ЕКІ ЕСЕЛІ ҚАТАРДЫҢ ЖИНАҚТАЛУ БЕЛГІСІНІҢ ЖАЛПЫ ТҮРІ

Естаев Д.Е., Кервенев Қ.Е.
№41 ЖББ ОМ, Е.А.Бөкетов атындағы ҚарМУ, Қарағанды, Қазақстан
E-mail: d.estaev3092@list.ru, kervenev@bk.ru

Мақалада екі еселі $\sum\limits_{k,n\in N} a_{k,n}$ сандық қатар қарастырылады. $\{a_{jk}\}$ - сандық тізбегі үшін келесі айырмаларды белгілейміз. $\Delta_{10}a_{jk} = a_{jk} - a_{j+1k}$, $\Delta_{01}a_{jk} = a_{jk} - a_{jk+1}$,

$$\Delta_{10}(\Delta_{01}a_{jk}) = \Delta_{11}a_{jk} = a_{jk} - a_{j+1k} - a_{jk+1} + a_{j+1k+1}.$$

Анықтама. $\{a_{jk}\}$- оң сандық тізбек берілсін, және $\lim\limits_{j,k\to+\infty} a_{jk} = 0$. Егер C –оң саны табылып

1) $\sum\limits_{j=m}^{\infty}\sum\limits_{k=n}^{\infty}\left|\Delta_{11}a_{jk}\right| \le C\cdot a_{mn} \quad \forall m,n\in N$

2) әрбір тағайындалған k натурал саны үшін және $\forall m\in N$, $\sum\limits_{j=m}^{\infty}\left|\Delta_{10}a_{jk}\right| \le C\cdot a_{mk}$

3) әрбір тағайындалған j натурал саны үшін және $\forall n\in N$ $\sum\limits_{k=n}^{\infty}\left|\Delta_{01}a_{jk}\right| \le C\cdot a_{jn}$

шарттары орындалса, онда $\{a_{jk}\}$ сандық тізбек $RBVS^2$ класында жатады деп айтамыз.
Осы RBVS класын бір айнымалы сандық тізбектер үшін Л. Лейндлер [2] анықтады.

Коши теоремасы ([1]) Егер $a_n \downarrow 0$, $n\to+\infty$ онда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n < +\infty \Leftrightarrow \sum\limits_{k=0}^{\infty} 2^k a_{2^k} < +\infty$.

Лемма. $\sum\limits_{k,n\in N} a_{kn}$ сандық қатары жинақты болса, онда $\forall\varepsilon>0:\ \exists l_\varepsilon, m_\varepsilon\in N\ \ \forall m_1,m_2>l_\varepsilon$, $\forall n_1,n_2>m_\varepsilon$ үшін келесі теңсіздік $\left|\sum\limits_{k=m_1+1}^{m_2}\sum\limits_{\nu=n_1+1}^{n_2} a_{k,\nu}\right| < \varepsilon$ орындалады. Берілген $v_k, u_k -$ сандары үшін келесі белгілеуді енгіземіз $V_n = \sum\limits_{k=1}^{n} v_k$, онда келесі формула белгілі [3]

$$\sum_{k=m+1}^{n} u_k v_k = \sum_{k=m+1}^{n-1}(u_k - u_{k+1})v_k + u_n v_n - u_{m+1}v_m \quad (1)$$

(1) формула Абель түрлендіруі деп аталады. Осы формуланы екі еселі қосындыларға дәлелдейміз. Келесі белгілеуді қарастырамыз.

$$V_{n,m} = \sum_{j=1}^{n}\sum_{\nu=1}^{m} b_{j,\nu}.$$

Теорема (Коши белгісі). Егер $\{a_{nk}\}\in RBVS^2$ онда келесі қатарлардың

$$\sum_{k,n\in N} a_{k,n},\ \sum_{l=0}^{\infty}\sum_{s=0}^{\infty} 2^l 2^s a_{2^l 2^s}$$

жинақтылығы пара-пар.

Әдебиеттер тізімі

1. *Темірғалиев Н.* Математикалық анализ 2. – Алматы: «Ана тілі», 1991
2. *Leindler L.* A new class of numerical sequences and its applications to sine and cosine series //Analysis Mathematica.2002, Vol. 28, p.279-286.
3. *Кудрявцев Л.Д.* Курс математического анализа том 2. – Москва: «Высшая школа» 1988