әдісі қарастырылған. Грин функциясын түрлендіру арқылы мембрананың майысу мен көлденең күштердің әсер ету беттері алынған. Олардың көмегімен мембранаға кез келген шоғырланған күштер жүйесі әсер еткендегі кернеулері мен деформациялардың күйін анықтауға болады.

In the article the method of membrane calculation by Green function is considered with the help of which making some transformations the formulae of surfaces of lateral force and membrane deflections effect are received with the help of which deflected mode of membrane under the action of arbitrary system of concentrated force is considered.

Одним из направлений научно-технического прогресса является все более широкое использование в строительстве облегченных конструкций, мембранных и мягких оболочек, висячих покрытий, которые позволяют экономично перекрывать большие пролеты инженерных сооружений, промышленных и общественных зданий. К висячим покрытиям можно отнести вантово-сетчатые конструкции, образованные гибкими и жесткими нитями, гибкие мембранные (и мягкие) оболочки. Геометрические формы висячих покрытий весьма разнообразны и не всегда являются простыми — типа цилиндрической, сферической, параболоидной и т.п. Под действием динамических и статических нагрузок висячие покрытия могут испытывать весьма значительные перемещения и деформации.

Вследствие этого желательно получить общие уравнения механики таких систем, которые были бы пригодны для анализа сложных конструкций и описывали бы напряженно-деформированное состояние при любых деформациях и перемещениях [1]. В данной работе с помощью численных и аналитических методов [2] определены не только прогибы, но и поперечные силы мембраны, что другие методы не позволяют сделать или представляют собой определенную трудность.

Пусть на мембрану действует подвижная сосредоточенная сила P, приложенная к точке M (рис. 1). Положение этой силы относительно системы координат определяется параметрами, a_1 и a_2. Введем безразмерные координаты и параметры:

$$x = \frac{x_1}{l_1},\ y = \frac{x_2}{l_2},\ \alpha_1 = \frac{a_1}{\ell_1},\ \alpha_2 = \frac{a_2}{\ell_2},\ \beta_1 = 1 - \alpha_1,\ \beta_2 = 1 - \alpha_2, \tag{1}$$

где ℓ_1, ℓ_2 — размеры сторон мембраны вдоль координатных осей x_1 и x_2.

Функцию прогибов и поперечные силы мембраны возьмем следующим образом в соответствии с [3]:

$$W(x_1, x_2) = W_0 f(x,y), f(x,y) = \mathrm{X}(x) \cdot \mathrm{Y}(y), \tag{2}$$

$$Q_1 = Q_1^0 \frac{\partial f}{\partial x},\ Q_2 = Q_2^0 \frac{\partial f}{\partial y},\ Q_1^0 = S_0 \frac{W0}{l1},\ Q_2^0 = S_0 \frac{W0}{l2}, \tag{3}$$

где W_0 — максимальный прогиб мембраны; $X(x)$, $Y(y)$ — известные нитевые функции, которые определяются по следующим формулам:

$$\begin{aligned}
&\text{при } x \le \alpha_1,\ X(x) = (1-\alpha_1)x, \\
&\text{при } y \le \alpha_2,\ Y(y) = (1-\alpha_2)y, \\
&\text{при } x \ge \alpha_1,\ X(x) = (1-x)\alpha_1, \\
&\text{при } y \ge \alpha_2,\ Y(y) = \alpha_2(1-y),
\end{aligned} \tag{4}$$

дальше, осуществляя следующую перестановку и полагая, что $P = 1$, получим функцию Грина для каждой квадранты прогибов, определенных в квадрантах (рис. 1):

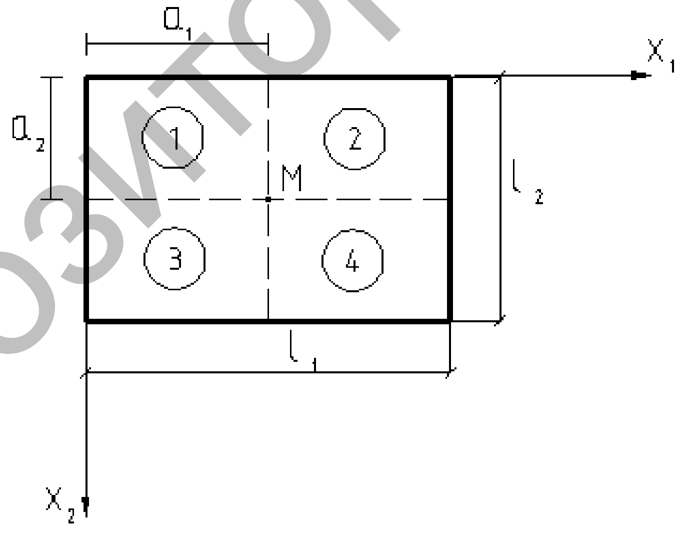


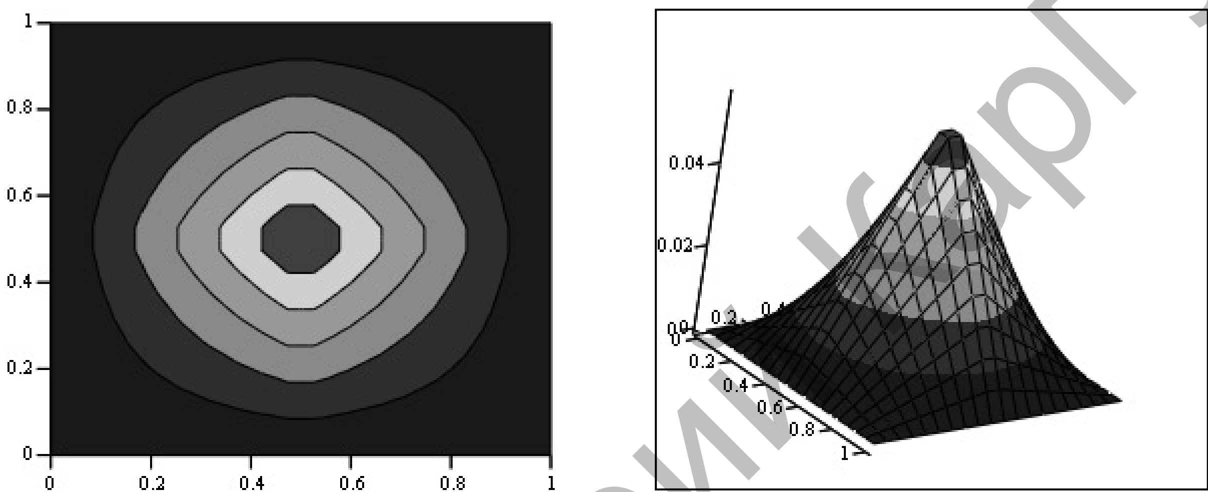
Рис. 1. Мембрана, нагруженная сосредоточенной силой

$$\begin{aligned}
&\alpha_1 \to x, \alpha_2 \to y, x \to \alpha_1, y \to \alpha_2, \\
&(x \le \alpha_1, y \le \alpha_2 \to x \ge \alpha_1, y \ge \alpha_2), \\
&(x \le \alpha_1, y \ge \alpha_2 \to x \ge \alpha_1, y \le \alpha_2), \\
&(x \ge \alpha_1, y \le \alpha_2 \to x \le \alpha_1, y \ge \alpha_2), \\
&(x \ge \alpha_1, y \ge \alpha_2 \to x \le \alpha_1, y \le \alpha_2).
\end{aligned} \tag{5}$$

Разбив мембраны на четыре квадранта на основании [2], используя формулы (2), (4) и (5), определяем функции прогибов в этих квадрантах:

$$
\begin{aligned}
&1)\ \text{при}\quad 0\le x\le \alpha_1,\ 0\le y\le \alpha_2 \quad W1(x,y)=(1-\alpha 1)(1-\alpha 2)xy,\\
&2)\ \text{при}\quad \alpha_1\le x\le 1,\ 0\le y\le \alpha_2 \quad W2(x,y)=\alpha 1(1-\alpha 2)(1-x)y,\\
&3)\ \text{при}\quad 0\le x\le \alpha_1,\ \alpha_2\le y\le 1 \quad W3(x,y)=(1-\alpha 1)x(1-y)\alpha 2,\\
&4)\ \text{при}\quad \alpha_1\le x\le 1,\ \alpha_2\le y\le 1 \quad W4(x,y)=\alpha 2(1-x)\alpha 1(1-y).
\end{aligned}
\tag{6}
$$

Соединив квадранты функции прогибов, получим поверхность влияния прогибов для мембраны $S(x,y)$, вид этой поверхности влияния прогибов при $\alpha_1=0{,}5$, $\alpha_2=0{,}5$ представлена на рисунке 2, числовые значения представлены в таблице 1:



CreateMesh (W, 0, 1, 0, 1) CreateMesh (W, 0, 1, 0, 1)

Рис. 2. Поверхность влияния прогибов мембраны, справа вид — изолинии, слева — поверхность влияния в пространстве

Таблица 1

Функция прогибов при действии произвольной системы координат

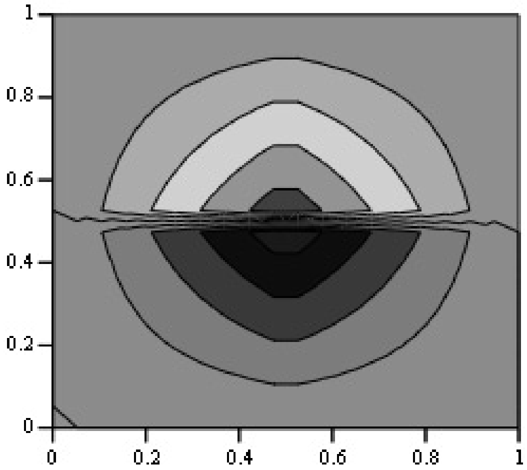
y	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1
W(0, y)	0	0	0	0	0,	0
W(0,2, y)	0	0,01	0,02	0,02	0,01	0
W(0,4, y)	0	0,02	0,04	0,04	0,02	0
W(0,6, y)	0	0,02	0,04	0,04	0,02	0
W(0,8, y)	0	0,02	0,02	0,02	0,01	0
W(1, y)	0	0	0	0	0	0

$$\alpha 0=\frac{2}{\frac{1}{m}(1-\alpha 2)\alpha 2+m(1-\alpha 1)\alpha 1},\ m=\frac{l1}{l2},\ Q0_1=\frac{\alpha 0}{l1},\ Q0_2=\frac{\alpha 0}{l2};$$

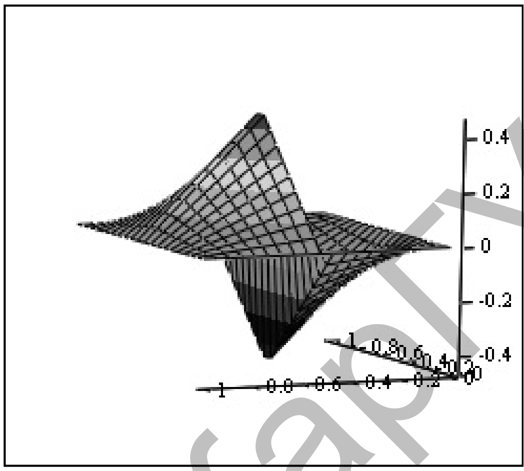
$$
\begin{aligned}
&1)\ x\le\alpha 1,\ y\le\alpha 2 && 2)\ x\ge\alpha 1,\ y\le\alpha 2\\
&\quad Q1_1(x,y)=-Q0_1xy(1-\alpha 2) && \quad Q1_2(x,y)=Q0_1(1-x)y(1-\alpha 2)\\
&\quad Q2_1(x,y)=-Q0_2xy(1-\alpha 1) && \quad Q2_2(x,y)=-Q0_2\alpha 1y(1-x)\\
&3)\ x\le\alpha 1,\ y\ge\alpha 2 && 4)\ x\ge\alpha 1,\ y\ge\alpha 2\\
&\quad Q1_3(x,y)=-Q0_1x(1-y)\alpha 2 && \quad Q2_3(x,y)=Q0_2x(1-y)(1-\alpha 1)\\
&\quad Q1_4(x,y)=Q0_1(1-x)(1-y)\alpha 2 && \quad Q2_4(x,y)=Q0_2\alpha 1(1-x)(1-y)
\end{aligned}
\tag{7}
$$

Здесь $\alpha 0$ — параметр прогибов.

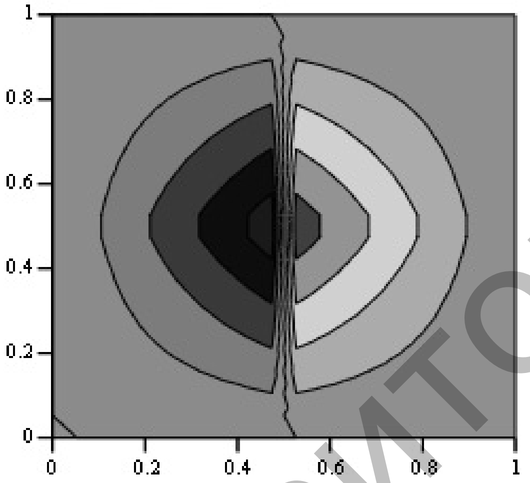
Соединив поперечные силы этих квадрантов, получим поверхности влияния поперечных сил для мембраны $Q1(x,y)$ и $Q2(x,y)$ (рис. 3), вид этих поверхностей влияния поперечных сил при $\alpha_1 = 0,5$, $\alpha_2 = 0,5$ представлен на рисунке 3, числовые значения представлены в таблице 2.



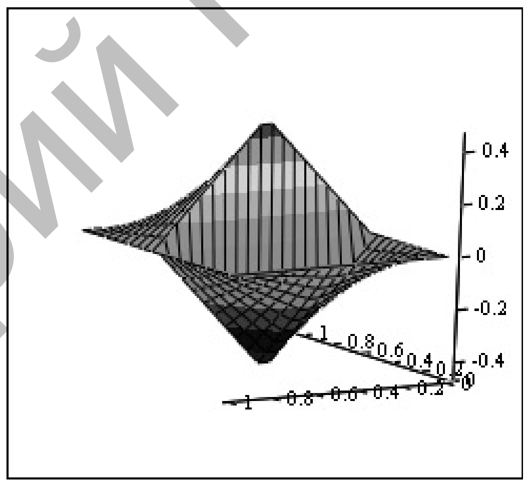
CreateMesh (Q2, 0, 1, 0, 1)



CreateMesh (Q2, 0, 1, 0, 1)



CreateMesh (Q1, 0, 1, 0, 1)



CreateMesh (Q1, 0, 1, 0, 1)

Рис. 3. Поверхности влияния поперечных сил мембраны, рисунки слева — изолинии, рисунки справа — поверхности влияния в пространстве

Таблица 2

Функция поперечных сил при действии произвольной системы координат

y	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1
Q1(0, y)	0	0	0	0	0	0
Q1(0,2, y)	0	–0,08	–0,16	0,16	0,08	0
Q1(0,4, y)	0	–0,16	–0,32	0,32	0,16	0
Q1(0,6, y)	0	–0,16	–0,32	0,32	0,16	0
Q1(0,8, y)	0	–0,08	–0,16	0,16	0,08	0
Q1(1, y)	0	0	0	0	0	0
Q2(0, y)	0	0	0	0	0	0
Q2(0,2, y)	0	–0,08	–0,16	–0,16	–0,08	0
Q2(0,4, y)	0	–0,16	–0,32	–0,32	–0,16	0
Q2(0,6, y)	0	0,16	0,32	0,32	0,16	0
Q2(0,8, y)	0	0,08	0,16	0,16	0,08	0
Q2(1, y)	0	0	0	0	0	0

На основании полученных поверхностей влияния $S(x,y)$, $Q1(x,y)$ и $Q2(x,y)$ можно производить расчеты мембраны на действие сосредоточенных сил, приложенных к разным точкам мембраны.

Таким образом, используя метод расчета мембраны [1], можно определить напряженно-деформированное состояние мембраны при действии произвольной системы сосредоточенных сил.

Список литературы

1. *Ивович В.А., Покровский Л.Н.* Динамический расчёт висячих покрытий. — М.: Стройиздат, 1989. — 312 с.
2. *Турсунов К.А.* Механика мембран, пластин и оболочек. — Караганда: Изд-во КарГУ, 2009. — 141 с.
3. *Турсунов К.А.* Механика стержневых конструкций. — Караганда: Изд-во КарГУ, 2009. — 141 с.

УДК 532.685

Ж.О.Оралбекова

Казахский национальный педагогический университет им. Абая, Алматы

ОБ ОДНОМ ПРИБЛИЖЕННОМ МЕТОДЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ ИЗОТЕРМИЧЕСКОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

Мақалада қос фазалық сұйықтың қуыс ортадағы сүзгіленуін сипаттайтын есептің дәл шешімін анықтайтын класы қарастырылған. Есептің шешімі екі өлшемді жағдайда зерттеліп, бір бос (белгісіз) шекарасы болғандағы дәл шешімін табудың алгоритмі келтірілген.

In work the class of exact decisions of a problem of a biphase filtration of a liquid in the porous environment is considered. In a two-dimentional case the algorithm of construction of the decision of the considered problem containing free (unknown) border is resulted.

В данной работе исследована двумерная задача теории фильтрации со свободными границами. Предлагаемый метод применен ранее в работе [1] с целью построения класса точных решений двумерных задач неоднородной жидкости и магнитной гидродинамики. В случае определения топологической структуры течения недостаточно ограничиться стационарной моделью. Развивается указанный в работе [1] метод для систем уравнений теории фильтрации составного типа. Известно [2–3], что в случае фильтрации двухфазной жидкости в пористой среде движение фаз подчиняется обобщенному закону Дарси и насыщенности $s = s(x, y, t)$ смачивающей жидкостью, причем уравнение относительно насыщенности вырождается на искомом решении.

Постановка задачи. Будем рассматривать двухкомпонентную жидкость как совокупность континуумов, заполняющих один и тот же объем несжимаемого парового пространства. Для каждого из континуумов, помимо насыщенностей s_i, введем свою плотность ρ, скорость фильтрации $\vec{v}_i$ и давление p. Тогда уравнения неразрывности каждой компоненты жидкости могут быть записаны в виде

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(m\rho_i s_i\right) + div\left(\rho_i \vec{v}_i\right) = 0, \qquad i = 1,2. \tag{1}$$

Учитывая качественную картину многофазной фильтрации, М.Маскет предложил следующее формальное обобщение закона Дарси для каждой из жидкостей:

$$\vec{v}_i = -K_0 \frac{\overline{k}_{0i}}{\mu_i}\left(\nabla p_i + \rho_i \vec{g}\right), \qquad i = 1,2, \tag{2}$$

где K_0 — по-прежнему коэффициент фильтрации пористой среды для однородной жидкости (или симметричный тензор для анизотропной среды); μ_i — коэффициенты динамической вязкости; а $\overline{k}_0^i$ — относительные фазовые проницаемости. При этом $\overline{k}_0^i$ должны зависеть от насыщенности s_i, поскольку часть парового пространства занята другой жидкостью. По определению насыщенности s_i