(f) $H^n(\mathfrak{g}, H^0(p-2, p-2)) \cong \begin{cases} L(1,1)^{(1)}, \text{если } n = 3, \\ 2L(1,1)^{(1)} \oplus k, \text{если } n = 4, \\ L(1,1)^{(1)} \oplus k, \text{если } n = 5, \\ k, \text{если } n = 7{,}8. \end{cases}$

Во всех остальных случаях $H^n(\mathfrak{g}, V) = 0$.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта AP08855935 МОН РК.

Список использованной литературы

1. Ибраев Ш.Ш., Турбаев Б.Е., Ибраева А.А. Когомологии алгебры Ли типа A_2 в малых характеристиках // Международная научно-практическая конференция «Проблемы современной фундаментальной и прикладной математики», МГУ имени Ломоносова, Казахстанский филиал, Библиотека Первого президента РК – Елбасы, 4 июня 2021 года, г. Нур-Султан. – С. 24 – 26.
2. Jantzen J.C., First cohomology groups for classical Lie algebras, in Representation Theory of Finite Groups and Finite-Dimensional Algebras (Bielefeld, 1991), Progr. Math., Vol. 95, Birkhäuser, Basel, 1991, 289–315.
3. Dzhumadil’daev A.S., IbraevSh.Sh., Nonsplit extensions of modular Lie algebras of rank 2, Homology Homotopy Appl.4 (2002), 141–163.

КЕЛЛЕР КӨПМҮШЕЛЕРІНІҢ АЛГЕБРАЛЫҚ КӨПБЕЙНЕСІ

Керімбаев Р.Қ.

Әл-Фараби атындағы Қазақ Ұлттық университеті, Алматы,Қазақстан

E-mail: ker_im@mail.ru

1. $\mathbb{R}$ − нақты сандар өрісі, $\mathbb{R}[x,y]$ − екі айнымалы көпмүшелер сақинасы. $f, g \in \mathbb{R}[x,y]$ Келлер көпмүшелеріне келесі қосымша шарттарды қоямыз:

$$f(0,0) = 0 = g(0,0) \text{ және } f(a,b) = 0 = g(a,b), \qquad (1)$$

мұндағы $a, b \in \mathbb{R}$ және $b \neq 0$ деп аламыз.

f, g Келлер көпмүшелерінің графигі $\mathbb{R}^4$ кеңістігінде жатады. Ол графикті π деп белгілейміз:

$$\pi = \{(x, y, f(x,y), g(x,y)) | x, y \in \mathbb{R}, \;\; f, g \in \mathbb{R}[x,y]\}. \qquad (2)$$

(1) шарты бойынша $O(0,0,0,0)$ және $A(a,b,0,0)$ нүктелері π графигіне тиісті. $t \in \mathbb{R}$ санын бекітіп алып $B(at, bt, f(at,bt), g(at,bt)) \in \pi$ нүктесін қарастырамыз. Сонымен бірге келесі үш векторды аламыз:

$$e_1 = (1,0,0,0), \overrightarrow{OA} = (a,b,0,0), \overrightarrow{OB} = (at, bt, f(at,bt), g(at,bt)).$$

Бастапқы $O(0,0,0,0)$ нүктесі және бағыттаушы $e_1, \overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$ векторлары бойынша Π гипержазықтығын жүргіземіз. Енді Π мен π беттерінің параметрлік теңдеулерін аламыз.

$$\Pi: \begin{cases} X = \alpha + \beta a + \gamma at, \\ Y = \beta b + \gamma bt, \\ U = \gamma f(at,bt), \\ V = \gamma g(at,bt), \end{cases} \quad \pi: \begin{cases} x = r, \\ y = s, \\ u = f(r,s), \\ v = g(r,s), \end{cases}$$

мұндағы $\alpha, \beta, \gamma, r, s \in \mathbb{R}$ − кез келген параметрлер. $l = \Pi \cap \pi$ қиылысуын табу керек. $A, B, O \in l$ екені белгілі. Ол үшін сәйкес координаталарды теңестіреміз:

$$\begin{cases} r = \alpha + \beta a + \gamma at, \\ s = \beta b + \gamma bt, \\ f(r,s) = \gamma f(at,bt), \\ g(r,s) = \gamma g(at,bt). \end{cases} \tag{3}$$

Сонда кез келген $\gamma, r, s \in \mathbb{R}$ параметрлері үшін

$$\big(f(r,s), g(r,s)\big) = \gamma\big(f(at,bt), g(at,bt)\big)$$

болады. (3) теңдеулерін қолдана отырып r мен s-тің арасындағы байланысты табамыз: $br = as + b\alpha$ осыдан $r = \frac{a}{b}s + \alpha$, $b \neq 0$. γ параметрін де s арқылы өрнектейміз: $\gamma = \frac{s-\beta b}{bt}$. α мен β кез келген болғандықтан олардың орнына нөлді қоюға болады, сонда $r = \frac{a}{b}s$, $\gamma = \frac{s}{bt}$, $b \neq 0, t \neq 0$.

Ендеше

$$\left(f\left(\tfrac{a}{b}s, s\right), g\left(\tfrac{a}{b}s, s\right)\right) = \tfrac{s}{bt}\big(f(at,bt), g(at,bt)\big). \tag{4}$$

(4) теңдігіндегі a, b, t -- берілген сандар, ал s -- кез келген параметр. Біз оны коэффициентке айналдырғымыз келеді. Ол үшін $\mathbb{R}(s)$ өрісін аламыз.

2. $\mathbb{R}(s)[x,y]$ сақинасында келесі көпмүшелерді қарастырамыз:

$$F(x,y) = f(x,y) - \frac{s}{bt}f(at,bt),$$
$$G(x,y) = g(x,y) - \frac{s}{bt}g(at,bt).$$

Бұл көпмүшелер келесі қасиеттерге ие:

$$J(F,G)(x,y) = J(f,g)(x,y) = 1,$$

және

$$F\left(\frac{a}{b}s, s\right) = 0 = G\left(\frac{a}{b}s, s\right), s \in \mathbb{R}.$$

Яғни $F, G \in \mathbb{R}(s)[x,y]$ көпмүшелері Келлер көпмүшелері болады және олардың ортақ нөлдері бүкіл нақты сандар өрісіне изоморфты объектіні қамтыйды. Сонымен біз келесі теореманы дәлелдедік.

Теорема. Егер қандай да бір Келлер көпмүшелері нақты сан өрісінде бірден көп ортақ нөлдерге ие болса, онда қандай да бір өрісте қандай да бір Келлер көпмүшелері шексіз көп ортақ нөлдерге ие болады екен.

Жұмыс ҚР БҒМ AP09259811 грантының қаржылық қолдауымен орындалды.