$$u(x,t,\ell_0)=\varphi_0(x,t), \quad \text{где} \quad \ell_0 \in R \tag{5}$$

и с функций $h(x,t)$ принадлежит классу

$$U=\left\{(u,h)\middle|\, u\in W_2^{2,3}(G);h\in W_2^2(Q).\right\}$$

Здесь $W_2^{2,3}(G)$ Банахово пространство с нормой

$$\|u\|^2_{W_2^{2,3}(G)}=(2\pi)^{-1/2}\cdot\int_{-\infty}^{+\infty}(1+|\lambda|^2)^3\cdot\|\hat{u}(x,t,\lambda)\|^2_{W_2^2(Q)}\,d\lambda,$$

$W_2^2(Q)-$ пространство Соболева,

$$\hat{u}(x,t,\lambda)=(2\pi)^{-1/2}\int_{-\infty}^{+\infty}u(x,t,z)e^{-i\lambda z}dz$$

преобразование Фурье по переменной z, функции $u(x,t,z)$.

Список использованной литературы

1. Djamalov.S.Z. Linear inverse problem for Trikomy equation in three-dimensional space. // Bulletin KRASES. Phys. &Math.Sci.-2016.v.13.no2, pp.10-15. (РИНЦ)

2. С.З.Джамалов. Р.Р.Ашуров. Об одной линейной обратной задаче для многомерного уравнения смешанного типа второго рода, второго порядка // *Дифференциальные уравнения. 2019.Т.55. № 1, с.34-44. (Scopus)*

3.С.З.Джамалов. Р.Р.Ашуров. Об одной линейной обратной задаче для многомерного уравнения смешанного типа первого рода, второго порядка. // *Известия вузов. Математика.2019, №6, с.1-12. (Scopus)*

4. Джамалов С.З. Нелокальные краевые и обратные задачи для уравнений смешанного типа. // *Монография. Ташкент.2021г, с.176.*

5. Нахушев А.М. Нагруженные уравнения и их приложения. // Дифференц, уравнения, 1983, Т.19, №1, С.86–94.

ОБ ОДНОЙ ЛИНЕЙНОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ ТРЁХМЕРНОГО УРАВНЕНИЯ ТРИКОМИ С НЕЛОКАЛЬНОЙ КРАЕВОЙ УСЛОВИЕ В ПРИЗМАТИЧЕСКОЙ НЕОГРАНИЧЕННОЙ ОБЛАСТИ

Джамалов С.З.[1], Туракулов Х.Ш.[2]

[1,2]*Институт математики имени В.И.Романовского при академии наук Республики Узбекистан*

E-mail: [1]siroj63@mail.ru, [2]hamidtsh87@gmail.com

В процессе исследования нелокальных задач была выявлена тесная взаимосвязь задач с нелокальными краевыми условиями и обратными задачами. К настоящему времени достаточно хорошо изучены обратные задачи для классических уравнений таких как, параболических, эллиптических и гиперболических типов [1]. Для уравнений смешанного типа, как первого, так и второго рода в ограниченных областях изучено в работах [2-5].

Значительно менее изученными являются обратные задачи для уравнений смешанного типа (в частности для уравнение Трикоми) в неограниченных областях[6,7].

С этой целью в данной работе, для исследования однозначное разрешимости обратных задач для трехмерного уравнения Трикоми в неограниченной призматической области предлагается метод, который основан на сведение обратной задачи к прямым нелокальным краевым задачам для семейство нагруженных интегро-дифференциальных уравнений Трикоми в ограниченной прямоугольной области.

В области $G=(-1,1)\times(0,T)\times R=Q\times R=\{(x,t,z);x\in(-1,1),0<t<T<+\infty,z\in R.\}$ рассмотрим трехмерное уравнение Трикоми:

Buketov University

$$Lu = xu_{tt} - \Delta u + a(x,t)u_t + c(x,t)u = \psi(x,t,z), \qquad (1)$$

где $\Delta u = u_{xx} + u_{zz}$ - оператор Лапласа. Здесь $\psi(x,t,y) = g(x,t,y) + h(x,t) \cdot f(x,t,y)$, $g(x,t,y)$ и $f(x,t,y)$ -заданные функции, а функция $h(x,t)$ подлежит определению.

Линейная обратная задача. Найти функции $(u(x,t,z), h(x,t))$ удовлетворяющие уравнению (1) в области G, такие что, функция $u(x,t,z)$ удовлетворяет следующим нелокальным краевым условиям

$$\gamma D_t^p u\big|_{t=0} = D_t^p u\big|_{t=T}, \qquad (2)$$

$$\eta D_x^p u\big|_{x=-1} = D_x^p u\big|_{x=1} \qquad (3)$$

Далее будем считать, что $u(x,t,z)$ и $u_z(x,t,z) \to 0$ при $|z| \to \infty$, $u(x,t,z)$ абсолютно интегрируема по z на R при любом (x,t) в $\overline{Q}$. (4)

при $p = 0,1$, где $D_t^p u = \dfrac{\partial^p u}{\partial t^p}$, $D_t^0 u = u$, $\gamma, \eta -$ некоторые постоянные числа, отличное от нуля, величины которого будет уточнены ниже, с дополнительному условию

$$u(x,t,\ell_0) = \varphi_0(x,t), \quad \text{где } \ell_0 \in R \qquad (5)$$

и с функций $h(x,t)$ принадлежит классу

$$U = \left\{(u,h) \big| \, u \in W_2^{2,3}(G); h \in W_2^2(Q).\right\}$$

Здесь через $W_2^{2,3}(G)$ обозначено Банахово пространство с нормой

$$\|u\|^2_{W_2^{2,3}(G)} = (2\pi)^{-1/2} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} (1+|\lambda|^2)^3 \cdot \|\hat{u}(x,t,\lambda)\|^2_{W_2^2(Q)} d\lambda,$$

где $W_2^2(Q)$ пространствао Соболева с нормой

$$\|\vartheta\|_2^2 = \|\vartheta\|^2_{W_2^2(Q)} = \sum_{|\alpha| \le 2} \int_Q \left|D^\alpha \vartheta\right|^2 dxdt.$$

Здесь

$\alpha -$ мультииндекс, $D^\alpha -$ обобщённая производная по переменным x и t.

$$\hat{u}(x,t,\lambda) = (2\pi)^{-1/2} \int_{-\infty}^{+\infty} u(x,t,z) e^{-i\lambda z} dz$$

преобразование Фурье по переменной z, функции $u(x,t,z)$.

Список использованной литературы

1.Лаврентьев М.М, Романов В.Г, Васильев В.Г. *Многомерные обратные задачи для дифференциальных уравнений*. - Новосибирск. Наука, 1969.-67

2. Djamalov.S.Z. Linear inverse problem for Trikomy equation in three-dimensional space.//Bulletin KRASES. Phys. &Math.Sci.-2016.v.13.no2, pp.10-15. (РИНЦ)

3. С.З.Джамалов. Р.Р.Ашуров. Об одной линейной обратной задаче для многомерного уравнения смешанного типа второго рода, второго порядка // *Дифференциальные уравнения. 2019.Т.55. № 1 ,с.34-44. (Scopus)*

4.С.З.Джамалов. Р.Р.Ашуров. Об одной линейной обратной задаче для многомерного уравнения смешанного типа первого рода, второго порядка. // *Известия вузов. Математика.2019,№6,с.1-12. (Scopus)*

Buketov University

5. Джамалов С.З. Нелокальные краевые и обратные задачи для уравнений смешанного типа.// *Монография. Ташкент.2021г, с.176.*
6. S.Z.Dzhamalov, R.R.Ashurov, Kh.Sh. Turakulov. The Linear Inverse Problem for the Three- Dimensional Tricomi Equation in a Prismatic Unbounded Domain. // *Lobachevskii Journal of Mathematics, 2021, 42(15), pp. 3606–3615. (Scopus)*
7. S.Z.Dzhamalov, M.G.Aliev, Kh.Sh. Turakulov. On a linear inverse problem for the three-dimensional Tricomi equation with nonlocal boundary conditions of periodic type in a prismatic unbounded domain. // *Trans. Natl. Acad. Sci. Azerb. Ser. Phys.-Tech. Math. Sci. Math. 2022, (42)(1), pp.1-12. (Scopus)*

НАЧАЛЬНО-ГРАНИЧНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ТИПА БУССИНЕСКА В УСЕЧЕННОМ КОНУСЕ

Дженалиев М. Т.[1], Касымбекова А.С.[2], Қалибекова А.Қ.[1]
[1]*Институт математики и математического моделирования, Алматы, Казахстан*
[2]*Казахский национальный университет имени аль-Фараби, Алматы, Казахстан*
E-mail: muvasharkhan@gmail.com, kasar1337@gmail.com, kalibekova.aidana2014@gmail.com

Теория уравнений Буссинеска и его модификаций всегда привлекает внимание математиков. Уравнение Буссинеска, а также их модификации занимают важное место при описании движения жидкости и газа, в том числе, в теории нестационарной фильтрации в пористых средах [1]–[7]. В последние годы граничные задачи для этих уравнений активно исследуются [8]–[14].

В работе изучается начально-граничная задача для двумерного уравнения типа Буссинеска в области, представляющей собой конус. Для применения методов, связанных с теорией монотонных операторов, конус преобразовывается в цилиндрическую область. Однако при этом оператор задачи теряет свойство монотонности. Комбинируя методы теории монотонных операторов и априорных оценок, в соболевских классах устанавливаются теорема об однозначной слабой разрешимости изучаемой начально-граничной задачи, а также теорема о повышении гладкости слабого решения.

Постановка начально-граничной задачи и основной результат.

Пусть $x=\{x_1,x_2\}$ и $Q_{xt}=\left\{x,t\colon\ |x|=\sqrt{x_1^2+x_2^2}<\varphi(t),\ 0<t_0<t<T<\infty\right\}$- криволинейный усеченный конус, где $\varphi(t_0)>0,\ \varphi'(t)\geq 0$. $\Omega_t=\{|x|<\varphi(t)\}$ -сечение области Q_{xt} для фиксированного $t\in(t_0,T)$. $\Sigma_{x,t}=\partial\Omega_t\times(t_0,T)$ -боковая поверхность конуса, где $\partial\Omega_t$ - граница области Ω_t. В области, представляющей собой криволинейный конус, рассматривается начально-граничная задача для уравнения типа Буссинеска

$$\partial_t u-\sum_{i=1}^{2}\partial_{x_i}\left(|u|\partial_{x_i}u\right)=f\,,\quad \{x,t\}\in Q_{xt}\,, \tag{1}$$

с граничными

$$u=0,\quad \{x,t\}\in\Sigma_{xt}=\partial\Omega_t\times(t_0,T), \tag{2}$$

и начальными условиями

$$u=u_0\,,\quad x\in\Omega_{t_0}=\{|x|<\ t_0\}, \tag{3}$$

где $f(x,t), u_0(x)$– заданные функции.

Установлены следующие теоремы.

Теорема 1 (Основной результат). Пусть

$$f\in L_{3/2}\left((t_0,T);W_{3/2}^{-1}(\Omega_t)\right),\qquad u_0\in H^{-1}\left(\Omega_{t_0}\right).$$

Тогда начально-граничная задача (1)–(3) имеет единственное решение

$$u\in L_3((t_0,T);L_3(\Omega_t))\cap L_\infty((t_0,T);H^{-1}(\Omega_t)).$$