Найдены условия на $\alpha, \beta, \lambda, \mu$, при которых задачи **N₁** и **N₂** имеют единственное решение.

Список использованной литературы

1. Нахушев А.М. Нагруженные уравнения и их применение. М.: Наука, 2012.232 с.
2. Дженалиев М.Т., Рамазанов М.И. Нагруженные уравнения как возмущения дифференциальных уравнений. Алматы: FЫЛЫМ, 2010. 334 с.

ВЫЧИСЛЕНИЕ ВТОРОГО РЕГУЛЯРИЗОВАННОГО СЛЕДА ДЛЯ СИСТЕМЫ ДИРАКА МЕТОДОМ ЛАКСА

Яхшимуратов А.Б. [1], Матёкубов О.М. [2], Хусаинов И.И. [2]

[1] *Ургенчский филиал Ташкентского Университета Информационных Технологий имени Мухаммада Аль-Хорезми, г. Ургенч, Республика Узбекистан*

[2] *Ургенчский государственный университет, г. Ургенч, Республика Узбекистан*

E-mail: albaron@mail.ru, ollabergan2021@mail.ru, islom_xusainov@mail.ru

В 1953 году И.М.Гельфандом и Б.М.Левитаном [1] была получена формула для суммы разностей собственных значений двух регулярных операторов Штурма-Лиувилля. Вскоре после этого, Л.А.Дикий [2, 3] предложил другой метод, с помощью которого ему удалось дать рекуррентные формулы для вычисления регуляризованных следов всех степеней оператора Штурма-Лиувилля. Следующий важный шаг был сделан В.Б.Лидским и В.А.Садовничим [4]. Затем аналогичная задача была решена в работе Э.Абдукадирова [5] в случае оператора Дирака. В работе [6] П.Д.Лакса формула первого регуляризованного следа выведена методом деформации потенциала для оператора Штурма-Лиувилля. Применяя метод, предложенный П.Д.Лаксом, в работах [7, 8] получена формула регуляризованного первого следа в случае оператора Дирака. Следует отметить подробный обзор В.А.Садовничего и В.Е.Подольского, посвященный формулам следов [9].

В этой работе методом П.Д.Лакса вычислен второй регуляризованный след для системы Дирака с самосопряженным граничным условием.

Рассмотрим следующую систему Дирака

$$Ly \equiv \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} y_1' \\ y_2' \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} p(x) & q(x) \\ q(x) & -p(x) \end{pmatrix}\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix},\ x \in [0, \pi] \qquad (1)$$

с граничными условиями

$$y_1(0)\cos\alpha + y_2(0)\sin\alpha = 0,\ y_1(\pi)\cos\beta + y_2(\pi)\sin\beta = 0. \qquad (2)$$

Здесь $p(x), q(x) \in C^1[0,\pi]$ действительные функции.

Обозначим через λ_n, $n \in Z$ собственные значения задачи (1)+(2). Собственные значения задачи (1)+(2) действительные, простые, и для них выполняется асимптотическая формула

$$\lambda_n = n + \frac{\beta - \alpha}{\pi} + \frac{\gamma_n}{n},\ \{\gamma_n\} \in l_2.$$

Отсюда получим, что

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} (\lambda_n - n - \frac{\beta - \alpha}{\pi}) < \infty. \qquad (3)$$

Сумма ряда (3) называется первым регуляризованным следом задачи (1)+(2). В работе [8] получена следующая формула для первого регуляризованного следа

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} (\lambda_n - n - \frac{\beta - \alpha}{\pi}) = -\frac{1}{2}[p(0)\cos 2\alpha + q(0)\sin 2\alpha + p(\pi)\cos 2\beta + q(\pi)\sin 2\beta].$$

В этой работе доказана следующая теорема методом деформации потенциала.

Теорема. Для собственных значений задачи (1)+(2) имеет место следующая вторая формула регуляризованных следов

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left\{\lambda_n^2-\left(n+\frac{\beta-\alpha}{\pi}\right)^2-\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}[p^2(x)+q^2(x)]dx\right\}=$$
$$=-\frac{2(\beta-\alpha)}{\pi}[p(0)\cos 2\alpha+q(0)\sin 2\alpha+p(\pi)\cos 2\beta+q(\pi)\sin 2\beta]-$$
$$-\frac{1}{2}[p'(0)\sin 2\alpha-q'(0)\cos 2\alpha+p'(\pi)\sin 2\beta-q'(\pi)\cos 2\beta].$$

Список использованной литературы

1. Гельфанд И.М., Левитан Б.М. Об одном простом тождестве для собственных значений дифференциального оператора второго порядка // ДАН СССР, 1953. - т. 88. - N 4. - С. 953-956.
2. Дикий Л.А. Дзета-функция обыкновенного дифференциального уравнения на конечном отрезке // Изв. АН СССР, сер. Матем., 1955. - т. 19. - N 4. - С. 187-200.
3. Дикий Л.А. Формулы следов для дифференциальных операторов Штурма-Лиувилля // УМН, 1958. - т. 13. - N 3. - С. 111-143.
4. Лидский В.Б., Садовничий В.А. Регуляризованные суммы корней одного класса целых функций // Функц. анализ и его прил., 1967. - т. 1. - N 2. - С. 52-59.
5. Абдукадыров Э. Вычисление регуляризованного следа для системы Дирака // Вест. Моск. ун-та, сер. мат. мех., 1967. - N 4. - С. 17-24.
6. Lax P.D. Trace formulas for the Schrodinger operator // Comm. Pure and Appl. Math., 1994. - v. 47. - N 4. - P. 503-512.
7. Яхшимуратов А.Б. Вычисление регуляризованного следа для оператора Дирака методом П.Д.Лакса // УзМЖ, 1998. - N 6. - С. 76-80.
8. Хасанов А.Б., Яхшимуратов А.Б. Об одном способе вычисления регуляризованного следа для оператора Дирака // УзМЖ, 1999. - N 4. - С. 77-82.
9. Садовничий В.А., Подольский В.Е. Следы операторов // УМН, 2006. - т. 61. - вып. 5(371). - С. 89-156.