

УДК 621.01

Н.К.Бейсенов

Карагандинский государственный университет им. Е.А.Букетова
(E-mail: nurlan1965@list.ru)

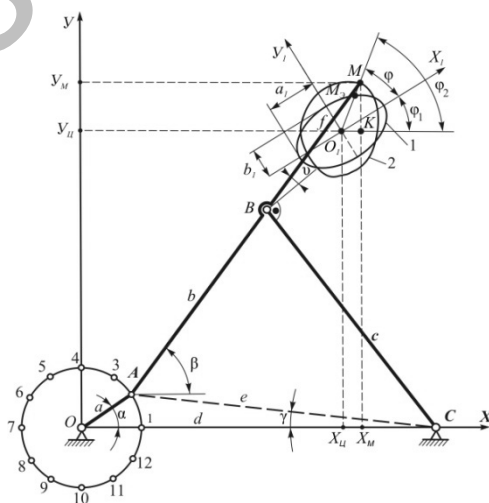
Синтез шарнирного четырехзвенника с применением компьютерной техники

В статье представлены результаты расчета проектных параметров плоского четырехзвенного рычажного механизма методом оптимизации с применением компьютерной техники, анализа полученных данных и оценка абсолютной и относительной погрешности вычисления. Обоснованы корректность и пригодность разработанной программы расчета оптимальных кинематических параметров механизма по заданной шатунной кривой не только в виде наклонного эллипса, но и в виде окружности.

Ключевые слова: шарнирный четырехзвенник, шатунная кривая, наклонный эллипс, оптимизация, проектные параметры синтеза.

Синтез плоского механизма, который сможет удовлетворить всем наперед заданным условиям, с достижением оптимальных проектных параметров, является одной из главных задач в кинематике механизмов. Оптимизация проектных параметров механизма с использованием современной компьютерной техники дает реальную возможность перебора вариантов случайных величин и решения любой задачи синтеза плоских механизмов [1].

В [2] рассмотрен синтез плоского четырехзвенного рычажного механизма методами оптимизации с применением компьютерной техники, где была поставлена задача получения приближенной шатунной кривой шарнирного четырехзвенника, показанного на рисунке 1, удовлетворяющего условию существования кривошипа, по заданной шатунной кривой в виде наклонного эллипса при принятых ограничениях на длины звеньев, и предложен алгоритм ее решения.



1 — заданная траектория (наклонный эллипс) точки M на шатуне;
2 — траектория точки M на шатуне при произвольно выбранных выходных параметрах синтеза

Рисунок 1. Схема плоского четырехзвенного шарнирного механизма

Искомые выходными параметрами были выбраны размеры звеньев a, b, c, f механизма при определенном значении расстояния между опорами d . Выбор оптимального решения проводился с помощью целевой функции, определяемой выходными параметрами, чтобы сумма квадратов отклонения шатунной кривой точки M от заданной кривой (наклонного эллипса) была наименьшей от центра плоской фигуры. Для достижения цели было использовано свойство эллипса, что существенно облегчило решение поставленной задачи, т.е. минимизация суммы квадратов невязок осуществлялась по следующей целевой функции:

$$\Delta = \sum_{i=0}^n (O_1M - O_1M_{\varphi})^2, \quad (1)$$

где O_1M — радиус (от центра фигуры) шатунной кривой в точке M ; O_1M_{φ} — радиус заданного эллипса в соответствующей точке.

Процесс решения поставленной задачи данным методом состоял в последовательном сужении интервалов неопределенности, т.е. касался изменений проектных параметров шарнирно-рычажного четырехзвенного механизма. Порядок предлагаемой методики синтеза шарнирного четырехзвенника по заданной шатунной кривой в виде наклонного эллипса был представлен последовательностью следующих действий:

1. Учет исходных данных: расстояния между опорами d , большой полуоси a_1 и малой полуоси b_1 , угла наклона большой оси φ_1 эллипса к стойке.
2. Создание сетки в принятом диапазоне изменения аргументов целевой функции и узловых точек в ней, т.е. разбиение диапазона на ряд отдельных значений, в которых необходимо вычислить целевую функцию с учетом условия $a < b < c < d$.
3. Учет ограничения в виде неравенства $(a + d) \leq (b + c)$.
4. Задание расчётных углов α на рассматриваемом участке вращения ведущего звена.
5. Вычисление значения целевой функции по предложенному в [3] алгоритму.
6. Определение искомых проектных длин звеньев механизма для комбинации найденного минимума целевой функции.
7. Рисование траектории точки M по найденным оптимальным проектным параметрам шарнирного четырехзвенника.
8. Рисование заданного наклонного эллипса.

Согласно программе расчета, составленной на основе разработанной блок-схемы [2] оптимизации параметров синтеза, величины целевой функции для всех возможных комбинации искомых проектных параметров в точках разбиения вычислялись до тех пор, пока компьютерная техника не определила минимум целевой функции. Причем, разработанная программа расчета стала пригодным для синтеза механизма по заданным шатунным кривым не только в виде наклонного эллипса, но и в виде окружности.

Оптимальные результаты расчета на ПК при $\alpha = \pi/4$, $d = 1,2 \text{ м}$, $a_1 = 0,2 \text{ м}$, $b_1 = 0,12 \text{ м}$ и $a_1 = b_1 = 0,11 \text{ м}$, $d = 0,98 \text{ м}$ с графическим изображением заданных и расчетных шатунных кривых приведены на рисунке 2, где a — длина кривошипа; $b+f$ — длина шатуна; c — длина коромысла; hk — невязка; x_{mc} и y_{mc} — координаты центра шатунной кривой.

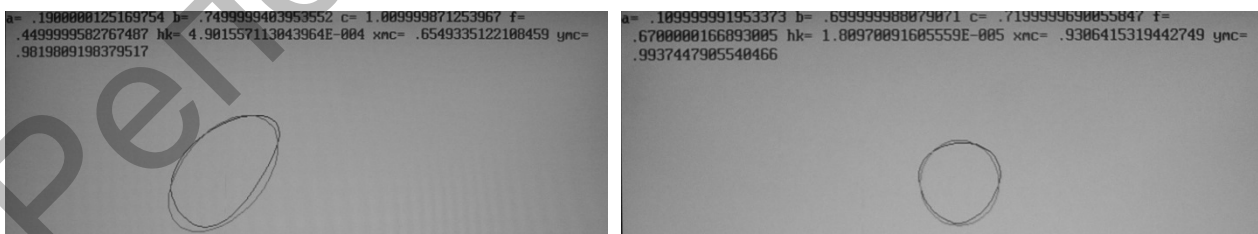


Рисунок 2. Расчетные проектные параметры и шатунные кривые шарнирного четырехзвенника

Как видно из рисунка 2, разработанная программа расчета, реализованная на персональном компьютере, позволила достичь поставленной цели, т.е. добиться приближенного воспроизведения траектории движения точки M на шатуне (шатунная кривая) в виде наклонного эллипса и окружности.

Планы положений звеньев механизма, построенные по вычисленным проектным параметрам синтеза, а также графики движения точки M , выстроенные по вычисленным координатам (табл. 1) данной точки при соответствующих координатах центра шатунной кривой, представлены на рисунках 3 и 4.

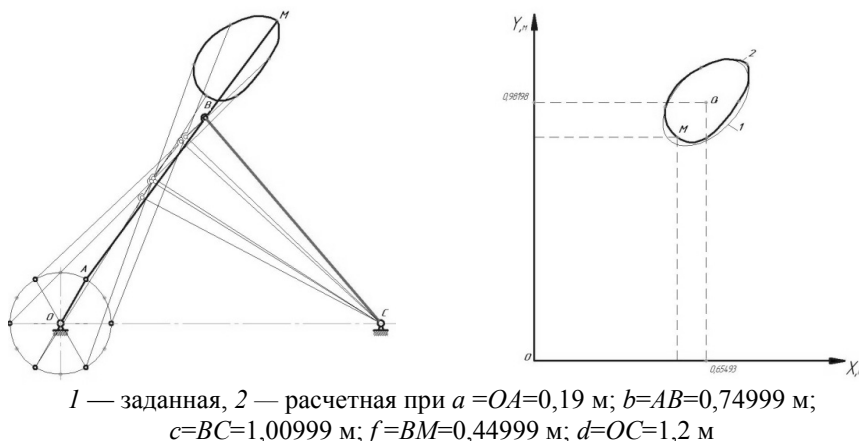


Рисунок 3. План положений механизма и график движения точки *M*

I — заданная, *2* — расчетная при $a = OA = 0,19$ м; $b = AB = 0,74999$ м;
 $c = BC = 1,00999$ м; $f = BM = 0,44999$ м; $d = OC = 1,2$ м

Т а б л и ц а 1

Результаты расчета координат траектории движения точки *M*

Угол поворота кривошипа, α , град.	Координата по оси x , X_M , м	Координата по оси y , Y_M , м	Угол поворота кривошипа, α , град.	Координата по оси x , X_M , м	Координата по оси y , Y_M , м
При $a = OA = 0,19$ м; $b = AB = 0,74999$ м; $c = BC = 1,00999$ м; $f = BM = 0,44999$ м; $d = OC = 1,2$ м					
0	0,63554	1,11419	180	0,65863	0,84839
30	0,74280	1,14645	210	0,59969	0,83014
60	0,81073	1,12770	240	0,54615	0,84978
90	0,81801	1,06795	270	0,50677	0,89771
120	0,77945	0,98630	300	0,49905	0,96536
150	0,72051	0,90531	330	0,54182	1,04412
При $a = OA = 0,10999$ м; $b = AB = 0,69999$ м; $c = BC = 0,71999$ м; $f = BM = 0,67$ м; $d = OC = 0,98$ м					
0	0,92941	1,09791	180	0,93115	0,89044
30	0,99708	1,08629	210	0,88491	0,90215
60	1,03800	1,04949	240	0,84445	0,93812
90	1,04249	0,99885	270	0,81951	0,98785
120	1,01795	0,94710	300	0,82290	1,03928
150	0,97745	0,90714	330	0,86242	1,08004

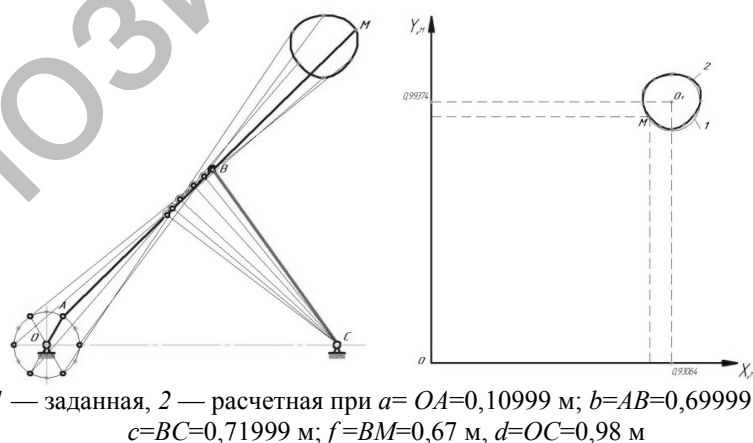


Рисунок 4. План положений механизма и график движения точки *M*

I — заданная, *2* — расчетная при $a = OA = 0,10999$ м; $b = AB = 0,69999$ м;
 $c = BC = 0,71999$ м; $f = BM = 0,67$ м; $d = OC = 0,98$ м

Графическое изображение шатунной кривой, полученной при реализации на ПК разработанной программы расчета проектных параметров, и график шатунной кривой, построенной по координатам точки *M*, а также траектория движения, описываемая точкой *M* в плане положений механизма, совпали, что указывает на корректность и пригодность разработанной программы оптимизации проектных параметров четырехзвенного шарнирного механизма.

Важнейшей задачей синтеза приближенно-направляющих механизмов, помимо нахождения приближенной кривой линий, описываемой точкой шатуна, является оценка абсолютной и относительной погрешности.

В первом случае можно оценить погрешности приближения величины радиуса кривой, описываемой точкой M на шатуне, к величине радиуса заданного наклонного эллипса в соответствующей точке, а во втором случае — погрешности приближения величины радиуса кривой, описываемой точкой M на шатуне, к величине радиуса заданной окружности при различных углах поворота кривошипа. Тогда абсолютная погрешность определяется из выражения

$$\delta_{\text{абс}} = |O_1M_{\text{э}} - O_1M|, \quad (2)$$

а относительная погрешность — из выражения

$$\delta_{\text{отн}} = \frac{|O_1M_{\text{э}} - O_1M|}{O_1M} \cdot 100\%. \quad (3)$$

Вычисленные по формулам (2) и (3) значения абсолютной и относительной погрешности внесены в таблицу 2, а график зависимости погрешностей от угла поворота кривошипа показан на рисунках 5 и 6.

Т а б л и ц а 2

Значения абсолютной и относительной погрешности

Угол поворота кривошипа, α , град.	Абсолютная погрешность, $\delta_{\text{абс}}$, м		Относительная погрешность, $\delta_{\text{отн}}$, %	
	1 вариант	2 вариант	1 вариант	2 вариант
0	0,00295	0,0058	2,2	5,6
30	0,0000205	0,0039	0,01	3,4
60	0,0135	0,0109	6,3	9
90	0,0017	0,0019	9,2	1,7
120	0,0233	0,011	18,7	11,1
150	0,0193	0,0115	19,1	11,7
180	0,01	0,0067	7,5	6,5
210	0,0126	0,0076	7,8	7,4
240	0,0272	0,0074	15,8	7,2
270	0,0181	0,0013	10,6	1,1
300	0,00343	0,0069	2,2	5,9
330	0,00594	0,000007	4,6	0,006
Средняя относительная погрешность, %			8,66	5,87

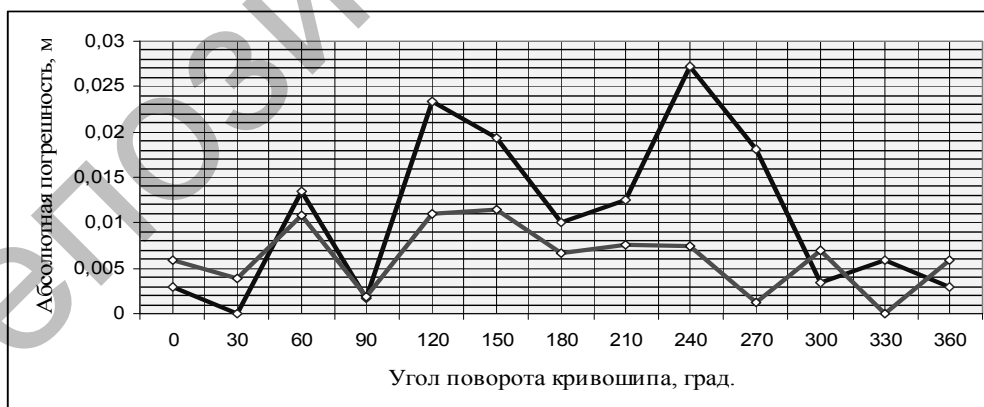


Рисунок 5. График зависимости абсолютной погрешности от угла поворота кривошипа

Средняя относительная погрешность приближения шатунной кривой к наклонному эллипсу или окружности не превышает 10 %, что указывает на оптимальность рассчитанных проектных параметров шарнирного четырехзвенника.

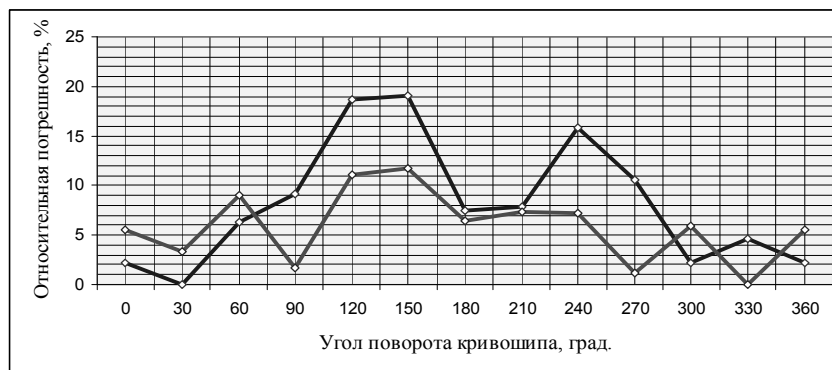


Рисунок 6. График зависимости относительной погрешности от угла поворота кривошипа

Вывод

Разработанная программа расчета оптимальных проектных параметров шарнирного четырехзвенника пригодна для оптимизации плоских шарнирных четырехзвенных механизмов при воспроизводстве траекторий точки M на шатуне в виде кривой, приближенной к наклонному эллипсу или окружности.

Список литературы

- 1 Полак Э. Численные методы оптимизации / Пер. с англ.; под ред. И.А.Вателя. — М.: Мир, 1974. — С. 376.
- 2 Бейсебаев А.К., Бейсенов Н.К. Синтез шарнирного четырехзвенника по заданной шатунной кривой // Вестн. Караганд. ун-та. Сер. Математика. — 2014. — Вып. № 3(75). — С. 11–16.
- 3 Beysenov N. K. Design optimization of a hinged four-bar linkage // Education and Science without Borders. — 2015. — No. 11. — P. 62–64.

Н.К.Бейсенов

Топсалы төртзвенолықты компьютерлік техниканы қолданып синтездеу

Мақалада жазық төртзвенолы рычагты тетіктің жобалық параметрлерін компьютерлік техниканы қолдана отырып, онтайландыру әдісімен есептеу нәтижелері, алынған деректерді тексеру және талдау, есептеудің абсолютті және салыстырмалы ауытқуларын бағалау қарастырылған. Сонымен қатар келбеу эллипс түрінде ғана емес, шеңбер түрінде берілген шатун қисығы бойынша механизмнің онтайлы кинематикалық параметрлерін есептеудің құрастырылған бағдарламасының дәлдігі және жарамдылығы негізделген.

N.K.Beysenov

Design optimization of a hinged four-bar linkage with the use of computer technology

This article demonstrates: the calculation results of designed parameters of a flat four-bar lever mechanism by the optimization method with the use of computer technology; verification and analysis of obtained data; an estimation of absolute and relative calculation errors. The correctness and suitability of the developed calculation program of optimal kinematic mechanism parameters on the assigned coupler-curve are substantiated both in the forms of an inclined ellipse and a circle.

References

- 1 Polak E. *Numerical optimization methods* / Transl. Eng.; edit I.A.Vatel, Moscow: Mir, 1974, p. 376.
- 2 Beisebayev A.K., Beisenov N.K. *Bull. of Karaganda State University, ser. Mathematics*, 2014, 3 (75), p. 11–16.
- 3 Beysenov N.K. *Education and Science without Borders*, 2015, 11, p. 62–64.