

4. Заиквара В.В., Юрчак Л.С., Саулебеков А.О., Верменичев Б.М., Часников А.И. Энергоанализаторы на основе системы из сферических и цилиндрических зеркал // Деп. ВИНТИ. — № 3413-В89. — 1989. — 26 с.
5. Заиквара В.В., Юрчак Л.С., Былинкин А.Ф. Электронно-оптические свойства электростатического зеркального энергоанализатора со сферическим полем. — М., 1985. — 26 с. — Деп. в ВИНТИ 23.08.85, № 6637–85.
6. А.с. 1205709. СССР. Сферический зеркальный анализатор пучков заряженных частиц / В.В.Заиквара, Л.С.Юрчак; опубл. 1986. Бюлл. № 2. — 4 с.
7. Заиквара В.В., Юрчак Л.С., Былинкин А.Ф. Электронно-оптические свойства сферического зеркала и систем на его основе // Журн. техн. физики. — 1988. — Т. 58. — № 10. — С. 2010–2020.

УДК 537.533.34

А.О.Саулебеков, С.Н.Асылбекова, Р.С.Турлыбекова, М.Е.Шадский, А.С.Жанасбаева
Карагандинский государственный университет им. Е.А.Букетова

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ НА ПРИМЕРЕ РАСЧЕТА АНАЛИЗАТОРА С ГИПЕРБОЛИЧЕСКИМ ПОЛЕМ

Мақалада электростатикалық өрістерді және осы өрісте зарядталған бөлшектердің ағынын модельдеу үшін MathCAD Professional және Borland Delphi компьютерлік бағдарламаларды қолдану мүмкіндіктері қарастырылған. Мысал ретінде гиперболалық өріс және оның цилиндрлік өріспен үлестірілуі зерттелген. Комбинацияланған өрістегі зарядталған бөлшектердің траекториялары динамикада алынған. Гиперболалық айнадағы еркін параметрлері үшін рұқсат етілген мәндерінің облысы анықталған. Бұл практикалық тұрғыдан рұқсатты сұлбаларды ізденудің облысын жеткілікті түрде тарылтуға жағдай туғызды.

In the work the possibilities of MathCAD professional and Borland Delphi applications to model electrostatic fields and fluxes of the charged particles in them have been considered. The hyperbolic field, and as well as its combination with cylindrical field are considered. The trajectories of the charged particles in the combined field are received in dynamics. The ranges of admissible values for free parameters in a hyperbolic mirror have been studied. It has allowed narrowing essentially the area of schemes searching which are proper from the practical point of view.

Ранее рассмотрены частные случаи фокусировки пучков заряженных частиц в электростатическом осесимметричном гиперболическом поле, описываемом потенциалом

$$U(r, z) = a \left(\frac{r^2}{2} - z^2 \right). \quad (1)$$

В работе [1] анализируется возможность фокусировки в поле (1) осесимметричных пучков заряженных частиц, эмитируемых точечными источниками, расположенными на оси. Поле (1) формируется между коническими электродами $r = \pm\sqrt{2}z$, находящимися под нулевым потенциалом, и электродом гиперболической формы под потенциалом, одноименным по знаку заряда частиц. Считаются прозрачными участки поверхности конических электродов, через которые пучки заряженных частиц проникают в область поля. В результате фокусирующего действия предложенного поля на пучок осуществляется кольцевое изображение на поверхность конического электрода.

В предлагаемом для рассмотрения случае поле, сформированное между коническими электродами и электродом гиперболической формы, является промежуточным между двумя каскадами в цилиндрическом электростатическом зеркале [2]. Соответственно проникновение пучка заряженных частиц в область отклоняющего поля и выход из него осуществляются через гиперболический электрод (рис. 1), находящийся под нулевым потенциалом, что подразумевает прозрачность участков гиперболического электрода [3].

Рассмотрим случай:

$$U = -a \left(\frac{r^2}{2} - z^2 \right) + C. \quad (2)$$

Пусть при $r = r_0$ $U = 0$, тогда $C = ar_0^2/2$ и в результате

$$U = -a \frac{r^2 - r_0^2}{2} + az^2. \quad (3)$$

Уравнение эквипотенциальных линий при $U = 0$ имеет следующий вид:

$$r^2 = 2z^2 + r_0^2. \quad (4)$$

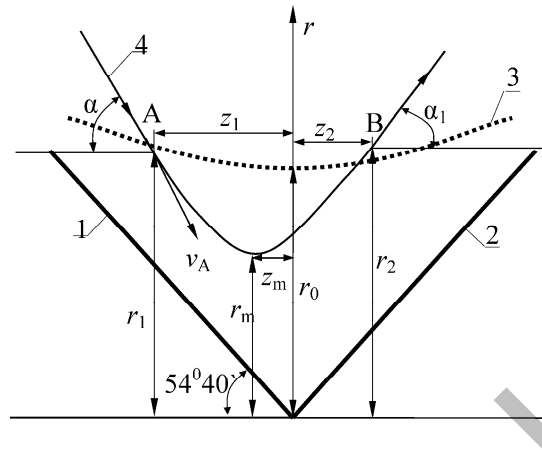


Рис. 1. Ход траекторий заряженных частиц в электростатическом гиперболическом зеркале: 1, 2 — конический электрод; 3 — гиперболический электрод в сечении плоскостью r, z ; 4 — траектории заряженных частиц; r, z — цилиндрические координаты

На рисунке 2 приведены варианты расположения гиперболического электрода для различных значений коэффициента $\mu = r_0/r_c$ (r_0 и r_c обозначены на рисунках 1 и 6 соответственно). Из практических соображений (оптимальная глубина проникновения в поле, минимальное влияние ячеек сетки гиперболического электрода) для дальнейших расчетов выбран коэффициент $\mu = 0,8$.

При численных расчетах по полученным формулам возникают трудности из-за наличия нескольких различных алгебраических выражений, имеющих ограниченную область допустимых значений. Для оптимизации процесса расчетов и выбора оптимальных условий для прохождения траекторий пучка заряженных частиц рассмотрены различные варианты проникновения частиц в область отклоняющего поля гиперболического зеркала (ГЗ). ГЗ в дальнейшем предполагается использовать как промежуточный элемент между двумя каскадами цилиндрического зеркала (ЦЗ). Следует отметить, что на участке между внутренним цилиндрическим электродом, находящимся под нулевым потенциалом, и гиперболическим электродом действие поля отсутствует, поэтому отрезки траекторий частиц на этом участке являются отрезками прямых. Уравнение прямой, как известно, задается формулой $r = az + b$, где коэффициент a определяется углом наклона прямой. Это позволяет провести предварительный анализ с целью сужения области численных расчетов.

На рисунке 3 изображена картина проникновения траекторий заряженных частиц через гиперболический электрод для различных значений входного угла от 40° до 60° . Как видно из рисунка, при углах входа 40° и 45° и при $b = 0,5$ траектории не попадают в область отклоняющего поля ГЗ, а при 50° траектория на достаточно протяженном участке проходит в непосредственной близости к гиперболическому электроду, что нежелательно.

На рисунке 4 изображены траектории при фиксированном значении угла 40° для различных значений коэффициента b . В этом случае лишь две траектории, при $b = 0,8$ и $b = 0,9$, попадают в область отклоняющего поля, однако это происходит в правой половине ГЗ (рис. 4), из-за чего возникает проблема при выходе частиц из области ГЗ, т.е. на выходе частицы не будут пересекать гиперболический электрод. Таким образом, эти случаи исключены для дальнейшего рассмотрения. На рисунке 5 изображены варианты траекторий для различных b и a . Как видно из этого рисунка, оптимальный вариант находится в интервале углов $45^\circ - 50^\circ$ при значениях b 0,6–0,7.

Таким образом, рассмотрение траекторий заряженных частиц на участке между внутренним цилиндрическим электродом и гиперболическим электродом, т.е. вне действия поля, когда отрезки траекторий являются прямыми, позволило существенно сократить область расчетов электронно-

оптических характеристик комбинированной системы из цилиндрического, гиперболического и цилиндрического зеркал.

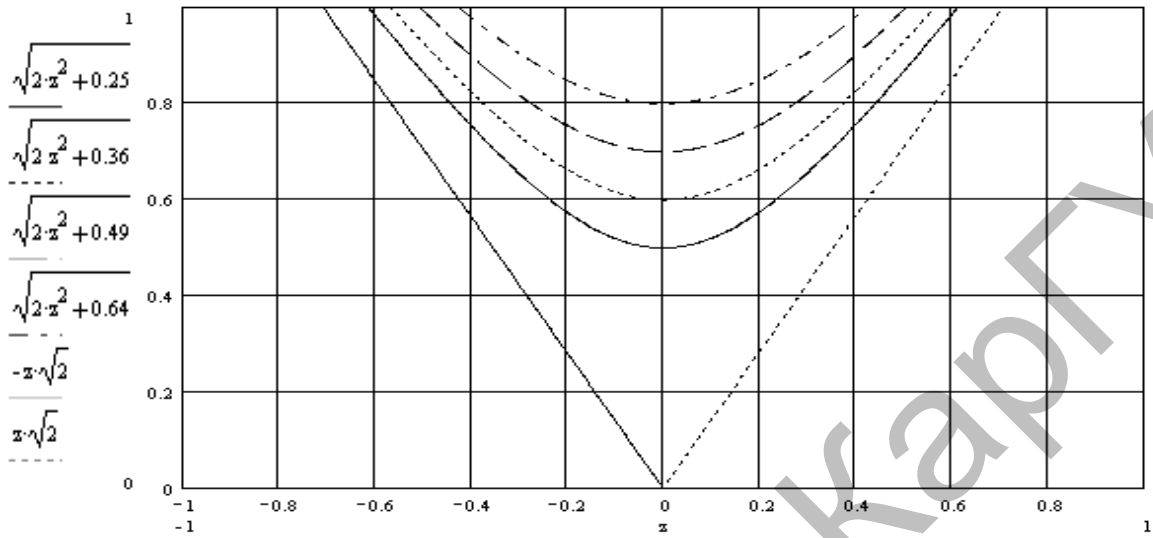


Рис. 2. Электростатическое ГЗ. Кривые на рисунке обозначают гиперболический электрод соответственно при $\mu = 0,5$; $\mu = 0,6$; $\mu = 0,7$; $\mu = 0,8$

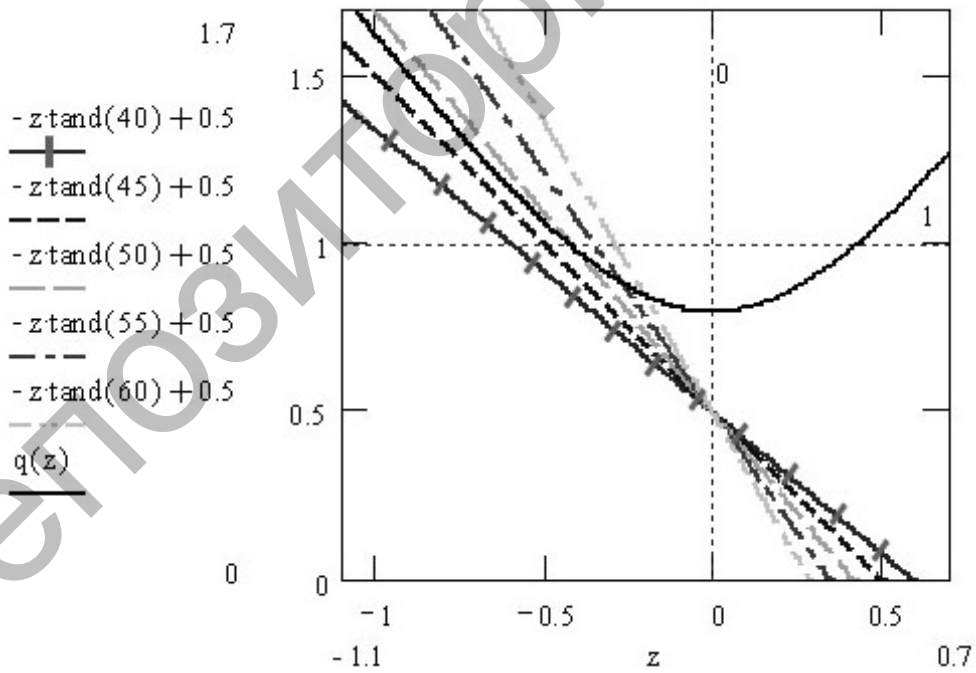


Рис. 3. Координаты входа траектории в ГЗ при $b = 0,5$ для различных α

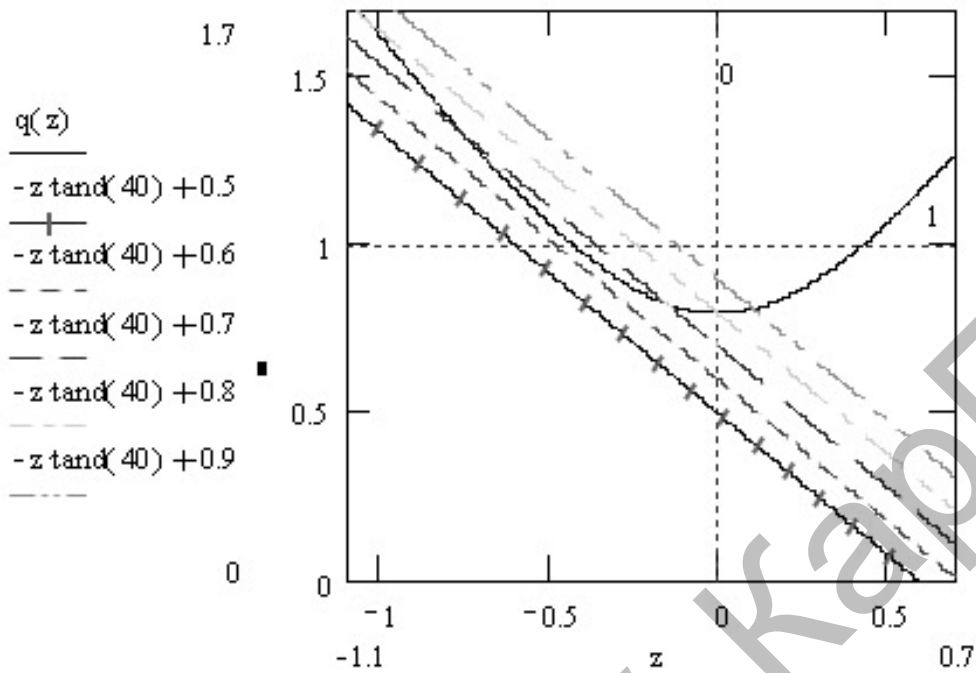


Рис. 4. Координаты входа траектории в ГЗ при $\alpha = 40^\circ$ для различных b

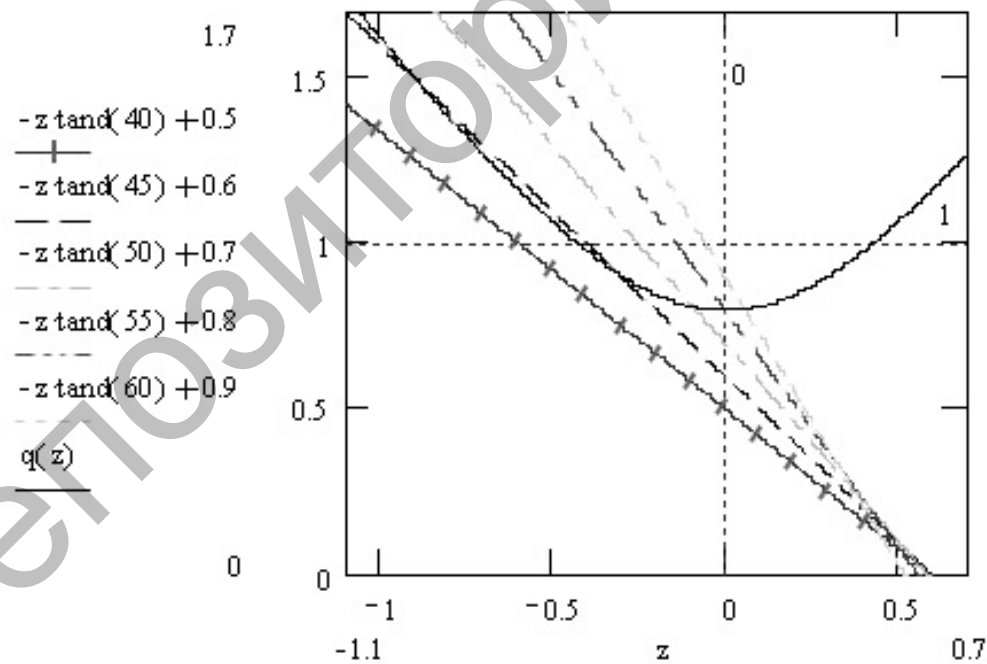


Рис. 5. Координаты входа траектории в ГЗ для различных α и b

*Область допустимых значений для координат входа траектории в поле ГЗ
(расчеты выполнены с использованием пакета MathCAD Professional)*

По формуле $r^2 = 2z^2 + r_0^2$ (4) найдены эквипотенциали. Электрод можно расположить на любой из эквипотенциалей.

В предшествующих работах [4, 5] была обоснована принципиальная возможность построения светосильного высокодисперсионного энергоанализатора на основе элемента, обладающего высокой

угловой дисперсией по энергии, в сочетании с расположенными за ним соосными цилиндрическими зеркалами, в которых угловая дисперсия трансформируется в линейную. В работе [5] была предложена и рассчитана электронно-оптическая схема высокодисперсионного энергоанализатора, в котором в качестве источника повышенной угловой дисперсии по энергии выбрана система из цилиндрического и сферического зеркал. Это позволило, во-первых, выйти на более высокий уровень линейной дисперсии при меньших значениях коэффициента продольного линейного увеличения энергоанализатора, во-вторых, вынести источник за пределы энергоанализатора.

В работе [6] используется гиперболическое электростатическое поле, которое задается выражением (2). Таким образом, осуществлена замена СЗ на гиперболическое, что по предварительным прогнозам должно было привести к существенному увеличению угловой дисперсии по энергии комбинированной системы.

Рассмотрим систему, представленную на рисунке 6. Найдем проекцию траектории на ось симметрии, состоящую из нескольких частей. $O'A$ — проекция прямолинейного участка траектории вне поля, равная $r_c \operatorname{ctg} \alpha$. AB — проекция участка траектории в поле цилиндрического зеркала первого каскада, равная $4r_c P \theta \operatorname{ctg} \alpha$, где P и θ — параметры отражения цилиндрического зеркала первого каскада. BC — проекция прямолинейного участка траектории вне поля, равная $(r_c - r_1) \operatorname{ctg} \alpha$. Далее, CO и OD — проекции траектории в поле гиперболического зеркала, равные, соответственно, z_1 и z_2 . DE — проекция прямолинейного участка траектории вне поля, аналогичная BC и равная $(r_c - r_2) \operatorname{ctg} \alpha_1$. EF — проекция участка траектории в поле цилиндрического зеркала второго каскада, равная $4r_c P_1 \theta_1 \operatorname{ctg} \alpha_1$, где P_1 и θ_1 — параметры отражения цилиндрического зеркала второго каскада. FO'' — проекция прямолинейного участка траектории вне поля, равная $r_c \operatorname{ctg} \alpha_1$.

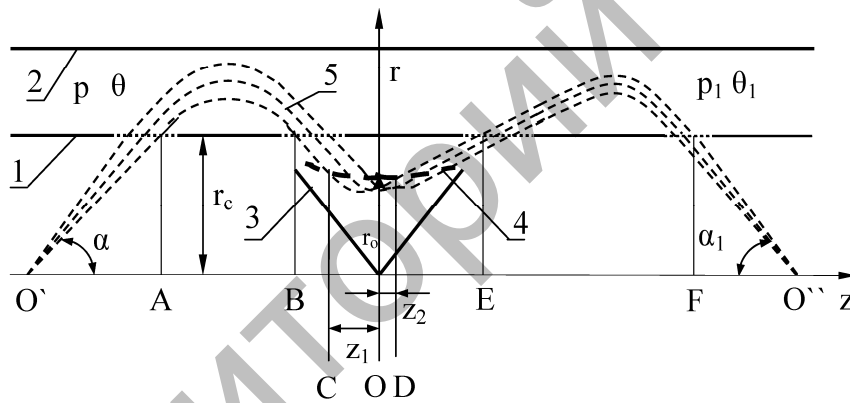


Рис. 6. Ход траекторий заряженных частиц в системе ЦЗ+ГЗ+ЦЗ: 1, 2 — внутренний и внешний цилиндрические электроды; 3 — электрод конической формы; 4 — электрод гиперболической формы; 5 — траектории заряженных частиц

Найдем полную проекцию траектории заряженных частиц на ось симметрии $O'O''$:

$$L = r_c \operatorname{ctg} \alpha + 4r_c P \theta \operatorname{ctg} \alpha + (r_c - r_1) \operatorname{ctg} \alpha + |z_1| + z_2 + (r_c - r_2) \operatorname{ctg} \alpha_1 + 4r_c P_1 \theta_1 \operatorname{ctg} \alpha_1 + r_c \operatorname{ctg} \alpha_1, \\ L = 2r_c (1 + 2P\theta) \operatorname{ctg} \alpha - r_1 \operatorname{ctg} \alpha + |z_1| + z_2 - r_2 \operatorname{ctg} \alpha_1 + 2r_c (1 + 2P_1\theta_1) \operatorname{ctg} \alpha_1, \quad (5)$$

где $L_{AB}^{(1)} = 2r_c (1 + 2P\theta) \operatorname{ctg} \alpha$, $L_{DE}^{(2)} = 2r_c (1 + 2P_1\theta_1) \operatorname{ctg} \alpha_1$ — длина проекции траектории на ось цилиндрического зеркала первого и второго каскадов соответственно.

Выразим полную проекцию L в единицах радиуса внутреннего цилиндрического электрода

$$l = \frac{L}{r_c} = 2(1 + 2P\theta) \operatorname{ctg} \alpha - \frac{r_1}{r_c} \operatorname{ctg} \alpha + \frac{|z_1|}{r_c} + \frac{z_2}{r_c} - \frac{r_2}{r_c} \operatorname{ctg} \alpha_1 + 2(1 + P_1\theta_1) \operatorname{ctg} \alpha_1. \quad (6)$$

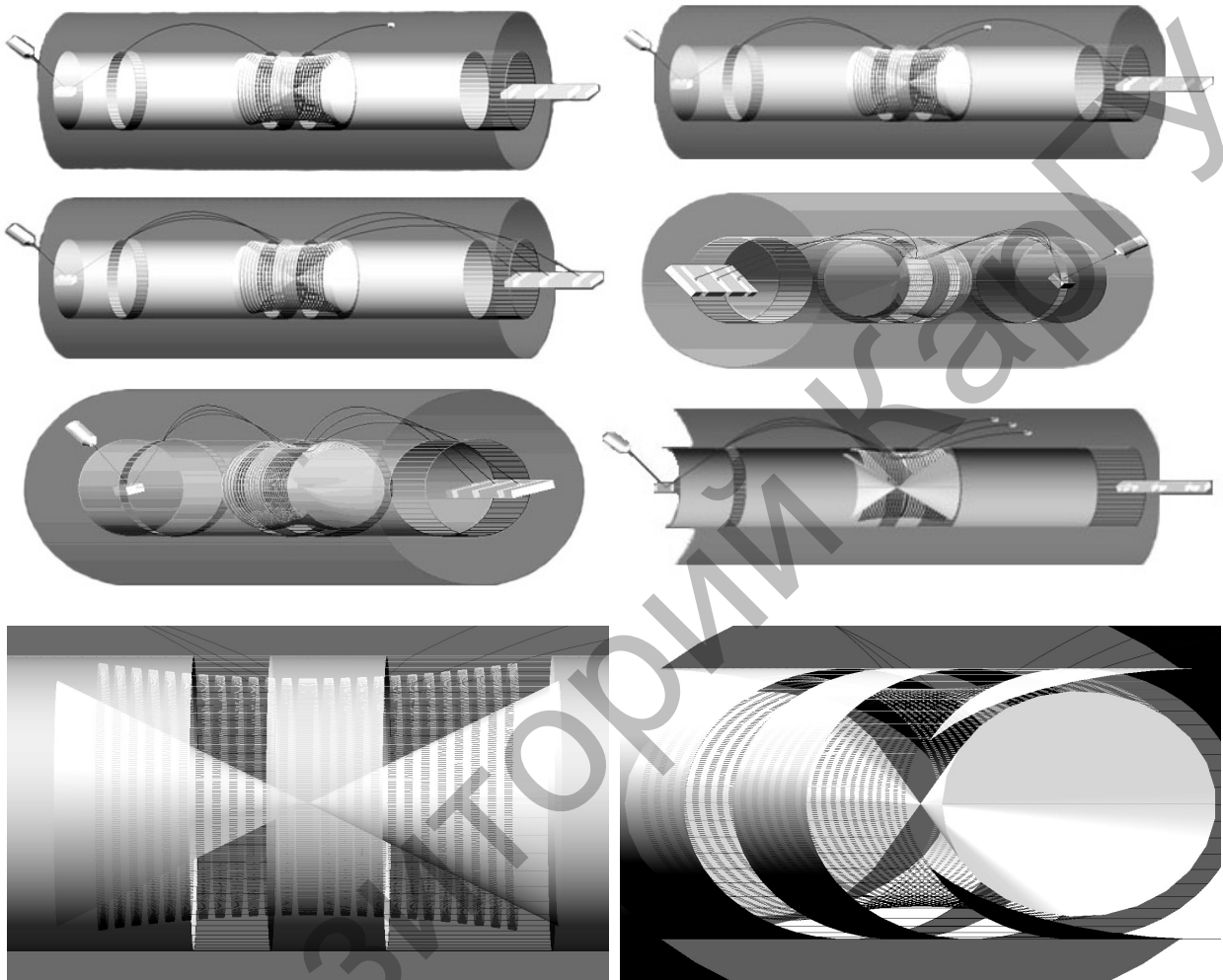
Разобьем l на две составляющие $l_1 = O'O$ и $l_2 = OD$ соответственно первому и второму каскадам:

$$l_1 = 2(1 + 2P\theta) \operatorname{ctg} \alpha - \frac{r_1}{r_c} \operatorname{ctg} \alpha + \frac{|z_1|}{r_c}, \quad (7)$$

$$l_2 = 2(1 + 2P_1\theta_1) \operatorname{ctg} \alpha_1 - \frac{r_2}{r_c} \operatorname{ctg} \alpha_1 + \frac{z_2}{r_c}. \quad (8)$$

По приведенным выше формулам были рассчитаны траектории заряженных частиц в предложенном комбинированном электростатическом поле. На языке Borland Delphi была составлена программа по моделированию движения заряженных частиц в динамике, серия мгновенных изображений представлена на рисунках ниже.

Моделирование потоков заряженных частиц в электростатических полях в динамике



На рисунках обозначается последовательное движение заряженных частиц от источника до изображения (детектора), сам энергоанализатор вращается, увеличиваются его отдельные фрагменты, изображается движение частиц по осевой траектории, затем воспроизводится движение заряженных частиц в пучке с определенным раскрытием, при попадании на детектор на рисунке появляется свечение. Все результаты относятся к режиму угловой фокусировки пучка заряженных частиц первого порядка, именно для этого режима ранее [3] были получены уравнения и рассчитаны электронно-оптические параметры.

Постановка задачи позволяет на определенном этапе ее решения привлекать учащихся средней школы, так как после решения уравнений движения, требующих знания основ интегро-дифференциального исчисления, дальнейшие расчеты ведутся по точным формулам для длин пробегов заряженных частиц в рассматриваемом поле. При этом ценность выполняемых школьниками работ несколько не умалется, так как требует умения работы на компьютере на уровне выше обычного пользователя, умения проводить анализ сложных математических выражений и физической сути изучаемых процессов. Для решения поставленных задач в рамках выполнения научных проектов школьниками на протяжении нескольких лет успешно привлекались учащиеся школ одаренных детей «Мурагер», «Дарын», школы-интерната № 2 для одаренных детей им. Н.Нурмакова. Многие из них в дальнейшем становились призерами областных, республиканских и международных соревнований научных работ среди школьников.

Таким образом, предложенная работа имеет два аспекта. *Первый* — оптимизация выполняемых расчетов, имеющая научно-практический интерес. *Второй* — привлечение учащихся средних школ, повышение их интереса к выполнению научных проектов по физике с применением современных компьютерных технологий, а также усиление наглядности полученных результатов, что позволяет использовать их на занятиях по физике с применением интерактивной доски.

Список литературы

1. *Заиквара В.В., Ильин А.М., Крючков В.Ф.* Два случая фокусировки осесимметричного пучка заряженных частиц в электростатическом гиперболическом поле // Журн. техн. физики. — 1976. — Т. 46. — № 5. — С. 1572–1574.
2. *Саулебеков А.О., Мукатов Т.М., Тажобаева С.Д.* Электронно-оптические свойства системы с электростатическими гиперболическим и цилиндрическим зеркалами // Наука и образование — ведущий фактор стратегии «Казахстан-2030: Тр. междунар. науч. конф. (27–28 июня 2000 г.). КарГТУ. — Караганда, 2000. — С. 214–216.
3. *Саулебеков А.О., Мукатов Т.М., Тажобаева С.Д., Асылбекова С.Н.* Использование электростатического гиперболического зеркала как элемента с повышенной угловой дисперсией по энергии // Тр. ун-та. — 2001. — № 2. — С. 109–112.
4. *Заиквара В.В., Юрчак Л.С., Саулебеков А.О., Верменичев Б.М.* Коллимирование пучка заряженных частиц в электростатических зеркалах сферического и цилиндрического типа // Известия АН КазССР. Сер. физ.-мат. — 1985. — № 4. — С. 7–16.
5. *Заиквара В.В., Саулебеков А.О., Ашимбаева Б.У.* Электронно-оптические свойства электростатического сферического зеркала с внешним отражением // Деп. ВИНТИ. — № 6828-В86. — 1986. — 60 с.
6. *Саулебеков А.О.* Высокодисперсионный светосильный электростатический энергоанализатор // Вестн. КарГУ. Сер. Физика. — 2003. — № 3(31). — С. 141–146.