УДК 517.956

Г.Сабитбекова[1], Н.Т.Орумбаева[2], М.Т.Касыметова[2]

[1]*Аркалыкский государственный педагогический институт им. И.Алтынсарина;*
[2]*Карагандинский государственный университет им. Е.А.Букетова (E-mail: Orumbayevan@mail.ru)*

О разрешимости семейства периодических краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений

В статье рассмотрено семейство периодических краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений. Предложен конструктивный алгоритм нахождения решения семейства периодических краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений. Получены достаточные условия разрешимости рассматриваемой задачи и сходимости предложенного алгоритма.

Ключевые слова: семейство периодических краевых задач, обыкновенные дифференциальные уравнения, метод параметризации.

На $\overline{\Omega}=[0,\omega]\times[0,T]$ исследуется семейство периодических краевых задач для системы обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\frac{\partial v}{\partial t}=F(x,t,v),\quad (x,t)\in\overline{\Omega}; \tag{1}$$

$$v(x,0)=v(x,T),\quad x\in[0,\omega], \tag{2}$$

где $F:\overline{\Omega}\times R^n\to R^n$ непрерывна. Функция $v(x,t)\in C(\overline{\Omega},R^n)$, имеющая частную производную $\frac{\partial v(x,t)}{\partial t}\in C(\overline{\Omega},R^n)$, называется решением задачи (1),(2), если она удовлетворяет системе (1) при всех $(x,t)\in\overline{\Omega}$ и условию (2).

Краевые задачи для систем гиперболических уравнений были исследованы многими авторами. В работе [1] была рассмотрена периодическая краевая задача для системы квазилинейных гиперболических уравнений со смешанной производной и получены достаточные условия разрешимости поставленной задачи.

В данной работе рассматривается семейство периодических краевых задач системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Результаты, установленные в ней, будут использованы при исследовании нелинейной периодической краевой задачи для системы гиперболических уравнений.

Для решения задач (1), (2) применяется метод параметризации [2].

По шагу $h>0: Nh=T$ произведем разбиение $[0,T)=\bigcup_{r=1}^{N}[(r-1)h,rh), N=1,2,\ldots$. При этом область Ω разбивается на N частей. Через $v_r(x,t)$ обозначим сужение функции $v(x,t)$ на $\Omega_r=[0,\omega]\times[(r-1)h,rh), r=\overline{1,N}.$ Тогда задачи (1), (2) будут эквивалентны краевой задаче

$$\frac{\partial v_r}{\partial t}=F(x,t,v_r),\quad (x,t)\in\Omega_r; \tag{3}$$

$$v_1(x,0)-\lim_{t\to T-0}v_N(x,t)=0,\quad x\in[0,\omega]; \qquad 4)$$

$$\lim_{t\to sh-0}v_s(x,t)=v_{s+1}(x,sh),\quad x\in[0,\omega],\quad s=\overline{1,N-1}, \tag{5}$$

где (5) — условие склеивания функций $v(x,t)$ во внутренних линиях разбиения. Через $\lambda_r(x)$ обозначим значение функции $v_r(x,t)$ при $t=(r-1)h$, то есть $\lambda_r(x)=v_r(x,(r-1)h)$, и сделаем замену $\tilde{v}_r(x,t)=v_r(x,t)-\lambda_r(x),\quad r=\overline{1,N}.$ Получим эквивалентную краевую задачу с неизвестными функциями $\lambda_r(x)$

$$\frac{\partial\tilde{v}_r}{\partial t}=F(x,t,\tilde{v}_r+\lambda_r(x)),\quad (x,t)\in\Omega_r; \tag{6}$$

$$\tilde{v}_r(x,(r-1)h)=0, \quad x\in[0,\omega], \quad r=\overline{1,N}; \tag{7}$$

$$\lambda_1(x)-\lambda_N(x)-\lim_{t\to T-0}\tilde{v}_N(x,t)=0, \quad x\in[0,\omega]; \tag{8}$$

$$\lambda_s(x)+\lim_{t\to sh-0}\tilde{v}_s(x,t)-\lambda_{s+1}(x)=0, \quad x\in[0,\omega], \quad s=\overline{1,N-1}. \tag{9}$$

Задача (6), (7) при фиксированном $\lambda_r(x)$ является однопараметрическим семейством задач Коши для систем обыкновенных дифференциальных уравнений, где $x\in[0,\omega]$, и эквивалентна нелинейному интегральному уравнению

$$\tilde{v}_r(x,t)=\int\limits_{(r-1)h}^{t}F\big(x,\tau,\tilde{v}_r(x,\tau)+\lambda_r(x)\big)d\tau. \tag{10}$$

Вместо $\tilde{v}_r(x,t)$ подставим соответствующую правую часть (10) и, повторив этот процесс $\mu(\mu=1,2,...)$ раз, получим

$$v_r(x,t)=\int\limits_{(r-1)h}^{t}F(x,\tau_1,\int\limits_{(r-1)h}^{\tau_1}F(x,\tau_2,...\int\limits_{(r-1)h}^{\tau_\mu}F(x,\tau_\mu,\tilde{v}_r(x,\tau_\mu)+\lambda_r(x))d\tau_\mu+...+\lambda_r(x))d\tau_2+\lambda_r(x))d\tau_1. \tag{11}$$

Отсюда, определив $\lim\limits_{t\to rh-0}\tilde{v}_r(x,t)$, подставив их в (8), (9), получим систему нелинейных уравнений относительно $\lambda_r(x)$

$$\lambda_1(x)-\lambda_N(x)-\int\limits_{(N-1)h}^{Nh}f(x,\tau_1,\int\limits_{(N-1)h}^{\tau_1}f(x,\tau_2,...\int\limits_{(N-1)h}^{\tau_\mu}f(x,\tau_\mu,\tilde{v}_N(x,\tau_\mu)+\lambda_N(x))d\tau_\mu+$$
$$+...+\lambda_N(x))d\tau_2+\lambda_N(x))d\tau_1=0, \quad x\in[0,\omega]; \tag{12}$$

$$\lambda_s(x)+\int\limits_{(s-1)h}^{sh}f(x,\tau_1,\int\limits_{(s-1)h}^{\tau_1}f(x,\tau_2,...\int\limits_{(s-1)h}^{\tau_\mu}f(x,\tau_\mu,\tilde{v}_s(x,\tau_\mu)+\lambda_s(x))d\tau_\mu+$$
$$+...+\lambda_s(x))d\tau_2+\lambda_s(x))d\tau_1-\lambda_{s+1}(x)=0, \quad x\in[0,\omega], \quad s=\overline{1,N-1}, \tag{13}$$

которую запишем в виде

$$Q_{\mu,h}\big(x,\tilde{v}(x,[\cdot]),\lambda(x)\big)=0. \tag{14}$$

Для нахождения системы пар $\{\lambda_r(x),\tilde{v}_r(x,t)\}$, $r=\overline{1,N}$, имеем замкнутую систему, состоящую из уравнений (14) и (11), определяемую через функцию F, шаг разбиения $h>0$ и число подстановок μ. $C([0,\omega],R^{nN})$ — множество функций $\lambda:[0,\omega]\to R^{nN}$, непрерывных на $[0,\omega]$.

Выберем шаг $h>0$: $Nh=T$, $N=1,2,...$, вектор-функцию $\lambda^{(0)}(x)=(\lambda_1^{(0)}(x),\lambda_2^{(0)}(x),...,\lambda_N^{(0)}(x))'\in$ $\in C([0,\omega], R^{Nn})$ и предположим, что задача (6)–(9) при $\lambda_r(x)=\lambda_r^{(0)}(x)$, $r=\overline{1,N}$, имеет решение $\tilde{v}_r^{(0)}(x,t)\in\tilde{C}(\Omega_r,R^n)$, $r=\overline{1,N}$. Взяв $\lambda^{(0)}(x)$, соответствующие ему $\tilde{v}^{(0)}(x,[t])$, функции $\rho(x)>0$, $\theta(x)>0$, построим множества

$$S(\lambda^{(0)}(x),\rho(x))=\{(\lambda_1(x),\lambda_2(x),...,\lambda_N(x))'\in C([0,\omega], R^{nN}):\left\|\lambda_r(x)-\lambda_r^{(0)}(x)\right\|<\rho(x), r=\overline{1,N}\};$$

$$S(\tilde{v}^{(0)}(x,[t]),\theta(x))=\{(\tilde{v}_1(x,t),\tilde{v}_2(x,t),...,\tilde{v}_N(x,t))', \ \tilde{v}_r(x,t)\in\tilde{C}(\Omega_r,R^n):$$
$$:\max_{r=\overline{1,N}}\sup_{t\in[(r-1)h,rh]}\left\|\tilde{v}_r(x,t)-\tilde{v}_r^{(0)}(x,t)\right\|<\theta(x), r=\overline{1,N}\};$$

$$G^{(0)}(\rho(x),\theta(x))=\{(x,t,v):(x,t)\in\overline{\Omega},\left\|v-\lambda_r^{(0)}(x)-\tilde{v}_r^{(0)}(x,t)\right\|<\rho(x)+\theta(x);$$
$$(x,t)\in\Omega_r, \ r=\overline{1,N}, \left\|v-\lambda_N^{(0)}(x)-\lim_{t\to T-0}\tilde{v}_N^{(0)}(x,t)\right\|<\rho(x)+\theta(x), \ t=T\}.$$

Через $D_0(F,L_1(x),x,h)$ обозначим совокупность $(\lambda^{(0)}(x),\tilde{v}_r^{(0)}(x,[t]),\rho(x),\theta(x))$, при которых функция $F(x,t,v)$ в $G^0(\rho(x),\theta(x))$ имеет непрерывную частную производную $F'_\mu(x,t,v)$ и

$\left\|F'_{\mu}(x,t,v)\right\| \le L(x)$, где $L(x)$ — непрерывная на $[0,\omega]$ функция. Возьмем систему пар $(\lambda^{(0)}(x),\tilde{v}_r^{(0)}(x,t))$, $r=\overline{1,N}$, и последующие приближения строим по следующему алгоритму:

Шаг 1. а) Параметр $\lambda^{(1)}(x)=(\lambda_1^{(1)}(x),\lambda_2^{(1)}(x),...,\lambda_N^{(1)}(x))' \in C([0,\omega],\ R^{Nn})$ определяем из уравнения (14), где $\tilde{v}_r(x,t)=\tilde{v}_r^{(0)}(x,t))$, $r=\overline{1,N}$.

б) В правую часть (11), подставляя вместо $\tilde{v}_r(x,t)$, $\lambda_r(x)$ соответственно $\tilde{v}_r^{(0)}(x,t)$, $\lambda_r^{(1)}(x,t))$, $r=\overline{1,N}$, получаем $\left\{\tilde{v}_r^{(1)}\left(x,t\right)\right\}$, $r=\overline{1,N}.$

Шаг 2. а) Подставляя вместо $\tilde{v}_r(x,t)$ найденную $\tilde{v}_r^{(1)}(x,t)$, $r=\overline{1,N}$, и решая уравнение (14), определяем $\lambda^{(2)}(x)\in C([0,\omega],\ R^{Nn})$.

б) В правую часть (11), подставляя вместо $\tilde{v}_r(x,t)$, $\lambda_r(x)$ соответственно $\tilde{v}_r^{(1)}(x,t)$, $\lambda_r^{(2)}(x,t)$, $r=\overline{1,N}$, получаем $\left\{\tilde{v}_r^{(2)}\left(x,t\right)\right\}$, $r=\overline{1,N}.$

Продолжая процесс, на k -м шаге получаем систему пар $\left\{\lambda_r^{(k)}\left(x\right),\tilde{v}_r^{(k)}\left(x,t\right)\right\}$, $r=\overline{1,N}.$

Достаточные условия осуществимости, сходимости алгоритма и существования решения краевой задачи с функциональным параметром (6)–(9) устанавливает

Теорема 1. Пусть существуют $h>0$: $Nh=T$, $N=1,2,...$, $\mu\in N$, $\left(\lambda^{(0)}(x),\tilde{v}^{(0)}(x,[t]),\rho(x),\theta(x))\right)\in$ $\in D_0\left(F,L_1\left(x\right),x,h\right)$, при которых матрица Якоби $\dfrac{\partial Q_{\mu,h}\left(x,\tilde{v}(x,[\cdot]),\lambda(x)\right)}{\partial\lambda}$ обратима для всех $\left(x,\ \tilde{v}\left(x,[t]\right),\lambda\left(x\right)\right)$, где $x\in\left[0,\omega\right]$, $\left(\lambda(x),\tilde{v}\left(x,[t]\right)\right)\in S\left(\lambda^{(0)}(x),\rho(x)\right)\times S\left(\tilde{v}^{(0)}\left(x,[t]\right),\theta(x)\right)$ и выполнены следующие неравенства*:*

1) $\left\|\left[\dfrac{\partial Q_{\mu,h}\left(x,[\cdot],\lambda\left(x\right)\right)}{\partial\lambda}\right]^{-1}\right\|\le\gamma_{\mu}(x,h)$;

2) $q_{\mu}(x,h)=\dfrac{(L_1(x)h)^{\mu}}{\mu!}\left[1+\gamma_{\mu}(x,h)\sum\limits_{j=1}^{\mu}\dfrac{(L_1(x)h)^j}{j!}\right]\le\beta<1,\ \beta=const$;

3) $\dfrac{(L_1(x)h)^{\mu}}{\mu!}\dfrac{\gamma_{\mu}(x,h)}{1-q_{\mu}(x,h)}\max\limits_{r=\overline{1,N}}\sup\limits_{t\in\left[(t-1)h,rh\right]}\left\|\tilde{v}_r^{(1)}\left(x,t\right)-\tilde{v}_r^{(0)}\left(x,t\right)\right\|+\gamma_{\mu}(x,h)\left\|Q_{\mu,h}(x,\tilde{v}^{(0)}(x,[\cdot]),\lambda^{(0)}(x))\right\|<\rho(x)$;

4) $\dfrac{1}{1-q_{\mu}(x,h)}\max\limits_{r=\overline{1,N}}\sup\limits_{t\in[(r-1)h,rh)}\left\|\tilde{v}_r^{(1)}(x,t)-\tilde{v}_r^{(0)}(x,t)\right\|<\theta(x)$.

Тогда определяемая алгоритмом последовательность пар $\{\lambda^{(k)}(x),\tilde{v}^{(k)}(x,[t])\}$, $k=1,2,...$, содержится в $S\left(\lambda^{(0)}(x),\rho(x)\right)\times S\left(\tilde{v}^{(0)}(x,[t]),\theta(x)\right)$ и сходится к $\lambda^*(x),\tilde{v}^*(x,[t])$ — решению задачи (6)–(9) и справедливы оценки:

а) $\max\limits_{r=\overline{1,N}}\sup\limits_{t\in[(r-1)h,rh)}\left\|\tilde{v}_r^*(x,t)-\tilde{v}_r^{(0)}(x,t)\right\|\le\dfrac{1}{1-q_{\mu}(x,h)}\ \max\limits_{r=\overline{1,N}}\sup\limits_{t\in[(r-1)h,rh)}\left\|\tilde{v}_r^{(1)}(x,t)-\tilde{v}_r^{(0)}(x,t)\right\|$;

б) $\|\lambda^*(x)-\lambda^{(0)}(x)\|\le\gamma_{\mu}(x,h)\,\|\,Q_{\mu,h}(x,\tilde{v}^{(0)}(x,[\cdot]),\lambda^{(0)}(x)\,|+$

$$+\frac{(L_1(x)h)^{\mu}}{\mu!}\frac{\gamma_{\mu}\left(x,h\right)}{1-q_{\mu}(x,h)}\ \max_{r=\overline{1,N}}\sup_{t\in[(r-1)h,rh)}\left\|\tilde{v}_r^{(1)}(x,t)-\tilde{v}_r^{(0)}(x,t)\right\|.$$

Причем любое решение $\lambda(x),\tilde{v}(x,[t])$ задачи (6)–(9) в $S\left(\lambda^{(0)}(x),\rho(x)\right)\times S\left(\tilde{v}^{(0)}(x,[t]),\theta(x)\right)$ изолировано.

Доказательство. В силу условий 3) теоремы 1 оператор $Q_{\mu,h}\left(\overline{x},\tilde{v}^{(0)}\left(x,[\cdot]\right),\lambda\left(\overline{x}\right)\right)$ в $S(\lambda^{(0)}(x),\rho(x))$ удовлетворяет всем предложениям теоремы 1 [3]. Тогда при фиксированных значениях $\overline{x}\in[0,\omega]$ существует число

$\varepsilon_0 > 0,$ удовлетворяющее неравенствам $\varepsilon_0\gamma_\mu(\bar{x},h) < \frac{1}{2};\ \frac{\gamma_\mu(\bar{x},h)}{1-\varepsilon_0\gamma_\mu(\bar{x},h)}\left\|Q_{\mu,h}\left(\bar{x},\tilde{v}^{(0)}(\bar{x},[\cdot]),\lambda^{(0)}(\bar{x})\right)\right\| < \rho(\bar{x}),$ а матрица Якоби $\frac{\partial Q_{\mu,h}\left(\bar{x},\tilde{v}^{(0)}(\bar{x},[\cdot]),\lambda^{(0)}(\bar{x})\right)}{\partial\lambda}$ равномерно непрерывна в $S\left(\lambda^{(0)}(\bar{x}),\rho(\bar{x})\right)$, и для $\varepsilon_0 > 0$ найдется $\delta_0 \in \left(0,\frac{\rho(\bar{x})}{2}\right)$ такое, что $\left\|\frac{\partial Q_{\mu,h}\left(\bar{x},\tilde{v}^{(0)}(\bar{x},[\cdot]),\lambda(\bar{x})\right)}{\partial\lambda} - \frac{\partial Q_{\mu,h}\left(\bar{x},\tilde{v}^{(0)}(\bar{x},[\cdot]),\hat{\lambda}(\bar{x})\right)}{\partial\lambda}\right\| < \varepsilon_0,$ как только $\lambda(\bar{x}),\ \hat{\lambda}(\bar{x}) \in S\left(\lambda^{(0)}(\bar{x}),\rho(\bar{x})\right)$, и справедливо неравенство $\left\|\lambda(\bar{x})-\hat{\lambda}(\bar{x})\right\| < \delta_0,\quad \bar{x}\in[0,\omega]$. Выбрав число $\alpha \ge \alpha_0 = \max\left\{1, \frac{\gamma_\mu(\bar{x},h)\left\|Q_{\mu,h}\left(\bar{x},\tilde{v}^{(0)}(\bar{x},[\cdot]),\lambda^{(0)}(\bar{x})\right)\right\|}{\delta_0}\right\}$, построим итерационный процесс $\lambda^{(1,0)}(\bar{x}) = \lambda^{(0)}(\bar{x})$:

$$\lambda^{(1,m+1)}(\bar{x}) = \lambda^{(1,m)}(\bar{x}) - \frac{1}{\alpha}\left[\frac{\partial Q_{\mu,h}\left(\bar{x},\tilde{v}^{(0)}(\bar{x},[\cdot]),\lambda^{(1,m)}(\bar{x})\right)}{\partial\lambda}\right]^{-1} Q_{\mu,h}\left(\bar{x},\tilde{v}^{(0)}(\bar{x},[\cdot]),\lambda^{(1,m)}(\bar{x})\right), \tag{15}$$

$\bar{x}\in[0,\omega],\ m = 0, 1, 2, \ldots$. По теореме 1 из [3] итерационный процесс (15) сходится к $\lambda^{(1)}(\bar{x})$, изолированному решению уравнения $Q_{\mu,h}\left(\bar{x},\tilde{v}^{(0)}(\bar{x},[\cdot]),\lambda(\bar{x})\right) = 0$ в $S\left(\lambda^{(0)}(x),\rho(x)\right)$, и

$$\left\|\lambda^{(1)}(\bar{x})-\lambda^{(0)}(\bar{x})\right\| \le \gamma_\mu(\bar{x},h)\left\|Q_{\mu,h}\left(\bar{x},\tilde{v}^{(0)}(\bar{x},[\cdot]),\lambda^{(0)}(\bar{x})\right)\right\| < \rho(\bar{x}). \tag{16}$$

В силу произвольности $\bar{x}$ оценка (16) справедлива при всех $x\in[0,\omega]$. Функции $\tilde{v}_r^{(1)}(\bar{x},t),\ r=\overline{1,N}$, определяются из соотношений

$$\tilde{v}_r^{(1)}(x,t) = \int\limits_{(r-1)h}^{t} F\left(x,\tau_1, \int\limits_{(r-1)h}^{\tau_1} F\left(x,\tau_2,\ldots\int\limits_{(r-1)h}^{\tau_{\mu-1}} F\left(x,\tau_\mu,\tilde{v}_r^{(0)}(x,\tau_\mu)+\lambda_r^{(1)}(x)\right)d\tau_\mu + \ldots + \lambda_r^{(1)}(x)\right)d\tau_2 + \lambda_r^{(1)}(x)\right)d\tau_1, \tag{17}$$

$r=\overline{1,N}$. Из структуры оператора $Q_{\mu,h}\left(x,\tilde{v}^{(1)}(x,[\cdot]),\lambda(x)\right)$ и равенства $Q_{\mu,h}\left(x,\tilde{v}^{(0)}(x,[\cdot]),\lambda^{(1)}(x)\right) = 0$ следует, что

$$\gamma_\mu(x,h)\left\|Q_{\mu,h}(x,\tilde{v}^{(1)}(x,[\cdot]),\lambda^{(1)}(x))\right\| = \gamma_\mu(x,h)\left\|Q_{\mu,h}\left(x,\tilde{v}^{(1)}(x,[\cdot]),\lambda^{(1)}(x)\right) - Q_{\mu,h}\left(x,\tilde{v}^{(0)}(x,[\cdot]),\lambda^{(1)}(x)\right)\right\| \le$$

$$\le \gamma_\mu(x,h)\frac{(L_1(x)h)^\mu}{\mu!}\max_{r=\overline{1,N}}\sup_{t\in[(r-1)h,rh]}\left\|\tilde{v}_r^{(1)}(x,t)-\tilde{v}_r^{(0)}(x,t)\right\|. \tag{18}$$

Если $\lambda(\bar{x}) \in S\left(\lambda^{(1)}(\bar{x}),\rho_1(\bar{x})+\tilde{\varepsilon}\right)$, где $\rho_1(\bar{x}) = \gamma_\mu(\bar{x},h)\left\|Q_{\mu,h}(\bar{x},\tilde{v}^{(1)}(\bar{x},[\cdot]),\lambda^{(1)}(\bar{x}))\right\|$, число $\tilde{\varepsilon} > 0$, при всех $\bar{x}\in[0,\omega]$, удовлетворяет неравенству

$$\tilde{\varepsilon} + \frac{(L_1(\bar{x})h)^\mu}{\mu!}\frac{\gamma_\mu(\bar{x},h)}{1-q_\mu(\bar{x},h)}\max_{r=\overline{1,N}}\sup_{t\in[(r-1)h,rh)}\left\|\tilde{v}_r^{(1)}(\bar{x},t)-\tilde{v}_r^{(0)}(\bar{x},t)\right\| + \gamma_\mu(\bar{x},h)\left\|Q_{\mu,h}(\bar{x},\tilde{v}^{(0)}(\bar{x},[\cdot]),\lambda^{(0)}(\bar{x}))\right\| < \rho(\bar{x}), \tag{19}$$

то в силу неравенств 2), 3) теоремы 1 и (17), (19) имеет место оценка

$$\max_{r=\overline{1,N}}\left\|\lambda_r(\bar{x})-\lambda_r^{(0)}(\bar{x})\right\| \le \max_{r=\overline{1,N}}\left\|\lambda_r(\bar{x})-\lambda_r^{(1)}(\bar{x})\right\| + \max_{r=\overline{1,N}}\left\|\lambda_r^{(1)}(\bar{x})-\lambda_r^{(0)}(\bar{x})\right\| \le$$

$$\le \gamma_\mu(\bar{x},h)\left\|Q_{\mu,h}(\bar{x},\tilde{v}^{(1)}(\bar{x},[\cdot]),\lambda^{(1)}(\bar{x}))\right\| + \tilde{\varepsilon} + \max_{r=\overline{1,N}}\left\|\lambda_r^{(1)}(\bar{x})-\lambda_r^{(0)}(\bar{x})\right\| \le$$

$$\le \gamma_\mu(\bar{x},h)\frac{(L_1(\bar{x})h)^\mu}{\mu!}\max_{r=\overline{1,N}}\sup_{t\in[(r-1)h,rh)}\|\tilde{v}_r^{(1)}(\bar{x},t)-\tilde{v}_r^{(0)}(\bar{x},t)\| + \max_{r=\overline{1,N}}\left\|\lambda_r^{(1)}(\bar{x})-\lambda_r^{(0)}(\bar{x})\right\| + \tilde{\varepsilon} \le$$

$$\le \gamma_\mu(\bar{x},h)\frac{(L_1(\bar{x})h)^\mu}{\mu!}\max_{r=\overline{1,N}}\sup_{t\in[(r-1)h,rh)}\left\|\tilde{v}_r^{(1)}(\bar{x},t)-\tilde{v}_r^{(0)}(\bar{x},t)\right\| + \gamma_\mu(\bar{x},h)\left\|Q_{\mu,h}\left(\bar{x},\tilde{v}^{(0)}(\bar{x},[\cdot]),\lambda^{(0)}(\bar{x})\right)\right\| + \tilde{\varepsilon} + \rho(\bar{x}),$$

то есть $S\left(\lambda^{(1)}(\overline{x}),\rho_1(\overline{x})+\tilde{\varepsilon}\right)\subset S\left(\lambda^{(0)}(\overline{x}),\rho(\overline{x})\right)$. Из условий теоремы 1 следует, что оператор $Q_{\mu,h}\left(\overline{x},\tilde{v}^{(1)}(\overline{x},[\cdot]),\lambda(\overline{x})\right)$ в $S\left(\lambda^{(1)}(\overline{x}),\rho_1(\overline{x})+\tilde{\varepsilon}\right)$ удовлетворяет всем условиям теоремы 1 из [3]. Поэтому итерационный процесс $\lambda^{(2,0)}(\overline{x})=\lambda^{(1)}(\overline{x})$

$$\lambda^{(2,m+1)}(\overline{x})=\lambda^{(2,m)}(\overline{x})-\frac{1}{\alpha}\left[\frac{\partial Q_{\mu,h}\left(\overline{x},\tilde{v}^{(1)}(\overline{x},[\cdot]),\lambda^{(2,m)}(\overline{x})\right)}{\partial\lambda}\right]^{-1}Q_{\mu,h}\left(\overline{x},\tilde{v}^{(1)}(\overline{x},[\cdot]),\lambda^{(2,m)}(\overline{x})\right),$$

$\overline{x}\in[0,\omega]$, $m=0,1,2,\ldots$, сходится к $\lambda^{(2)}(\overline{x})$ — изолированному решению уравнения $Q_{\mu,h}\left(\overline{x},\tilde{v}^{(1)}(\overline{x},[\cdot]),\lambda(\overline{x})\right)=0$ во множестве $S\left(\lambda^{(1)}(\overline{x}),\rho_1(\overline{x})+\tilde{\varepsilon}\right)$ и

$$\left\|\lambda^{(2)}(\overline{x})-\lambda^{(1)}(\overline{x})\right\|\le\gamma_\mu(\overline{x},h)\left\|Q_{\mu,h}\left(\overline{x},\tilde{v}^{(1)}(\overline{x},[\cdot]),\lambda^{(1)}(\overline{x})\right)\right\|. \tag{20}$$

В силу произвольности $\overline{x}$ оценка (20) справедлива при всех $\overline{x}\in[0,\omega]$. Оценим норму разности $\tilde{v}_r^{(2)}(\overline{x},t)-\tilde{v}_r^{(1)}(\overline{x},t)$:

$$\max_{r=\overline{1,N}}\sup_{t\in[(r-1)h,rh)}\left\|\tilde{v}_r^{(2)}(x,t)-\tilde{v}_r^{(1)}(x,t)\right\|\le\frac{(L_1(x)h)^\mu}{\mu!}\max_{r=\overline{1,N}}\sup_{t\in[(r-1)h,rh)}\left\|v_r^{(1)}(x,t)-\tilde{v}_r^{(0)}(x,t)\right\|+$$
$$+\sum_{j=1}^{\mu}\frac{(L_1(x)h)^j}{j!}\max_{r=\overline{1,N}}\sup_{t\in[(r-1)h,rh)}\left\|\lambda_r^{(2)}(x)-\lambda_r^{(1)}(x)\right\|.$$

Таким образом,

$$\max_{r=\overline{1,N}}\sup_{t\in[(r-1)h,rh)}\left\|\tilde{v}_r^{(2)}(x,t)-\tilde{v}_r^{(1)}(x,t)\right\|\le$$
$$\le\frac{(L_1(x)h)^\mu}{\mu!}\max_{r=\overline{1,N}}\sup_{t\in[(r-1)h,rh)}\left\|\tilde{v}_r^{(1)}(x,t)-\tilde{v}_r^{(0)}(x,t)\right\|+\sum_{j=1}^{\mu}\frac{(L_1(x)h)^j}{j!}\gamma_\mu(x,h)\left\|Q_{\mu,h}\left(x,\tilde{v}^{(1)}(x,[\cdot]),\lambda^{(1)}(x)\right)\right\|\le$$
$$\le\frac{(L_1(x)h)^\mu}{\mu!}\max_{r=\overline{1,N}}\sup_{t\in[(r-1)h,rh)}\left\|\tilde{v}_r^{(1)}(x,t)-\tilde{v}_r^{(0)}(x,t)\right\|+$$
$$+\sum_{j=1}^{\mu}\frac{(L_1(x)h)^j}{j!}\gamma_\mu(x,h)\frac{(L_1(x)h)^\mu}{\mu!}\max_{r=\overline{1,N}}\sup_{t\in[(r-1)h,rh)}\left\|\tilde{v}_r^{(1)}(x,t)-\tilde{v}_r^{(0)}(x,t)\right\|\le$$
$$\le q_\mu(x,h)\max_{r=\overline{1,N}}\sup_{t\in[(r-1)h,rh)}\left\|\tilde{v}_r^{(1)}(x,t)-\tilde{v}_r^{(0)}(x,t)\right\|.$$

$$\max_{r=\overline{1,N}}\sup_{t\in[(r-1)h,rh)}\left\|\tilde{v}_r^{(2)}(x,t)-\tilde{v}_r^{(0)}(x,t)\right\|\le$$
$$\le\left[1+q_\mu(x,h)\right]\max_{r=\overline{1,N}}\sup_{t\in[(r-1)h,rh)}\left\|\tilde{v}_r^{(1)}(x,t)-\tilde{v}_r^{(0)}(x,t)\right\|<\theta(x).$$

Предполагая, что определена пара $\left(\lambda^{(k-1)}(x),\tilde{v}^{(k-1)}(x,[t])\right)\in S\left(\lambda^{(0)}(x),\rho(x)\right)\times S\left(\tilde{v}^{(0)}(x,[t]),\theta(x)\right)$, установим оценки

$$\max_{r=\overline{1,N}}\sup_{t\in[(r-1)h,rh)}\left\|\tilde{v}_r^{(k-1)}(x,t)-\tilde{v}_r^{(k-2)}(x,t)\right\|\le\left[q_\mu(x,h)\right]^{k-2}\max_{r=\overline{1,N}}\sup_{t\in[(r-1)h,rh)}\left\|\tilde{v}_r^{(1)}(x,t)-\tilde{v}_r^{(0)}(x,t)\right\|; \tag{21}$$

$$\gamma_\mu(x,h)\left\|Q_{\mu,h}\left(x,\tilde{v}^{(k-1)}(x,[\cdot]),\lambda^{(k-1)}(x)\right)\right\|\le\gamma_\mu(x,h)\frac{(L_1(x)h)^\mu}{\mu!}\max_{r=\overline{1,N}}\sup_{t\in[(r-1)h,rh)}\left\|\tilde{v}_r^{(k-1)}(x,t)-\tilde{v}_r^{(k-2)}(x,t)\right\|; \tag{22}$$

$$\gamma_\mu(x,h)\left\|Q_{\mu,h}\left(x,\tilde{v}^{(k-1)}(x,[\cdot]),\lambda^{(k-1)}(x)\right)\right\|\le$$
$$\le\gamma_\mu(x,h)\frac{(L_1(x)h)^\mu}{\mu!}\left[q_\nu(x,h)\right]^{k-2}\max_{r=\overline{1,N}}\sup_{t\in[(r-1)h,rh)}\left\|\tilde{v}_r^{(1)}(x,t)-\tilde{v}_r^{(0)}(x,t)\right\|. \tag{23}$$

Возьмем $\rho_{k-1}(\overline{x})=\gamma_\mu(\overline{x},h)\left\|Q_{\mu,h}\left(\overline{x},\tilde{v}^{(k-1)}(\overline{x},[\cdot]),\lambda^{(k-1)}(\overline{x})\right)\right\|$ при $\overline{x}\in[0,\omega]$ и покажем, что $S\left(\lambda^{(k-1)}(\overline{x}),\rho_{k-1}(\overline{x})\right)+\tilde{\varepsilon}\subset S\left(\lambda^{(0)}(\overline{x}),\rho(\overline{x})\right)$. Действительно, ввиду неравенств (21)–(23) и 3) теоремы 1,

$$\max_{r=\overline{1,N}}\left\|\lambda_r(\overline{x})-\lambda_r^{(0)}(\overline{x})\right\|\le\max_{r=\overline{1,N}}\left\|\lambda_r(\overline{x})-\lambda_r^{(k-1)}(\overline{x})\right\|+$$
$$+\max_{r=\overline{1,N}}\left\|\lambda_r^{(k-1)}(\overline{x})-\lambda_r^{(k-2)}(\overline{x})\right\|+\ldots+\max_{r=\overline{1,N}}\left\|\lambda_r^{(1)}(\overline{x})-\lambda_r^{(0)}(\overline{x})\right\|\le$$
$$\le\frac{\gamma_\mu(\overline{x},h)}{1-q_\mu(\overline{x},h)}\,\frac{(L_1(\overline{x})h)^\mu}{\mu!}\max_{r=\overline{1,N}}\sup_{t\in[(r-1)h,rh)}\left\|\tilde{v}_r^{(1)}(\overline{x},t)-\tilde{v}_r^{(0)}(\overline{x},t)\right\|+\max_{r=\overline{1,N}}\left\|\lambda_r^{(1)}(\overline{x})-\lambda_r^{(0)}(\overline{x})\right\|+\tilde{\varepsilon}\le$$
$$\le\gamma_\mu(\overline{x},h)\frac{(L_1(\overline{x})h)^\mu}{\mu!}\theta(\overline{x})+\gamma_\mu(\overline{x},h)\left\|Q_{\mu,h}\left(\overline{x},\tilde{v}^{(0)}(\overline{x},[\cdot]),\lambda^{(0)}(\overline{x})\right)\right\|<\rho(\overline{x}).$$

Так как $Q_{\mu,h}\left(\overline{x},\tilde{v}^{(k-1)}(\overline{x},[\cdot]),\lambda(\overline{x})\right)$ в $S\left(\lambda^{(k-1)}(\overline{x}),\rho_{k-1}(\overline{x})+\tilde{\varepsilon}\right)$ удовлетворяет всем условиям теоремы 1 из [3], то существует $\lambda^{(k)}(\overline{x})$ — решение уравнения $Q_{\mu,h}\left(\overline{x},\tilde{v}^{(k-1)}(\overline{x},[\cdot]),\lambda(\overline{x})\right)=0$ в $S\left(\lambda^{(k-1)}(\overline{x}),\rho_{k-1}(\overline{x})+\tilde{\varepsilon}\right)$ и справедлива оценка

$$\left\|\lambda^{(k)}(\overline{x})-\lambda^{(k-1)}(\overline{x})\right\|\le\gamma_\mu(\overline{x},h)\left\|Q_{\mu,h}\left(\overline{x},\tilde{v}^{(k-1)}(\overline{x},[\cdot]),\lambda^{(k-1)}(\overline{x})\right)\right\|. \tag{24}$$

В силу произвольности $\overline{x}$ оценка (24) справедлива при всех $\overline{x}\in[0,\omega]$. Устанавливаем следуюшие оценки:

$$\max_{r=\overline{1,N}}\left\|\lambda_r^{(k)}(x)-\lambda_r^{(k-1)}(x)\right\|\le\gamma_\mu(x,h)\frac{(L_1(x)h)^\mu}{\mu!}\max_{r=\overline{1,N}}\sup_{t\in[(r-1)h,rh)}\left\|\tilde{v}_r^{(k-1)}(x,t)-\tilde{v}_r^{(k-2)}(x,t)\right\|; \tag{25}$$

$$\max_{r=\overline{1,N}}\sup_{t\in[(r-1)h,rh)}\left\|\tilde{v}_r^{(k)}(x,t)-\tilde{v}_r^{(k-1)}(x,t)\right\|\le q_\mu(x,h)\max_{r=\overline{1,N}}\sup_{t\in[(r-1)h,rh)}\left\|\tilde{v}_r^{(k-1)}(x,t)-\tilde{v}_r^{(k-2)}(x,t)\right\|. \tag{26}$$

Из неравенств (25), (26) и $q_\mu(x,h)<1$ вытекает, что последовательность $\left\{\lambda^{(k)}(x),\tilde{v}^{(k)}(x,[t])\right\}$ при $k\to\infty$ сходится к $\left\{\lambda^*(x),\tilde{v}^*(x,[t])\right\}$ — решению задачи (6)–(9) в $S\left(\lambda^{(0)}(x),\rho(x)\right)\times S\left(\tilde{v}^{(0)}(x,[t]),\theta(x)\right)$. Покажем изолированность решения. Возьмем число $\varepsilon>0$ такое, что

$$\varepsilon\gamma_\mu(x,h)<1,\quad\frac{\gamma_\mu(x,h)}{1-\varepsilon\gamma_\mu(x,h)}\cdot\frac{(L_1(x)h)^\mu}{\mu!}\sum_{j=1}^{\mu}\frac{(L_1(x)h)^j}{j!}<1-\frac{(L_1(x)h)^\mu}{\mu!}. \tag{27}$$

Из равномерной непрерывности $f'_\mu(x,t,u,v)$ в $G^0\left(\rho(x),\theta(x)\right)$ и структуры матрицы Якоби $\dfrac{\partial Q_{\mu,h}\left(x,\tilde{v}(x,[\cdot]),\lambda(x)\right)}{\partial\lambda}$ вытекает ее равномерная непрерывность в $S\left(\lambda^*(x),\delta\right)\times S\left(\tilde{v}^*(x,[t]),\delta^1\right)$. Поэтому существуют числа $\delta>0,\ \delta^1>0,$ при которых $\left\|\dfrac{\partial Q_{\mu,h}\left(x,\tilde{v}(x,[\cdot]),\lambda(x)\right)}{\partial\lambda}-\dfrac{\partial Q_{\mu,h}\left(x,\tilde{v}^*(x,[\cdot]),\lambda^*(x)\right)}{\partial\lambda}\right\|<\varepsilon$ для всех $x\in[0,\omega]$, $\left\{\lambda(x),\tilde{v}(x,t)\right\}\in S\left(\lambda^*(x),\delta\right)\times S\left(\tilde{v}^*(x,[t]),\delta^1\right)$. Заметим, что если $\left\{\lambda^*(x),\tilde{v}^*(x,[t])\right\}$ — решение задачи (6)–(9), то $Q_{\mu,h}\left(x,\tilde{v}^*(x,[\cdot]),\lambda^*(x)\right)=0$ при любом $\nu\in N$. Пусть $\left(\hat{\lambda}(x),\hat{v}(x,t)\right)\in S\left(\lambda^*(x),\delta\right)\times S\left(\tilde{v}^*(x,[t]),\delta^1\right)$ — другое решение задачи (6)–(9). Так как $Q_{\mu,h}\left(x,\tilde{v}^*(x,[\cdot]),\lambda^*(x)\right)=0$ и $Q_{\mu,h}\left(x,\hat{\tilde{v}}^*(x,[\cdot]),\hat{\lambda}(x)\right)=0,$ то из равенств

$$\lambda^*(x)=\lambda^*(x)-\left[\frac{\partial Q_{\mu,h}\left(x,\tilde{v}^*(x,[\cdot]),\lambda^*(x)\right)}{\partial\lambda}\right]^{-1}Q_{\mu,h}\left(x,\tilde{v}^*(x,[\cdot]),\lambda^*(x)\right);$$

$$\hat{\lambda}(x)=\hat{\lambda}(x)-\left[\frac{\partial Q_{\mu,h}\left(x,\tilde{v}^*(x,[\cdot]),\lambda^*(x)\right)}{\partial\lambda}\right]^{-1}Q_{\mu,h}\left(x,\hat{\tilde{v}}^*(x,[\cdot]),\hat{\lambda}(x)\right)$$

следует, что

$$\lambda^*(x)-\hat{\lambda}(x)=\lambda^*(x)-\hat{\lambda}(x)-\left[\frac{\partial Q_{\mu,h}\left(x,\tilde{v}^*(x,[\cdot]),\lambda^*(x)\right)}{\partial\lambda}\right]^{-1}\times$$

$$\times\Big[Q_{\mu,h}\left(x,\tilde v^*(x,[\cdot]),\lambda^*(x)\right)-Q_{\mu,h}\left(x,\tilde v^*(x,[\cdot]),\hat\lambda(x)\right)+Q_{\mu,h}\left(x,\tilde v^*(x,[\cdot]),\hat\lambda(x)\right)-Q_{\mu,h}\left(x,\hat{\tilde v}(x,[\cdot]),\hat\lambda(x)\right)\Big].$$

К разности $Q_{\mu,h}\left(x,\tilde v^*(x,[\cdot]),\lambda^*(x)\right)-Q_{\mu,h}\left(x,\tilde v^*(x,[\cdot]),\hat\lambda(x)\right)$ применяя формулу конечных приращений Лагранжа [4], получим, что

$$\lambda^*(x)-\hat\lambda(x)=-\left[\frac{\partial Q_{\mu,h}\left(x,\tilde v^*(x,[\cdot]),\lambda^*(x)\right)}{\partial\lambda}\right]^{-1}\times$$

$$\times\int_0^1\left(\frac{\partial Q_{\mu,h}\left(x,\tilde v^*(x,[\cdot]),\hat\lambda(x)+t\left(\lambda^*(x)-\hat\lambda(x)\right)\right)}{\partial\lambda}-\frac{\partial Q_{\mu,h}\left(x,\tilde v^*(x,[\cdot]),\lambda^*(x)\right)}{\partial\lambda}\right)dt\left(\lambda^*(x)-\hat\lambda(x)\right)-$$

$$-\left[\frac{\partial Q_{\mu,h}(x,\tilde v^*(x,[\cdot]),\lambda^*(x))}{\partial\lambda}\right]^{-1}\Big[Q_{\mu,h}\left(x,\tilde v^*(x,[\cdot]),\hat\lambda(x)\right)-Q_{\mu,h}\left(x,\hat{\tilde v}(x,[\cdot]),\hat\lambda(x)\right)\Big],$$

откуда

$$\left\|\lambda^*(x)-\hat\lambda(x)\right\|\le\frac{\gamma_\mu(x,h)}{1-\varepsilon\gamma_\mu(x,h)}\max_{r=\overline{1,N}}\left\{\int_{(r-1)h}^{rh}L_1(x)\int_{(r-1)h}^{r_1}L_1(x)\ldots\int_{(r-1)h}^{r_{\mu-1}}L_1(x)\left\|\tilde v_r^*(x,\tau_\mu)-\hat{\tilde v}_r(x,\tau_\mu)\right\|d\tau_\mu\ldots d\tau_2d\tau_1\right\};\quad(28)$$

$$\max_{r=\overline{1,N}}\sup_{t\in[(r-1)h,rh)}\left\|\tilde v_r^*(x,t)-\hat{\tilde v}_r(x,t)\right\|\le$$

$$\le\sum_{j=1}^{\mu}\frac{(L_1(x)h)^j}{j!}\max_{r=\overline{1,N}}\left\|\lambda_r^*(x)-\hat\lambda_r(x)\right\|+\frac{(L_1(x)h)^\mu}{\mu!}\max_{r=\overline{1,N}}\sup_{t\in[(r-1)h,rh)}\left\|\tilde v_r^*(x,t)-\hat{\tilde v}_r(x,t)\right\|.\qquad(29)$$

Подставив (29) в правую часть (28), получим

$$\max_{r=\overline{1,N}}\sup_{t\in[(r-1)h,rh)}\left\|\tilde v_r^*(x,t)-\hat{\tilde v}_r(x,t)\right\|\le$$

$$\le\frac{(L_1(x)h)^\mu}{\mu!}\left[1+\frac{\gamma_\mu(x,h)}{1-\varepsilon\gamma_\mu(x,h)}\sum_{j=1}^{\mu}\frac{(L_1(x)h)^j}{j!}\right]\max_{r=\overline{1,N}}\sup_{t\in[(r-1)h,rh)}\left\|\tilde v_r^*(x,t)-\hat{\tilde v}_r(x,t)\right\|.\qquad(30)$$

Таким образом, в силу неравенств (28)–(30) имеют место равенства $\lambda_r^*(x)=\hat\lambda(x)$; $\tilde v_r^*(x,t)=\hat{\tilde v}_r(x,t)$, $r=\overline{1,N}$, при всех $(x,t)\in\Omega_r$. Теорема 1 доказана.

Функцию $v^{(k)}(x,t)$, $k=0,1,2,\ldots$, определим равенством

$$v^{(k)}(x,t)=\begin{cases}\lambda_r^{(k)}(x)+\tilde v_r^{(k)}(x,t)\text{ при }(x,t)\in\Omega_r,\ r=\overline{1,N};\\ \lambda_N^{(k)}(x)+\lim\limits_{t\to T-0}\tilde v_N^{(k)}(x,t)\text{ при }t=Nh,\end{cases}$$

и через $S_0\left(v^{(0)}(x,t),\rho(x)+\theta(x)\right)$ обозначим множество кусочно-непрерывно дифференцируемых по t функций $v:\overline{\Omega}\to R^n$, удовлетворяющих неравенствам $\left\|v(x,t)-\lambda^{(0)}(x)-\tilde v^{(0)}(x,t)\right\|<\rho(x)+\theta(x)$; $\left\|v(x,T)-\lambda^{(0)}(x)-\tilde v^{(0)}(x,T)\right\|<\rho(x)+\theta(x)$.

Ввиду эквивалентности задач (1), (2) и (6)–(9) из теоремы 1 следует

Теорема 2. Если выполнены условия теоремы 1, то последовательность $\left\{v^{(k)}(x,t)\right\}$, $k=1,2,\ldots$, содержится в $S_0\left(v^{(0)}(x,t),\rho(x)+\theta(x)\right)$, сходится к $v^*(x,t)$ — решению задачи (1), (2) в $S_0\left(v^{(0)}(x,t),\rho(x)+\theta(x)\right)$ и справедливо

$$\left\|v^*(x,t)-v^{(0)}(x,t)\right\|\le\gamma_\mu(x,h)\left\|Q_{\mu,h}\left(x,\tilde v^{(0)}(x,[\cdot]),\lambda^{(0)}(x)\right)\right\|+$$

$$+\left\{\frac{(L_1(x)h)^\mu}{\mu!}\gamma_\mu(x,h)+1\right\}\frac{1}{1-q_\mu(x,h)}\max_{r=\overline{1,N}}\sup_{t\in[(r-1)h,rh)}\left\|\tilde v_r^{(1)}(x,t)-\tilde v_t^{(0)}(x,t)\right\|,\quad(x,t)\in\overline{\Omega}.$$

Причем любое решение задач (1), (2) в $S_0\left(v^{(0)}(x,t),\rho(x)+\theta(x)\right)$ изолировано.

Список литературы

1 *Орумбаева Н.Т.* Об одном алгоритме нахождения решения периодической краевой задачи для системы гиперболических уравнений // Сибирские электронные математические известия. — 2013. — Т. 10. — [ЭР]. Режим доступа: http://semr.math.nsc.ru/conru.html.

2 *Джумабаев Д.С.* Признаки однозначной разрешимости линейной краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения // Журнал вычислительной математики и математической физики. — 1989. — Т. 29, № 1. — С. 50–66.

3 *Джумабаев Д.С.* Итерационные процессы с демпфирующими множителями и их применение // Математический журнал. — 2001. — Т. 1, № 1. — С. 20–30.

4 *Треногин В.А.* Функциональный анализ. — М.: Наука, 1980. — 496 с.

Г.Сәбитбекова, Н.Т.Орумбаева, М.Т.Қасыметова

Қарапайым дифференциалдық теңдеулерге арналған периодты шеттік есептер топтарының шешілімдері туралы

Мақалада қарапайым дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін периодты шеттік есептер үйірі қарастырылды. Қарапайым дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін периодты шеттік есептер үйірінің шешімін табудың конструктивті алгоритмі ұсынылды. Алгоритмнің жинақтылығының және зерттеліпп отырған есептің шешілімдігінің жеткілікті шарттары тағайындалған.

G.Sabitbekova, N.T.Orumbayeva, M.T.Kasymetova

On the solvability of a family periodic boundary value problems for ordinary differential equations

In article the family of periodic regional tasks for the ordinary differential equations is considered. The constructional algorithm of finding the family of periodic regional tasks for the ordinary differential equations is offered. The sufficient conditions of algorithm's convergence and unique solvability of investigating problem are established. The family of periodic regional tasks for the ordinary differential equations, method of parametrization.

Referenses

1 Orumbayeva N.T. *Siberian Electronic Mathematical Reports*, 2013, 10, p. 464–474.

2 Dzhumabayev D.S. *Journal of Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 1989, 29, 1, p. 50–66.

3 Dzhumabayev D.S. *Mathematical Journal*, 2001, 1, 1, p. 20–30.

4 Trenogin V.A. *The functional analysis*, Moscow: Nauka, 1980, p. 375.