

трудо́в Международной конференции «Академик Е.А. Букетов – ученый, педагог, мыслитель»

- [6] Сакпанов Е.Ш. (2005). Теория автоматизированной обучающей системы. Сборник трудов Международной конференции «Академик Е.А. Букетов – ученый, педагог, мыслитель»

ГЕОМЕТРИЯНЫ ОҚЫТУДАҒЫ ПЛАНИМЕТРИЯ МЕН СТЕРЕОМЕТРИЯНЫҢ БАЙЛАНЫСЫ

Сейдалиев Бахт Жанболатович¹, Искаков Сагындык Абдрахманович²

^{1,2}Е.А. Бөкетов атындағы Қарағанды университеті, Қарағанды қаласы, Қазақстан

¹E-mail: bakytseidaliev00@gmail.com

²E-mail: isagyndyk@mail.ru

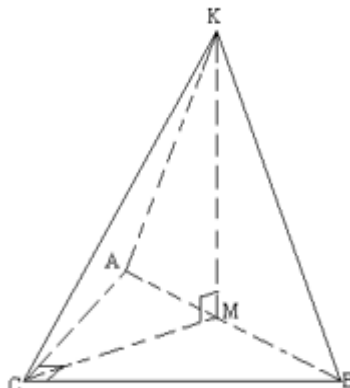
Аннотация: Бұл мақалада жалпы орта білім беретін мектептегі геометрия ғылымының стереометрия және планиметрия бөлімдерін зерттеу және осы ғылымның оқушылардың ойлау деңгейін арттырудағы рөлі қарастырылады.

Түйінді сөздер: пирамида, пирамиданың табаны, пирамиданың көлемі, призма, призманың көлемі. Қазақстан Республикасының білім беру саласын жетілдіруге бағытталған стратегиялық құжаттарында, соның ішінде "Білімді ұлт" сапалы білім беру ұлттық жобасында және "Қазақстан Республикасында білім беруді және ғылымды дамытудың 2020–2025 жылдарға арналған мемлекеттік бағдарламасында" нақты және жаратылыстану пәндерін оқыту әдістемесін жетілдіру – қазіргі күннің өзекті міндеттерінің бірі ретінде белгіленген. Сонымен қатар, жалпы орта білім беретін мектептерде оқушылардың пәнді және тақырыпты түсіну барысында елестету қабілетін дамыту (яғни, мәселені сезіне отырып, шешім табу дағдыларын қалыптастыру) – ең маңызды міндеттердің бірі болып есептеледі. Осы аталған міндеттерге сүйене отырып, жалпы орта білім беру ұйымдарында геометрия пәнінің кейбір бөлімдерін оқытуда оқушылардың кеңістікті елестете білуі және бөлімдерді өзара байланысты түрде меңгеруі – маңызды дидактикалық мақсаттардың бірі болып табылады. Бұл мақалада осы мәселелерге қатысты бірнеше есептердің талдауы ұсынылады [1].

Жалпы орта білім беретін мектептердің жоғары сыныптары – яғни, 10-11 сыныптарда негізінен геометрия пәнінің стереометрия бөлімі оқытылады. Мұны ескере отырып, былай деп айтуға болады: стереометриялық есептерді шығару үшін елестете білу және планиметрия бөлімін жақсы меңгеру қажет. Осы тұста бір сұрақ туындауы мүмкін: стереометрияны меңгеруде планиметрия бөлімін білудің маңызы неде? Бұл сұраққа жауап беру барысында мынаны ерекше атап өту қажет: кеңістіктік фигураларға қатысты есептер берілгенде, оларды жазықтықта елестету арқылы шешу жолы табылады. Сондықтан кеңістіктегі есептерді шешу кезінде планиметрия бөлімін меңгерудің маңызы зор. Төменде біз стереометриялық есептерді шешу барысында оларды жазықтықтағы фигуралармен байланыстыра отырып талдау және шешу тәсілдерін қарастырамыз.

1) Пирамиданың табаны тікбұрышты үшбұрыш, ал оның гипотенузасы c , ал сүйір бұрышы 30° -қа тең. Пирамиданың бүйір қырлары табан жазықтығымен 45° бұрыш жасайды. Пирамиданың көлемін табыңдар [2].

Табаны тік бұрышты үшбұрышты пирамида сызбасын GeoGebra немесе 3D studio MAX және т.б. бағдарламалардың көмегін интерактивті тақтаны пайдаланып сызамыз және білім алушының сұрақтары болған жағдай қолдау көрсетеміз. Бұл білім алушының кеңістікте елестету қабілетін дамытады және жақсартады. Ал енді, есепті шығарайық.



Сур 1: Шешуі

Берілген сызбаға және пирамиданың бүйір қырлары табан жазықтығына бірдей бұрыш жасап жатқанын ескерсек, (егер пирамиданың барлық бүйір қырлары табан жазықтығымен бірдей бұрыш жасаса, онда пирамиданың биіктігі оның табанына сырттай сызылған шеңбердің центріне түседі) осы қасиетке сүйеніп, пирамиданың биіктігі табанындағы үшбұрышқа сырттай сызылған шеңбердің центріне түседі. Берілген пирамидаға сырттай сызылған шеңбердің центрі гипотенузаның ортасында жатады, яғни шеңбер радиусы $\frac{c}{2}$ -ге тең болады. Осыдан, пирамиданың биіктігі табанымен қиылысатын нүкте гипотенузаның ортасы болғандықтан, тікбұрышты үшбұрыштың төбесінен осы нүктеге дейінгі қашықтық медианаға тең болады. Табан жазықтығында тең бүйірлі тікбұрышты үшбұрыш пайда болады. Яғни, пирамиданың биіктігі $\frac{c}{2}$ -ге тең болады. Біз пирамиданың биіктігін таптық, енді оның табанының ауданын табу үшін үшбұрыштың катеттерін анықтауымыз қажет. Ол үшін (30° бұрышына қарсы жатқан катет гипотенузаның жартысына тең) теоремасын қолдансақ, кіші катет $\frac{c}{2}$ -ге тең болады.

Үлкен катетті табу үшін Пифагор теоремасы немесе синус теоремасы қолданылады. Барлық табылған шамалар арқылы пирамиданың көлемін табуға болады [5].

$$\angle A = 30, \text{ онда : } BC = c \cdot \sin 30 = \frac{c}{2}; \quad AC = c \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (1)$$

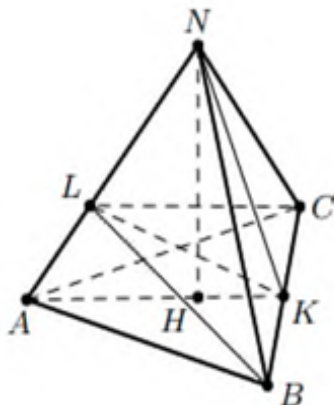
$$\tan 45 = \frac{h}{a} = 1 \Rightarrow h = a \Rightarrow h = \frac{c}{2} \quad (2)$$

$$S_{\text{таб}} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}c \cdot \frac{c}{2} = \frac{\sqrt{3}}{48}c^2 \quad (3)$$

$$V = \frac{1}{3}S_{\text{таб}} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{48}c^2 \cdot \frac{c}{2} = \frac{\sqrt{3}}{288}c^3 \quad (4)$$

2) Дұрыс үшбұрышты пирамиданың биіктігі ұзындығы a болатын табан қабырғасына тең. Табан қабырғасы арқылы өтіп қарама қарсы қабырғасына перпендикуляр болып келетін пирамиданың қима жазықтығының ауданын табыңыз.

Дұрыс үшбұрышты пирамиданың сызбасын GeoGebra немесе 3D studio MAX жне т.б. бағдарламалардың көмегін интерактивті тақтаны пайдаланып оқушы ешкімнің қолдауынсыз өзі сызады [4]. Бұл білім алушының кеңістікте елестету қабілетін ода рі жетілдіреді жне есепті өз күшімен шығара алатындығына сенімділік береді.



Сур 2: Шешуі

$BH \rightarrow NABC$ пирамидасының биіктігі болсын. $BCL \rightarrow AN$ қабырғасына жүргізілген перпендикуляр қима жазықтығы. Пирамида дұрыс болғандықтан, ABC дұрыс үшбұрышының центрі H . BCL үшбұрышы тең бүйірлі. Оның KL , биіктігін табу үшін AK , AH , AN кесінділерінің ұзындықтарын анықтау жеткілікті. ABC дұрыс үшбұрыш жне $AB = a$, дұрыс үшбұрыш сол себепті $AK = \frac{\sqrt{3}}{2}a$, $AH = \frac{\sqrt{3}}{3}a$ (сырттай сызылған шеңбердің радиусы) екендігін оңай есептеп аламыз. AHN үшбұрышынан Пифагор теоремасы бойынша келесі теңдікті аламыз: $AN = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}}a$. Кейін, AKN үшбұрышының ауданын екі түрлі діспен өрнектеп, аламыз: $KL = \frac{AK \cdot NH}{AN}$ Табылған мндерді орнына қойып, $KL = \frac{3}{4}a$ анықтаймыз. Бұдан BCL үшбұрышының ауданы $S = \frac{3}{8}a^2$ қойып, $KL = 3 \frac{a}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3a}{8}$ $S = 3 \frac{a^2}{8}$

Бұл есепті шығару барысында кезінде қадамдап/кезеңдеп есептеу немесе тікелей есептеу дісі деп аталатын дісті қолдандық. Бұл алгебралық дістің бір түрі болып табылады. Кезеңдеп шешумен аралық шамалар дйекті түрде есептеледі, олардың көмегімен қажетті шамалар деректермен байланысады. Есеп шешілгеннен кейін, шешімнің дұрыстығына көз жеткізіп, есепті шешіміне келетін қысқа жолды табуға тырысу керек. Көрсетілген шешімді қарастыратын болсақ, BCL үшбұрышының KL биіктігін басқа жолмен анықтауға болатынын байқаймыз. KL кесіндісі, AKL тікбұрышты үшбұрышының катеті болып табылады. Оның гипотенузасы $AK = \frac{\sqrt{3}}{2}a$, AN көлбеу бүйір қабырғасының табан жазықтығы арасындағы α , $iiii. ANNH = aAH = a \frac{1}{\sqrt{3}}$ болғандықтан, $\tan \alpha = \frac{NH}{AH}$ табамыз, $\tan \alpha = \sqrt{3}$ жне $\alpha = 60$ екендігі анықталды. AKL үшбұрышынынан $a \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a}{4}$ Бұдан, $S = \frac{3}{8}a^2$

Бұл шешімді тағы да шамалы жеңілдетуге болады, егер де BCL үшбұрышы ABC үшбұрышының BCL жазықтығына ортогональ проекциясы екендігін байқасақ, сол үшін $S = S_{ABC} \cdot \cos \beta$ Мұндағы, $\beta = \angle AKL - BCL$ мен ABC жазықтықтары арасындағы екіжақты бұрыштық сызықтық бұрышы. $S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$ жне $\beta = 30$ болғандықтан, $S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cos 30 = \frac{3}{8}a^2$

Есепті екінші діспен шығару барысында, біз дұрыс үшбұрышты пирамиданың қасиетін білдік: егер де дұрыс үшбұрышты пирамиданың биіктігі табан ұзындығына тең болатын болса, пирамиданың бүйір қабырғасы мен табан жазықтығы арасындағы бұрыш тең болады.

Есепті үшінші діспен шығару барысында біз көпбұрыштың жазықтыққа ортогональ проекциясының ауданы туралы теореманы қолдандық.

$S = S \cos \varphi$, Мұндағы, S - берілген көпбұрыштың ауданы, S оның жазықтыққа проекциясының ауданы, φ көпбұрыш жазықтығымен оның проекциясының арасындағы бұрыш. Бұл теорема ның дәлелдеуін геометрия оқулықтарынан табуға болады. Формула пирамиданың бүйір бетінің ауданын және көпжақтардың қималарының ауданын есептеуге келетін кейбір есептерге қолданысын табады [3]. Мысалда көрсеткендей, кейбір жағдайда, белгілі элемент терден белгісіз элементтерге апаратын амалдар бірнешеу болуы мүмкін және бір есеп бірнеше жолмен, ртүрлі діспен шығуы мүмкін. рине, сол амалдардың ішінде бізге оңай және уақыт жағынан тиімді болатынын таңдауға талпыну керек. Атақты математик Д. Пойа өзінің «Есепті қалай шығару керек?» кітабында былай деп жазған: «Екі дәлел бір дәлелден қарағанда жақсы. Мақалда айтылғандай: «Екі зкірде тұрған сенімдірек»

Қорытынды

Геометрияны тиімді оқыту үшін планиметрия мен стереометрия арасындағы байланысты үздіксіз көрсету қажет. Мұндай тәсіл оқушылардың теориялық білімдерін кеңейтіп қана қоймай, оларды нақты өмірлік жағдайларда қолдануға да дағдыландырады. Кеңістіктік ойлау – заманауи әлемде инженерия, сәулет, дизайн, құрылыс салаларында маңызды қабілет. Сондықтан геометрияны өзара байланыста оқыту – білім берудің сапасын арттырудың тиімді жолы.

Әдебиеттер тізімі

- [1] Қазақстан Республикасы Президенті. (2021). "Білімді ұлт" сапалы білім беру ұлттық жобасы туралы" Жарлық № 623, 26 қазан 2021 жыл <https://adilet.zan.kz/kaz/docs/>
- [2] Далингер. Есеп шығару арқылы стереометрияны оқыту дістемесі: СПО-ға арналған оқу құралы. М: Басылым «Юрайт», 2017. – 9-13 беттер.
- [3] Э. Г. Готман. Стереометриялық есептер және оларды шешу дістері. – М.: МЦНМО, 2006. – 7-11 бб.
- [4] GeoGebra. – Қолжетімді: <https://www.geogebra.org>
- [5] Құранбоева, М. С. (2021). Математика пәндерін оқытуда заманауи ақпараттық технологияларды пайдалану. Мұғалім, 1(1), 90–92.

ОБРАЗЕЦ ОТВЕТА КАК ОДИН ИЗ ВАЖНЕЙШИХ МЕТОДОВ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В СРЕДНЕМ ЗВЕНЕ ШКОЛЫ

Толуханова Раушан Жұмағазықызы¹, Малышева Инесса Сергеевна², Овсянникова Милана Муратовна³

^{1,2,3}Қарагандинский университет имени Академика Е.А.Букетова, Республика Казахстан