МЕХАНИКА

ӘОЖ 621.01.539.3

Ж.Б.Бәкіров, А.Ә.Тәңірбергенова

Қарағанды мемлекеттік техникалық университеті

КЕЗДЕЙСОҚ ФАКТОРЛАРДЫ ЕСКЕРІП, СТЕРЖЕНДЕРДІҢ КҮДІКТІДЕН КЕЙІНГІ ДЕФОРМАЦИЯСЫН ЗЕРТТЕУ

Решается задача об определении вероятностных характеристик стрелы прогиба стерженей после потери устойчивости, которая является функцией трех случайных величин: нагрузки стрелы начального искривления оси, эксцентриситета нагрузки. Плотность распределения прогиба определена преобразованием плотностей вероятности, и на этой основе получены формулы для оценки надежности, вычисления математического ожидания и дисперсии прогиба.

The problem is solved to determine probability characteristics of rod sags after the stability loss which is the function of three random quantities: load, a sag initial axis bending, load eccentricity. The deflection distribution density is determined by converting probability densities, and the formulae to evaluate the reliability, to calculate the expectation and the deflection dispersion have been obtained on this basis.

Орнықтылықты жоғалтқаннан кейін стержендердің деформациясын анықтау үшін иілудің сызықтық дифференциалдық теңдеуіне немесе деформацияның сызықтық емес құраушыларын ескеру арқылы энергетикалық қатынастарды қолданылады. Кейбір жағдайларда майысу шегін анықтау теңдеуі келесі түрде көрсетіледі:

$$\eta\delta^3 + \delta\left(1 - F / F_{кр}\right) = 0 . \tag{1}$$

Осыдан

$$\delta = A / l = \left[\left(F / F_{кр} - 1\right) / \eta\right]^{1/2} , \tag{2}$$

мұнда δ — өлшемсіз майысу шегі; η — стержендердің бекінісіне тәуелді сызықтық емес өлшемсіз коэффициент; $F_{кр}$ — күдікті күш.

Әрі қарай сығушы күшті кездейсоқ шама болып табылады деп санаймыз, оның таралу тығыздығы $P(F)$. Иілу шетінің таралу тығыздығы ықтималдық тығыздығы өрнектеу теңдеуінен [1] анықталады

$$f(\delta) = \left|\frac{dh(\delta)}{d\delta}\right| P\left[h(\delta)\right] , \tag{3}$$

мұнда $h\{\delta\} = F = \left(\eta\delta^2 + 1\right)F_{кр}$.

Жүктелудің бірқалыпты таралу заңында бұл өрнек мына түрге ие:

$$f(\delta) = \sqrt{2/\pi}\sigma_0^{-2}\left|\delta\right|\exp\left[-\left(\delta^2 - \delta_m^2\right)^2 / 2\sigma_0^4\right] . \tag{4}$$

Мұнда келесі белгілеу енгізілген:

$$\sigma_0^2 = \sigma_F / \eta F_{кр}, \quad t_0 = \left(F_{кр} - m_F\right) / \sigma_F = -m, \delta_m^2 = -t_0\sigma_0^2 = m\sigma_0^2 , \tag{5}$$

бұнда m_F, σ_F — жүктеменің математикалық үміті мен тұрақтысы.

Беріктік есептерін шешу үшін жиі, яғни, майысу δ шегінің деңгейінен аспайтын ықтималдығын анықтау есептерін шығарамыз. Бұл деңгей тікелей беріктік шартынан беріледі. Соңғы жағдайда δ мәні мына шарттан анықталады:

$$\sigma_{\max} = F / A + F\delta l / W = \sigma_*,$$

мұнда σ_* — шектік кернеу. Осыдан

$$\delta_* = \left(\sigma_* / F - 1/A\right)W / l .$$

Егерде жүктеме кездейсоқ шама болса, онда мына теңсіздік міндетті түрде орындалады:

$$F \le \sigma_* / \left(1/A + \delta l / W\right) = F_*,$$

үлкен H_g ықтималдығымен орындалады, яғни, былай болу керек

$$H_g = \int_{-\infty}^{F_k} P(F)\,dF = F\left(F_*\right), \tag{6}$$

мұнда $F(x)$ — жүктеменің таралу заңы.

δ_* мәні енді (6) теңдеуінің түбірі болып табылады. Сонымен, мысалы, бірқалыпты заң үшін

$$\gamma_H = \left(F_* - m_F\right) / \sigma_F ,$$

мұнда γ_H — қалыпты таралудың квантилі, ол Hg ықтималдығына сәйкес. Онда

$$F_* = m_F\left(1 + \gamma_H k_F\right) \text{ және } \delta_* = \frac{W}{l}\left[\frac{\sigma_*}{m_F\left(1 + \gamma_H k_F\right)} - \frac{1}{A}\right].$$

Майысудың шектік деңгейден асып кетпеу ықтималдығы мына өрнекпен анықталады:

$$P\left(\delta \le \delta_*\right) = F\left(F_{кр}\right) + \int_0^{\delta_*} f(\delta)\,d\delta, \tag{7}$$

мұнда бірінші мүше теңесудің тік сызықты пішінін сақтау ықтималдығына тең. Бұнда (4)-ті қойып, және айнымалыларға ауыстыру жасаймыз

$$t = \left(\delta^2 - \delta_m^2\right) / \sigma_0^2 .$$

Онда

$$\delta = \sigma_0\left(t - t_0\right)^{\frac{1}{2}},\ d\delta = \sigma_0 dt / 2\left(t - t_0\right)^{\frac{1}{2}};$$

$$\int_0^{\delta_*} f(\delta)\,d\delta = (2\pi)^{-\frac{1}{2}}\int_{t_0}^{t_*} e^{-t^2/2}dt = \Phi\left(t_*\right) - \Phi\left(t_0\right),$$

мұнда $t_* = t_0 + \delta_*^2 / \sigma_0^2$.

Әрі қарай ескертетініміз, қалыпты заң үшін $F\left(F_{кр}\right) = \Phi\left(t_0\right)$, толығымен мынаны аламыз:

$$P\left(\delta \le \delta_*\right) = \Phi\left(t_*\right).$$

Ықтималдық есептерді шығару үшін кейде майысудың математикалық үміті мен дисперсиясын білу жеткілікті. Олар мына формулалары бойынша анықталады:

$$m_\delta = \int_{-\infty}^{\infty} \delta f(\delta)\,d\delta ;$$

$$D_\delta = \int_{-\infty}^{\infty} \left(\delta - m_\delta\right)^2 f(\delta)\,d\delta = \int_{-\infty}^{\infty} \delta^2 f(\delta)\,d\delta - m_\delta^2 = \mu_2 - m_\delta^2, \tag{8}$$

мұнда μ_2 — екінші қатардың бастапқы моменті.

(4)-ті (8)-ші өрнекке қойып және жоғарыда аталған белгілеулерді енгізіп, аламыз

$$m_\delta = \sigma_0\left(2\pi\right)^{-\frac{1}{2}}\int_{t_0}^{\infty}\left(t - t_0\right)^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{t^2}{2}}dt .$$

Тағы да бір айнымалыға ауыстыру жасаймыз $x = t - t_0$, онда

$$m_\delta = \sigma_0\left(2\pi\right)^{-\frac{1}{2}} l^{-\frac{t_0^2}{2}}\int_0^{\infty} x^{\frac{1}{2}} \exp\left(-x^2/2 - x t_0\right)dx.$$

Арнайы функциялар теориясынан [2] интеграл алынады

$$\int_0^\infty x^a \exp\left(-x^2/2 - zx\right)dx = \Gamma\left(a+1\right)e^{z^2/4}U\left(a+1/2,\ z\right),$$

мұнда $\Gamma\left(d\right)$ — толық гамма функция; $U\left(d, z\right)$ — параболалық цилиндр функциясы.

Осы интегралды қолданып, аламыз

$$m_\delta = \sigma_0\left(2\pi\right)^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{t_0^2}{4}}\Gamma\left(3/2\right)U\left(1,t_0\right),$$

$\Gamma\left(3/2\right) = \sqrt{\pi}/2$ екенін ескеріп, толық мынаған ие боламыз:

$$m_\delta = \sigma_0 e^{-\frac{t_0^2}{4}}U\left(1,t_0\right)/\sqrt{8}\,. \tag{9}$$

Егер $t_0 < 0$ болса, онда мына теңсіздікті қолдануға болады:

$$U(1,-x) = \pi V\left(1,x\right)/\Gamma\left(3/2\right) = 2\sqrt{\pi}V\left(1,x\right),$$

мұнда $V\left(1, x\right)$ — бұл да параболалық цилиндрдің функциясы. Бұл функциялардың кестелерін [2]-ден табуға болады.

Майысу дисперсиясын табамыз. Ол үшін, біріншіден, екінші моментті анықтаймыз

$$\mu_2 = \left(\sigma_0^2/\sqrt{2\pi}\right)\int_{-m}^{\infty}\left(t+m\right)e^{-\frac{t^2}{2}}dt = \sigma_0^2\left[m\Phi\left(m\right) + e^{-\frac{m^2}{2}}/\sqrt{2\pi}\right]. \tag{10}$$

Енді майысу тұрақтысы мынаған тең

$$\sigma_\delta = \sqrt{D_\delta} = \sqrt{\mu_2 - m_\delta^2}\,.$$

Ұқсас түрде зерттеулерді жүктеменің басқа да таралу заңдарында жүргізуге болады. Мысалы, егер күш гамма таралуына бағынса, онда критерийден артық аумағындағы шеттердің майысу тығыздығының ықтималдығы мынаған тең:

$$f\left(\delta\right) = 2\eta t_0^{\alpha+1}\Gamma_{(\alpha+1)}^{-1}\left|\delta\right|\left(1+\eta\delta^2\right)^\alpha \exp\left[-t_0\left(1+\eta\delta^2\right)\right],$$

мұнда $t_0 = F_{кр}/\beta$.

Майысу берілген δ_* деңгейінен аспайтын ықтималдығын анықтаймыз, яғни айнымалыларға ауыстыру жасай отырып,

$$t = t_0\left(1+\eta\delta^2\right)$$

аламыз,

$$P\left(\delta \le \delta_*\right) = \Gamma_{(\alpha+1)}^{-1}\left[\gamma\left(\alpha+1,t_0\right) + \int_{t_0}^{t_*} t^\alpha e^{-t}dt\right] = \gamma\left(\alpha+1,t_*\right)/\Gamma\left(\alpha+1\right),$$

мұнда $t_* = t_0\left(1+\eta\delta_*^2\right)$, аяғында мынаны аламыз:

$$P\left(\delta \le \delta_*\right) = P\left(2t_*, 2\alpha+2\right).$$

Майысудың математикалық үмітін табамыз. Алдыңғы айнымалдарды ауыстыруды пайдалана отырып, мынаған ие боламыз:

$$m_\delta = \Gamma_{(\alpha+1)}^{-1}\int_{t_0}^{\infty}\sqrt{\frac{t-t_0}{t_0\eta}}\,t^\alpha e^{-t}dt.$$

Тағы да бір айнымалыға ауыстыру жасаймыз $x = \left(t-t_0\right)/t_0$. Онда

$$m_\delta = \Gamma_{(\alpha+1)}^{-1}\eta^{-\frac{1}{2}}t_0^{\alpha+1}e^{-t_0}\int_0^\infty x^{\frac{1}{2}}\left(1+x\right)^\alpha e^{-xt_0}dx.$$

Интегралды көрсетуді ескере отырып, гипергеометриялық функцияларды [2]

$$\int_0^\infty t^{a-1}\left(1+t\right)^{b-a-1}e^{-tS}dt = \Gamma\left(a\right)U\left(a,b,S\right)$$

аламыз,

$$m_\delta = \frac{\sqrt{\pi/\eta}\, t_0^{\alpha+1} e^{-t_0}}{\eta \Gamma(\alpha+1)} U(3/2, \alpha+5/2, t_0).$$

Дисперсияны анықтау үшін екінші алғашқы моментті табамыз

$$\mu_2 = \left[t_0 \eta \Gamma(\alpha+1)\right]^{-1} \int_{t_0}^{\infty} (t-t_0) t^{\alpha} e^{-t} dt = \frac{\Gamma(\alpha+2, t_0) - t_0 \Gamma(\alpha+1, t_0)}{t_0 \eta \Gamma(\alpha+1)},$$

мұнда $\Gamma(a,x) = \int_x^{\infty} t^{a-1} e^{-t} dt = \Gamma(a) - \gamma(a,x)$.

Өлшемсіз майысу шеті бар δ_0 оны бірқалыпты заңмен таратылған кездейсоқ шама деп қарастырып, алғашқы қисаю осі бар стерженді қарастырамыз

$$P(\delta_0) = \left(\sqrt{2\pi}\sigma_H\right)^{-1} \exp\left(-\delta_0^2 / 2\sigma_H^2\right). \qquad (11)$$

Бастапқы майысу функциясын стерженнің орнықтылығын жоғалту пішінімен сәйкес келеді деп есептейміз. Онда майысу шетін анықтау формуласы мына түрге ие:

$$\eta\delta^3 + \delta\left(1 - F/F_{кр}\right) = \delta_0. \qquad (12)$$

(12) теңдеуінің есебі бойынша $F < F_{кр}$ кезінде әр түрлі δ_0 қисықтардың шоғырлануы $\delta = 0$ айқынсыз шешімнің айналасында болады. Ал егер $F > F_{кр}$ кезінде қисықтардың шоғырлануы айқынсыз емес орнықты (2) шешімдердің жанында орын алады.

Сонымен, $F < F_{кр}$ кезінде майысу аз болса, онда (12)-ні елемей бірінші мүшеден мыналарды табамыз:

$$\delta = \delta_0 / \left(1 - F/F_{кр}\right). \qquad (13)$$

Бұл жағдайда толық майысу (11) таралуына мына тұрақты ие:

$$\sigma_\delta = \sigma_H / \left(1 - F/F_{кр}\right).$$

(12) және (13) формулалар бойынша жүргізілген есептерде $F \le 0,9F_{кр}$ кезінде майысуды анықтау қателігі $7\,\%$ -ті құрайды. Ал $F > 0,9F_{кр}$ кезінде (12)-ші жалпы формуласын қолданған дұрыс. Онда формула бойынша мынаны аламыз:

$$f(\delta) = \frac{\left|3\eta\delta^2 + 1 - F/F_{кр}\right|}{\sqrt{2\pi}\sigma_H} \exp\left[-\delta^2\left(\eta\delta^2 + 1 - F/F_{кр}\right)^2 / 2\sigma_H^2\right]. \qquad (14)$$

δ_* шекті мәнінен майысудың аспау ықтималдығын анықтаймыз, оны стерженнің сенімділігі деп түсіндіреміз

$$H = P(\delta \le \delta_*) = \int_{-\delta_*}^{\delta_*} f(\delta) d\delta. \qquad (15)$$

(14)-ті (15)-ке қоя отырып, айнымалыға ауыстыру жасаймыз

$$t = \delta\left(\eta\delta^2 + 1 - F/F_{кр}\right) / \sigma_H.$$

Онда

$$H = P(\delta \le \delta_*) = \sqrt{2/\pi} \int_0^{t_*} e^{-\frac{t^2}{2}} dt = 2\Phi(t_*) - 1, \qquad (16)$$

мұнда $t_* = \delta_*\left(\eta\delta_*^2 + 1 - F/F_{кр}\right) / \sigma_H$.

Күдіктіден кейін аумағында толық майысу бастапқы майысуларға аз тәуелді екенін ескере отырып, математикалық үмітті (2) формуласы бойынша анықтауға болады. Дисперсияны анықтау үшін келесі жағдайларды қарастырамыз. Толық майысуды (2)-ші формула бойынша δ_g идеалды стержендердің қосындысы ретінде және алғашқы қисаю осінен туған аз ауытқу Δ ретінде қарастырамыз

$$\delta = \delta_g + \Delta. \qquad (17)$$

Онда (12) теңдеуін былай жазуға болады:

$$\eta\left(\delta_g+\Delta\right)^3+\left(1-F/F_{кр}\right)\left(\delta_g+\Delta\right)=\delta_0 .$$

Бұл теңдеуден (1) теңдеуін шегеріп тастаймыз. Онда мына теңдік шығады:

$$3\eta\delta_g^2\Delta\left(1+\Delta/\delta_g+\Delta^2/3\delta_g^2\right)+\left(1-F/F_{кр}\right)\Delta=\delta_0 .$$

$F>F_{кр}$ кезінде $\Delta/\delta_g<<1$ болатынын ескеріп, бірінші жақшадан соңғы екі мүшені алып тастаймыз. Бұл детерминдік шешімнің айналасындағы ауытқудың сызықтануына тең болып табылады. Онда

$$\Delta=\delta_0/2\left(F/F_{кр}-1\right). \tag{18}$$

Бұдан толық майысудың тұрақтысын табамыз

$$\sigma_\Delta=\sigma_\delta=\sigma_H/2\left(F/F_{кр}-1\right). \tag{19}$$

Осы формуламен келісіп, $F=F_{кр}$ кезінде тұрақты шексіздікке тең. Бұл жағдайда өткізілген сызықтанудың жалған екендігі шығады. $F=F_{кр}$ кезінде (12) теңдеуі мынадай түрге ие болады:

$$\delta_0=\eta\delta^3 .$$

Онда майысу таралуының тығыздығы мынаған тең болады:

$$f\left(\delta\right)=\frac{3\eta\delta^2}{\sqrt{2\pi}\sigma_H}\exp\left(-\eta^2\delta^6/2\sigma_H^2\right).$$

Майысу дисперсиясы мына өрнекпен анықталады:

$$D_\delta=2\int_0^\infty\delta^2 f\left(\delta\right)d\delta.$$

Айнымалыны ауыстырғаннан кейін $t=\eta^2\delta^6/2\sigma_H^2$ былай жазуға болады:

$$D_\delta=\left(\sigma_H/\sqrt{2}\eta\right)^{\frac{2}{3}}\int_0^\infty t^{-\frac{S}{6}}e^{-t}dt/\sqrt{\pi}=\left(\sigma_H/\sqrt{2}\eta\right)^{\frac{2}{3}}\Gamma\left(5/6\right)/\sqrt{\pi}. \tag{20}$$

Сығу күші сонымен қатар кездейсоқ шамалар болып табылады. Алғашқы майысудың және күштің статистикалық тәуелсіздігі олардың біріккен ықтималдық тығыздығы мынадай түрге ие болады:

$$P(\delta_0,F)=P(\delta_0)P(F).$$

(12) теңдеуінен мынаны аламыз: $h\left(\delta,F\right)=\eta\delta^3+\delta\left(1-F/F_{кр}\right)$.

Майысудың ықтималдық тығыздығын анықтаймыз

$$f\left(\delta\right)=\int_{-\infty}^{\infty}P\left[h\left(\delta,F\right)\right]P\left(F\right)\left|dh/d\delta\right|dF .$$

Жүктеменің қалыпты таралу заңында майысудың ықтималдық тығыздығының нақты өрнегі [3] жұмысында келтірілген

$$f\left(\delta\right)=\frac{\left|2\delta^4+\left(3\delta^2-\delta_m^2\right)a^2\right|}{\sqrt{2\pi}\sigma_0^2\left(\delta^2+a^2\right)^{\frac{3}{2}}}\exp\left[-\frac{\delta^2\left(\delta^2-\delta_m^2\right)^2}{2\sigma_0^4\left(\delta^2+a^2\right)}\right], \tag{21}$$

мұнда $a=\sigma_H F_{кр}/\sigma_F$.

Егер алғашқы майысу $\left(\sigma_H=0\right)$ жоқ болса, онда бұл өрнек (4) өрнегіне сәйкес келеді. Егер жүктеме кездейсоқ емес болса $\left(\sigma_F=0\right)$, онда (21) (14) өрнегіне сәйкес келеді.

(21)-ді (15)-ке қойып, стерженнің сенімділігін анықтаймыз. Айнымалыларға ауыстыру жасаймыз

$$t=\delta(\delta^2-\delta_m^2)/\sigma_0^2\sqrt{\delta^2+a^2} . \tag{22}$$

Ықтималдықтарды түрлендіру формуласын қолдана отырып, t кездейсоқ шамасы бірлік дисперсиясындағы орталықтандырылған қалыпты заңмен таратылады.

$$P\left(t\right)=\left(2\pi\right)^{-\frac{1}{2}}e^{-\frac{t^2}{2}}.$$

Онда сенімділік (16) өрнегімен анықталады, мұнда

$$t_* = \delta_* \left(\delta_*^2 - \delta_m^2\right) / \sigma_0^2 \sqrt{\delta_*^2 + a^2}\ .$$

Әрі қарай (22) өрнегінен майысуды табамыз

$$\delta = \left[\left(t^2\sigma_0^4 + \delta_m^2\right)/2 + \sqrt{\left(t^2\sigma_0^4 + \delta_m^2\right)^2/4 + t^2\sigma_0^4 a^2}\ \right]^{\frac{1}{2}}.$$

Енді майысу кездейсоқ шаманың функциясы болып табылады $x = t^2$

$$\delta = f(x)\,.$$

Онда бұл функцияны математикалық үміттің айналасында m_x тарату арқылы майысудың математикалық үміті мен тұрақтысы үшін жуық өрнекті анықтау керек

$$m_\delta = f(m_x); \qquad \sigma_\delta = \left|f'(m_x)\right|\sqrt{D_x}\ .$$

x кездейсоқ шамасының ықтималдық сипаттамаларын табамыз

$$m_x = 2\int_0^\infty t^2P(t)dt = 1, \quad D_x = \left\langle t^4\right\rangle - m_x^2 = 2\int_0^\infty t^4P(t)dt - 1 = 2\,.$$

Сәйкес математикалық түрлендірулерден кейін мыналарды аламыз:

$$m_\delta = \left[(\delta_m^2 + \sigma_0^4)/2 + \sqrt{(\delta_m^2 + \sigma_0^4)^2/4 + \sigma_н^2/\eta^2}\ \right]^{1/2};$$

$$\sigma_\delta = \frac{\sigma_0^4(b + \delta_m^2 + \sigma_0^4) + 2\sigma_н^2/\eta^2}{2b\sqrt{\delta_m^2 + \sigma_0^4 + b}},$$

мұнда $b = \sqrt{(\delta_m^2 + \sigma_0^4)^2 + 4\sigma_н^2/\eta^2}$.

Математикалық үміт пен дисперсияны анықтауды төмендегідей жеңілдетуге болады. $F < F_{кр}$ кезінде (13) өрнегін пайдаланамыз. Онда

$$m_\delta = 0\,,\ \sigma_\delta = \frac{\sigma_H}{1 - m_F / F_{kp}}\,.$$

$F < F_{кр}$ кезінде (17) ұсынуын және (2) және (18) формулаларын қолданамыз

$$\delta = \delta_g + \Delta = \left(\frac{F - F_{kp}}{\eta F_{kp}}\right)^{1/2} + \frac{\delta_0 F_{kp}}{2(F - F_{kp})}\,.$$

Әрі қарай бұл өрнекті математикалық үміттің айналасында Тейлор қатарына жіктеуді қолданамыз m_F және $m_{\delta_0} = 0$ [1]. Онда

$$m_\delta = \left[\left(m_F - F_{кр}\right)/\eta F_{кр}\right]^{1/2};$$

$$D_\delta = \sigma_H^2\left(\frac{\partial\delta}{\partial\delta_0}_{|F=m_F}\right)^2 + \sigma_F^2\left(\frac{\partial\delta}{\partial F}_{|F=m_F,\delta_0=0}\right)^2 = \frac{\sigma_H^2}{4(1 - m_F/F_{kp})^2} + \frac{\sigma_F^2}{4\eta F_{kp}(m_F/F_{kp} - 1)}\,.$$

Енді күшпен қысылған топсаны тірелген стерженді қарастырамыз, оның қойылым нүктесі ең кіші тығыздық жазықтығында ауырлық центрден e ара қашықтығында орналасқан. Бубнов-Галеркин әдісін пайдаланып, қайтадан (12) теңдеуін аламыз

$$\delta_0 = 4eF / \pi l F_{кр}.$$

Егер $F < F_{кр}$ болса, онда майысу шеті мына өрнекпен анықталады:

$$\delta = \frac{4}{\pi l} * \frac{e}{F_{кр}/F - 1}\,.$$

Эксцентриситет (11) таралу тығыздығымен кездейсоқ шама болып табылсын. Онда келесі есепте қосымша қисайған стержень үшін формулалар бойынша жүргізіледі, оларға мыналарды қоюға болады:

$$\sigma_H = 4F\sigma_e / \pi F_{кр},$$

мұнда σ_e – e/l қатысты эксцентриситет тұрақтысы.

Егерде бір мезгілде майысу мен эксцентриситет болса, онда есептік формулалар да әділ болады, егер оларға мыналарды қоятын болсақ,

$$\sigma_H = \sqrt{\sigma_{НП}^2 + \left(4F / \pi F_{кр}\right)^2 * \sigma_e^2}, \;\; \delta_0 = \delta_{НП} + 4Fe / \pi l F_{кр},$$

мұнда $\delta_{НП}, \sigma_{НП}$ — қатыстық жебе және алғашқы майысу тұрақтысы.

Эксцентриситет бар болғанда стерженнің сенімділігін бағалау үшін δ_* майысуының шектік мәні мына өрнекпен анықталады:

$$\sigma_* = \left(1 + e_* / \rho + \delta_* l / \rho\right) F_* / A,$$

мұнда $\rho = W / A$ — қима түйінінің радиусы; σ_* — шектік кернеу; F_*, e_* — күш пен эксцентриситет мәні, олар есептеудің ықтималдық сенімділігіне H_g сәйкес. Сонымен, бұл шамалардың қалыпты таралу заңдарында

$$F_* = m_F\left(1 + \gamma_H k_F\right), \; e_* = \gamma_H l \sigma_e .$$

Алдыңғы формуладан мынаны аламыз:

$$\delta_* = \left(\sigma_* W / F_* - \rho - e_*\right) / l .$$

Алынған нәтижелердің негізінде сенімділікті бағалайтын, деформацияланудың математикалық үмітін және дисперсияларын анықтайтын формулалар алынды.

Әдебиеттер тізімі

1. *Вентцель Е.С.* Теория вероятностей: Учеб. для вузов. — М.: Наука, 1969. — 57 с.
2. Справочник по специальным функциям / Под ред. М.Абрамовица и И.Стиган. — М.: Наука, 1979. — 830 с.
3. *Бакиров Ж.Б.* Исследование закритического прогиба пластин с учетом случайных факторов // Строительство: Тр. КарГТУ. — Вып. 1. — Караганда: Изд. КарГТУ, 1996. — С. 171–174.

УДК 531.391.2

С.Р.Минбаева, Г.А.Тукешова

Карагандинский государственный университет им. Е.А.Букетова

РАСЧЕТ МЕБРАНЫ НА СОСРЕДОТОЧЕННУЮ НАГРУЗКУ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПОВЕРХНОСТИ ВЛИЯНИЯ ПРОГИБОВ И ПОПЕРЕЧНЫХ СИЛ

Мақалада Грин функциясын қолданып, мембраналарды есептеу әдісі қарастырылған. Грин функциясын түрлендіру арқылы мембрананың майысу мен көлденең күштердің әсер ету беттері алынған. Олардың көмегімен мембранаға кез келген шоғырланған күштер жүйесі әсер еткендегі кернеулері мен деформациялардың күйін анықтауға болады.

In the article the method of membrane calculation by Green function is considered with the help of which making some transformations the formulae of surfaces of lateral force and membrane deflections effect are received with the help of which deflected mode of membrane under the action of arbitrary system of concentrated force is considered.

Одним из направлений научно-технического прогресса является все более широкое использование в строительстве облегченных конструкций, мембранных и мягких оболочек, висячих покрытий, которые позволяют экономично перекрывать большие пролеты инженерных сооружений, промышленных и общественных зданий. К висячим покрытиям можно отнести вантово-сетчатые конструкции, образованные гибкими и жесткими нитями, гибкие мембранные (и мягкие) оболочки. Геометрические формы висячих покрытий весьма разнообразны и не всегда являются простыми — типа цилиндрической, сферической, параболоидной и т.п. Под действием динамических и статических нагрузок висячие покрытия могут испытывать весьма значительные перемещения и деформации.