

Теорема. Классами единственности решения для граничной задачи (1)-(2) являются $L_\infty\left(G; \left[x^{1+\alpha} + t^{(1+\alpha)/2}\right]^{-1}\right)$, $\alpha > 0$.

Работа выполнена при поддержке грантового финансирования научных исследований Комитетом науки МОН РК (проект №1164/ГФ4 КН МОН РК).

Список использованных источников

1. Солонников В.А., Фазано А. Об одномерной параболической задаче, возникающей при изучении некоторых задач со свободными границами // Записки научных семинаров ПОМИ. 2000. Т. 269. С. 322-338.
2. Тихонов А. Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1972. – 734 с.
3. Дженалиев М.Т., Рамазанов М.И. Нагруженные уравнения как возмущения дифференциальных уравнений. – Алматы: Ғылым, 2010. – 334 с.

О НЕЕДИНСТВЕННОСТИ РЕШЕНИЯ ОДНОЙ НЕОДНОРОДНОЙ ГРАНИЧНОЙ ЗАДАЧИ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Дженалиев М.Т.¹, Рамазанов М.И.^{2,3}

¹Институт математики и математического моделирования КН МОН РК, Алматы, Казахстан
muvasharkhan@gmail.com

²Институт прикладной математики КН МОН РК,

³КарГУ им. Е.А.Букетова, Караганды, Казахстан
E-mail: ramamur@mail.ru

В настоящей работе наряду с тривиальным решением мы устанавливаем в классе существенно ограниченных функций с заданным весом существование нетривиального решения с точностью до постоянного множителя.

Рассматривается однородная граничная задача

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} - a^2 \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} = 0, \{x,t\} \in G = \{x,t : 0 < x < t, t > 0\}; \quad (1)$$

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0, \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=t} + \frac{d\tilde{u}(t)}{dt} = 0; \quad (2)$$

где $\tilde{u}(t) = u(t,t)$. Отметим, что задача (1)–(2) является однородным случаем задачи, изученной в работе [1], причем, для простоты коэффициенты из указанной работы приняты равными: $k = b = 1$. Эти изменения не противоречат постановке задачи из [1]. Как отмечено в работе [1], случай неоднородной граничной задачи "... оказывается полезным при изучении некоторых задач со свободными границами". Например, для однофазной задачи "... Стефана при следующих предположениях: жидкая фаза с положительной температурой $u(x,t)$ занимает отрезок $0 < x < s(t)$, при $x = 0$ задается положительный поток тепла, а свободная граница $x = s(t)$ начинается у твердой стенки $x = 0$, т.е. выполняется условие $s(0) = 0$ ". В работе [1] установлена теорема об однозначной разрешимости рассматриваемой там граничной задачи в весовых гильбертовых пространствах. Исследование граничных задач вида (1)–(2) проводится в Казахстане впервые. Если в работе [1] было показано, что в некотором гильбертовском классе функций однородная задача (1)–(2) имеет только тривиальное решение, то нас интересует вопрос: существует ли у этой задачи нетривиальное решение и какому классу оно принадлежит? Этот вопрос ранее никем не был изучен. В настоящей работе наряду с тривиальным решением мы устанавливаем в классе существенно ограниченных функций с заданным весом существование нетривиального решения с точностью до постоянного множителя. Введем этот класс следующим образом:

$$(x + t^{1/2})^{-1} u(x,t) \in L_\infty(G), \text{ т.е. } u(x,t) \in L_\infty(G; (x + t^{1/2})^{-1}). \quad (3)$$

Сформулируем основной результат.

Теорема. Граничная задача (1)–(2) имеет наряду с тривиальным решением и нетривиальное решение $u(x,t) = C\tilde{u}(x,t)$, где $\tilde{u}(x,t) \in L_\infty(G; (x + t^{1/2})^{-1})$, $u, C = const$.

Работа выполнена при поддержке грантового финансирования научных исследований Комитетом науки МОН РК (проект №1164/ГФ4 КН МОН РК).

Список использованных источников

1. Солонников В.А., Фазано А. Об одномерной параболической задаче, возникающей при изучении некоторых задач со свободными границами// Записки научных семинаров ПОМИ, 2000.- Т.269.- С.322–338.