где$f:\overline{\Omega}\times R^n\times R^n\to R^n$, $g:[0,\omega\,]\times R^n\times R^n\to R^n$непрерывны.

Решением задачи (1)-(3) является функция $u^*(x,t)\in C(\overline{\Omega},R^n)$, которая на$\overline{\Omega}$ вместе со своими частными производными$u_x^*(x,t)\in C(\overline{\Omega},R^n)$, $u_{xt}^*(x,t)\in C(\overline{\Omega},R^n)$удовлетворяет нелинейной системе гиперболических уравнений (1), на характеристике $x=0$ удовлетворяет условию (2) и при $x\in\ [0,\omega\,]$для $u_x^*(x,0)$, $u_x^*(x,T)$справедливо равенство (3).

С помощью новой неизвестной функции $v(x,t)=u_x(x,t)$ задача (1)-(3) сводится к эквивалентной краевой задачедля интегро-дифференциального уравнения в частных производных

$$\frac{\partial v}{\partial t}=f\left(x,t,\int_0^x v(\xi,t)d\xi\,,v\right),\ \ v\in R^n,\ \ x\in[0,\omega],\tag{4}$$

$$g\big(x,v(x,0),v(x,T)\big)=0,\qquad x\in[0,\omega].\tag{5}$$

Здесь условие (2) учтено в соотношении

$$u(x,t)=\int_0^x v(\xi,t)d\xi\ \ ,\qquad (x,t)\in\ \overline{\Omega}.\tag{6}$$

Если функция $u^*(x,t)$ является решением задачи (1)-(3), то $v^*\,(x,t)=u_x^*\,(x,t)$ будетрешением задачи (4), (5). Если$v(x,t)$– решение задачи (4), (5), то функция$u(x,t)$, определяемая равенством (6), будет решениемзадачи (1)-(3).

Заметим, что задача(4), (5) является семейством нелинейных двухточечных краевых задач для систем интегро-дифференциальных уравнений Фредгольма.

Задача (4), (5) исследуется методом параметризации [1]. Используя эквивалентность указанных задач получены условия разрешимости нелинейной нелокальной краевой задачи для системы гиперболических уравнений(1)-(3).

Представленная работа финансируется Комитетом науки Министерства образования и науки Республики Казахстан (грант № AP08855726, 2020-2022 гг.)

Список использованной литературы

1. D. S. Dzhumabaev, S. M. Temesheva, “A parametrization method for solving nonlinear two-point boundary value problems”, *Comput. Math. Math. Phys.*, **47**:1 (2007), 37–61.

ОБ ОДНОМ РЕШЕНИЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ С ИМПУЛЬСНЫМ ВОЗДЕЙСТВИЕМ

Тлеулесова А.Б.[1], Оразбекова А.С.[1], Калпаков Е.Н.[2]
[1]*ЕНУ им. Л.Н.Гумилева, Казахстан*, [2]*Назарбаев Университет, Казахстан*
E-mail: agila_72@mail.ru, mt-513@mail.ru, mr.kalpakov@mail.ru

На отрезке $[0,T]$ рассматривается краевая задача с импульсным воздействием

$$\frac{dx}{dt}=A(t)x+f(t),\ \ t\in[0.T]/\{\theta_i\},\ \ i=\overline{1,m},\tag{1}$$

$$0=\theta_0<\theta_1<...<\theta_m<\theta_{m+1}=T,\ i=\overline{1,m},\ x\in R^n,$$

$$B_0x(0)+C_0x(T)=d,\ \ d\in R^n,\tag{2}$$

$$B_ix(\theta_i-0)-C_ix(\theta+0)=p_i,\ p_i\in R^n,\ i=\overline{1,m},\tag{3}$$

где $A(t)$, $f(t)$ кусочно-непрерывны на $[0,T]$, с возможными разрывами первого рода в точках $t=\theta_i$, $i=\overline{1,m}$. B_i,C_i $\left(i=\overline{1,m}\right)$ постоянные матрицы. $\|x\|=\max\limits_i|x_i|$, $\|A(t)\|=\max\limits_s\sum\limits_{j=1}^n|a_{ij}(t)|$.

Ранее в работах краевые задачи с импульсными воздействиями исследовались методом параметризации [1-3]. Для решение задачи (1)-(3) применяется метод параметризаций. $[0,T]$ разбиваем на части в точках импульсных воздействий:

Buketov University

$$[0,T)=\bigcup_{r=1}^{m+1}[\theta_{r-1},\theta_r).$$

Введем пространство $C\{[0,T],\ \theta_r,\ R^{n(m+1)}\}$ систем функций $x[t]=(x_1(t),x_2(t),...,x_{m+1}(t))$, где функции $x_r(t),\ r=\overline{1,m+1},$ непрерывны на $[\theta_{r-1},\theta_r)$ и имеют конечный левосторонный предел $\lim\limits_{t\to\theta_r-0}x_r(t),\ r=\overline{1,m+1},$ с нормой $\|x[\cdot]\|_2=\max\limits_{r=\overline{1,m+1}}\sup\limits_{t\in[\theta_{r-1},\theta_r)}\|x_r(t)\|.$

Сужение вектор-функций $x(t)$ на r-ый интервал $[\theta_{r-1},\theta_r)$ обозначим через $x_r(t)$.Затем вводя дополнительные параметры $\lambda_r=x_r(\theta_{r-1}),r=\overline{1,m+1}$ на каждом интервале $[\theta_{r-1},\theta_r)$ произведем замену $u_r(t)=x_r(t)-\lambda_r,\ r=\overline{1,m+1}.$ Тогда задача (1)-(3) перейдет к эквивалентной краевой задаче с параметрами

$$\frac{du_r}{dt}=A(t)(u_r+\lambda_r)+f(t),\ t\in[\theta_{r-1},\theta_r),\ r=\overline{1,m+1}. \tag{4}$$

$$u_r(\theta_{r-1})=0,\ r=\overline{1,m+1}, \tag{5}$$

$$B_0\lambda_1+C_0\lim_{t\to T-0}u_{m+1}(t)+C_0\lambda_{m+1}=d, \tag{6}$$

$$B_i\lim_{t\to t_i-0}u_i(t)+B_i\lambda_i-C_i\lambda_{i+1}=p_i,\ i=\overline{1,m+1}, \tag{7}$$

Решение задачи (4)-(7) является пара $(\lambda,u[t])$ с элементами $\lambda=(\lambda_1,\lambda_2,...,\lambda_{m+1})\in R^{n(m+1)}$, $u[t]=(u_1(t),u_2(t),...,u_{m+1}(t))\in C([0,T],\theta_r,R^{n(m+1)})$, функции $u(t)$ непрерывно дифференцируемы на $[\theta_{r-1},\theta_r),r=\overline{1,m+1},$ и при $\lambda_r=\lambda_r^*$ удовлетворяет системе обыкновенным дифференциальных уравнениий (4) и условиями (5)-(7).

Используя $X(t)$ – фундаментальную матрицу дифференциального уравнения $\frac{dx}{dt}=A(t)X$, решение задачи Коши (4)-(5) запишем в виде

$$u_r(t)=X(t)\int_{\theta_{r-1}}^{t}X^{-1}(\tau)[A(\tau)\lambda_r+f(\tau)]d(\tau),\ t\in[\theta_{r-1},\theta_r),\ r=\overline{1,m}, \tag{8}$$

В краевое условие (6) и условию импульса (7) подставляя правую часть (8), получим следующую систему алгебраических уравнений относительно параметров:

$$B_0\lambda_1+C_0\lambda_{m+1}+C_0X(T)\int_{\theta_m}^{T}X^{-1}(\tau)[A(\tau)\lambda_r+f(\tau)]d(\tau)=d-C_0X(T)\int_0^T X^{-1}(\tau)f(\tau)d(\tau), \tag{9}$$

$$B_iX(\theta_i)\int_{\theta_{i-1}}^{\theta_i}X^{-1}(\tau)[A(\tau)\lambda_r+f(\tau)]d(\tau)+B_i\lambda_i-C_i\lambda_{i+1}=p_i-B_iX(\theta)\int_{\theta_i}^{\theta_{i+1}}X^{-1}(\tau)f(\tau)d(\tau),\ i=\overline{1,m}, \tag{10}$$

Используя (9), (10), матрицу обозначим через $Q(\theta)$ и систему запишем в виде

$$Q(\theta)\lambda=F(\theta),\ \lambda\in R^{n(m+1)}, \tag{11}$$

$$F(\theta)=(d-C_0X(T)\int_{\theta_m}^{T}X^{-1}(\tau)f(\tau)d(\tau),\ p_1-B_1X(\theta_1)\int_{t_1}^{\theta_1}X^{-1}(\tau)f(\tau)d(\tau),...,\ p_m-B_mX(\theta_m)\int_{\theta_{m-1}}^{\theta_m}X^{-1}(\tau)f(\tau)d(\tau))$$

Следующие утверждение устанавливает однозначную разрешимость в терминах фундаментальной матрицы

Лемма 1. Справедливы следующие утверждения:

а) вектор $\lambda^*=(\lambda_1^*,\lambda_2^*,...,\lambda_{m+1}^*)\in R^{n(m+1)}$, составленный из значения решения $x^*(t)$ задачи (1)-(3) в точках разбиения $\lambda_r^*=x_r^*(\theta_{r-1}),\ r=\overline{1,m+1},$ удовлетворяет систему,

б) если $\widetilde{\lambda}=(\widetilde{\lambda}_1,\widetilde{\lambda}_2,...,\widetilde{\lambda}_{m+1})\in R^{n(m+1)}$, является решением системы уравнений (11), а система функций $\widetilde{u}[t]=(\widetilde{u}_1(t),\widetilde{u}_2(t),...,\widetilde{u}_{m+1}(t))$ решением задачи Коши (4),(5) при

$\lambda_r = \tilde{\lambda}_r$, $r=\overline{1,m+1}$, то функция $\tilde{x}(t)$, определяемая равенствами $\tilde{x}(t)=\tilde{\lambda}_r+\tilde{u}_r(t)$, $t\in[\theta_{r-1},\theta_r)$, $r=\overline{1,m+1}$, $\tilde{x}(T)=\tilde{\lambda}_{m+1}+\lim\limits_{t\to T-0}\tilde{u}_{m+1}(t)$, является решением задачи (1)-(3).

Если $\tilde{\lambda}=\left(\tilde{\lambda}_1,\tilde{\lambda}_2,...,\tilde{\lambda}_{m+1}\right)\in R^{n(m+1)}$ удовлетворяют (11), то справедливо соотношение:

Теорема 1. Для однозначной разрешимости (1)-(3) необходимо и достаточно, чтобы матрица $Q(\theta): R^{n(m+1)}\to R^{n(m+1)}$ была обратимой.

Теорема 2. Задача (1)-(3) разрешима тогда и только тогда, когда вектор $F(\theta)\in R^{n(m+1)}$, составленный из заданые функции $f(t)\in C([0,T],R^n)$ и векторов $d\in R^n, p_i\in R^n, i=\overline{1,m}$, ортогонален к ядру транспонированную матрицу $(Q(\theta))'$ т.е. для $\forall\xi\in Ker(Q(\theta))'$ справедливо равенство $(F(\theta),\xi)=0$, где $(\cdot,\cdot)$ – скалярное произведение в $R^{n(m+1)}$.

Список использованной литературы

1. Tleulesova A. Periodic boundary value problem for a system of ordinary differential equations with impulse effects International Conference on Analysis and Applied Mathematics (ICAAM 2016)AIP Conf.Proc.1759, 020061-1 – 020061-5; . (Scopus CiteScore 2018=0.37
2. Bakirova E.A., Kidirbayeva Zh.M., Tleulessova A.B. On one algorithm for finding a solution to a two-point boundary value problem for loaded differential equations with impulse effect// Bulletin of the Karaganda University.№3(87)/2017 Mathematics Series, C.43-50.
3. A.T.Assanova, A.B.Tleulessova. Non local problem for a system of partial differential equations of higer order with pulse actions Ukrainian Mathematical Journal(IF 0,518) **Pub Date : 2020-06-16** , *DOI: 10.1007/s11253-020-01750-9* 1821–1842(2020).

ОСУЩЕСТВОВАНИИ РЕШЕНИЯВТОРОЙКРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ НЕОДНОРОДНОГО УРАВНЕНИЯ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА С КРАТНЫМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ

Умаров Р.А.

Наманганский инженерно-строительный институт, Наманган, Узбекистан

E-mail: r.umarov1975@mail.ru

В области $D=\{(x,y):\ 0<x<p,\ 0<y<q\}$ рассмотрим следующееуравнения третьего порядка вида:

$$L(u)=U_{xxx}-U_{yy}+A_1U_{xx}+A_2U_x+A_3U_y+A_4U=g_1(x,y), \tag{1}$$

где A_i, p, $q\in R$, $i=\overline{1,4}$, $g_1(x,y)$ заданные, достаточно гладкие функции.

Заменой $U(x,y)=u(x,y)e^{-\frac{A_1}{3}x+\frac{A_3}{2}y}$, уравнение (1) можно привести к виду

$$u_{xxx}-u_{yy}+a_1u_x+a_2u=g(x,y), \tag{2}$$

где $a_1=-\dfrac{A_1^2}{3}+A_2$, $a_2=\dfrac{2A_1^3}{27}+\dfrac{A_3^2}{2}-\dfrac{A_1A_2}{3}+A_4$, $g(x,y)=g_1(x,y)\cdot e^{\frac{A_1}{3}x-\frac{A_3}{2}y}$.

Отметим, что в работе [3] рассмотрен случай $a_1=a_2=0$

Задача A_2.Найти функцию $u(x,y)$ из класса $C^{3,2}_{x,y}(D)\cap C^{2,1}_{x,y}(\overline{D})$, удовлетворяющую уравнению (2) и следующим краевым условиям:

$$u_y(x,0)=0,\quad u_y(x,q)=0,\quad 0\le x\le p,$$

$$u_{xx}(0,y)=\psi_1(y),\quad u(p,y)=\psi_2(y),\quad u_x(\mathrm{p},y)=\psi_3(y),\quad 0\le y\le q,$$

где $\psi_i(y)$, $i=\overline{1,3}$, $g(x,y)$заданныедостаточно гладкие функции.

Buketov University