

условиям:

$$u(x, y)|_{AA_0} = \varphi_1(y), \quad u(x, y)|_{BB_0} = \varphi_2(y), \quad 0 \leq y \leq h,$$

$$u|_{AC_1} = \psi_1(x), \quad 0 \leq x \leq x_0/2, \quad u|_{EC_2} = \psi_2(x), \quad x_0 \leq x \leq (1+x_0)/2,$$

где $\varphi_j(y)$, $\psi_j(x)$ ($j=1,2$) – заданные функции, причем $\varphi_1(0) = \psi_1(0)$,

$$\varphi_1(y), \varphi_2(y) \in C[0, h] \cap C^1(0, h), \quad (4)$$

$$\psi_1(x) \in C^1\left[0, \frac{x_0}{2}\right] \cap C^2\left(0, \frac{x_0}{2}\right), \quad \psi_2(x) \in C^1\left[x_0, \frac{x_0+1}{2}\right] \cap C^2\left(x_0, \frac{x_0+1}{2}\right). \quad (5)$$

Справлива следующая

Теорема. Если выполнены условия (2)-(5), то в области D существует единственное решение задачи AG .

Единственность решения задачи AG для уравнения (1) доказывается методом интегралов энергии, а существование – сведением к интегральному уравнению Фредгольма второго рода.

Список использованной литературы

1. Нахушева А.М. Уравнения математической биологии. М.: Высшая школа. 1995. 301 с.
2. Nakhushev A.B. Nonlocal problem and the Goursat problem for loaded hyperbolic equation and their application in prediction of ground moisture // Soviet Math. Dokl. 1978. Vol.19. № 5, pp. 1243-1247.
3. Салахитдинов М.С., Исамухамедов С.С. Краевые задачи для уравнения смешанного типа второго рода. // Сердика. Българско математическо списание, 1977. Т.3. С. 181-188.
4. Терсенов С.А. К теории гиперболических уравнений с данными на линии вырождения типа // Сиб. мат. журн. 1961. 2(6). С. 931-935.
5. Кароль И.Л. Об одной краевой задаче для уравнения смешанного эллипτικο-гиперболического типа. // Докл. АН СССР. 1953. 88(2). С. 197-200.
6. Мамадалиев Н.К. О представлениях, решениях видоизмененной задачи Коши. // Сиб. мат. журнал РАН. 2000. 41(5). С. 1087-1097.
7. Исламов Н. Б. Аналог задачи Бицадзе–Самарского для одного класса уравнений парабола-гиперболического типа второго рода. // Уфимск. матем. журн., 2015. 7(1). С.31–45; *Ufa Math. J.*, 7:1 (2015), 31–45.
8. Салахитдинов М.С., Исламов Н. Б. Нелокальная краевая задача с условием Бицадзе–Самарского для уравнения парабола-гиперболического типа второго рода. // Известия вузов. Математика. Россия. 2015. № 6. С. 43-52.

ОБ ОДНОМ АЛГОРИТМЕ НАХОЖДЕНИЯ РЕШЕНИЯ ПОЛУПЕРИОДИЧЕСКОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ

Орумбаева Н. Т., Токмагамбетова Т. Д.

Карагандинский университет имени академика Е.А. Букетова, Караганда, Казахстан;

E-mail: orumbayevan@mail.ru, tenggesh.tokmagambetova@gmail.com

На $D = [0, \omega] \times [0, Y]$ рассматривается полупериодическая краевая задача для гиперболического уравнения второго порядка

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = A(x, y) \frac{\partial z}{\partial x} + B(x, y) \frac{\partial z}{\partial y} + C(x, y)z + f(x, y), \quad (x, y) \in D \quad (1)$$

$$z(0, y) = \psi(y), \quad y \in [0, Y] \quad (2)$$

$$z_x(x, 0) = z_x(x, Y), \quad x \in [0, \omega] \quad (3)$$

где $(n \times n)$ - матрицы $A(x, y), B(x, y), C(x, y), f(x, y)$ непрерывная на D n -вектор- функция, $\psi(y)$ непрерывно-дифференцируемая на $[0, Y]$ n -вектор-функция, $\|z(x, y)\| = \max_{l=1..n} |z_l(x, y)|$,

$$\|A(x, y)\| = \max_{l=1..n} \sum_{j=1}^n |a_{lj}(x, y)|.$$

Через $C(D, R^n)$ обозначим пространство непрерывных на D функции $z: D \rightarrow R^n$ ($\psi: [0, Y] \rightarrow R^n$) с нормой $\|z\|_0 = \max_{(x,y) \in D} |z(x, y)|$. Функция $z(x, y) \in C(D, R^n)$, имеющая частные производные

$$\frac{\partial z(x, y)}{\partial x} \in C(D, R^n), \quad \frac{\partial z(x, y)}{\partial y} \in C(D, R^n), \quad \frac{\partial^2 z(x, y)}{\partial x \partial y} \in C(D, R^n),$$

называется классическим решением задачи (1)-(3), если она удовлетворяет системе (1) при всех $(x, y) \in D$ и краевым условиям (2), (3).

Гиперболические уравнения, часто называют волновыми уравнениями, так как с их помощью описывается распространения волн (упругих, электро - магнитных, сдвиговых).

В сообщении полупериодическая краевая задача для системы гиперболических уравнений со смешанной производной (1)-(3) была сведена к краевой задаче для семейства обыкновенных интегро-дифференциальных уравнений первого порядка. Для полученной задачи применяя метод параметризации был предложен алгоритм нахождения приближенного решения, на каждом шаге которого решается задача Коши и используется метод последовательных приближений. В терминах матрицы $Q_\nu(x, h)$, элементы которой определяются через $A(x, y)$ были установлены достаточные условия однозначной разрешимости задачи (1)-(3).

Справедливо утверждение

Теорема. Пусть при некотором шаге $h > 0: Nh = Y, N = 1, 2, \dots$, и числу подстановок $\nu, \nu \in \mathbb{N}, (nN \times nN)$ - матрица $Q_\nu(x, h)$ обратима при всех $x \in [0, \omega]$ и выполняются неравенства

- 1) $\|Q_\nu(x, h)^{-1}\| \leq \gamma_\nu(x, h) \leq \gamma_\nu(h)$;
- 2) $h(\alpha + \beta X)(\lambda(h) + 1) < 1, \lambda(h) = \gamma_\nu(h) \left(Xh\sigma \sum_{j=0}^{\nu-1} \frac{(ah)^j}{j!} + \frac{(ah)^\nu}{\nu!} \right) e^{\gamma_\nu(h) Xh\sigma \sum_{j=0}^{\nu-1} \frac{(ah)^j}{j!}}$

где $\alpha = \max_{(x,y) \in D} |A(x, y)|, \sigma = \max_{(x,y) \in D} |C(x, y)|$.

Тогда существует единственное решение задачи (1)-(3).

Список использованной литературы

1. Джумабаев Д.С. Признаки однозначной разрешимости линейной краевой задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1989. Т.29, е 1. С. 50-66.

КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ С ДРОБНОЙ ПРОИЗВОДНОЙ ЛИУВИЛЛЯ В НЕЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБЛАСТИ

Псху А.В.

Институт прикладной математики и автоматизации КБНЦ РАН, Нальчик, Россия

E-mail: pskhu@list.ru

Рассмотрим уравнение

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial^\alpha}{\partial y^\alpha} \right) u(x, y) = f(x, y) (0 < \alpha < 1), \quad (1)$$