Следует подчеркнуть особую важность определения целей дистанционного курса.

Для построения четкого плана курса необходимо:

1) определить основные цели, устанавливающие, что учащиеся должны изучить;

2) конкретизировать поставленные цели, определив, что учащиеся должны уметь делать;

3) спроектировать деятельность учащегося;

4) педагогические условия разработки дистанционной формы обучения заключаются не только в разработке обучающих компьютерных программ, но и в их предварительном планировании, а для этого необходима разработка методики обучения [5].

Список литературы

1. *Монахов В.М.* Повышение уровня математической подготовки школьников средствами заочного обучения // Сб. науч. тр. — М.: Изд-во АПНСССР, 1984. — 236 с.
2. Инструктивно-методическое письмо об особенностях преподавания основ наук в средних общеобразовательных учебных заведениях Республики Казахстан в 2007–2008 учеб. году. — Алматы, 2007. — 3 с.
3. *Сергеева Т.* Новые информационные технологии и содержание обучения // Информатика и образование. — 1991. — № 1. — С. 15–17.
4. *Хуторский А.В.* Практикум по дидактике и современным методикам обучения. — СПб: Питер, 2004. — 340 с.
5. *Полат Е.С.* Теория и практика дистанционного обучения // Информатика и образование. — 2001. — № 5. — С. 21–25.

УДК 517.956.3

М.И.Рамазанов[1], Б.А.Шалдыкова[2]

[1]Карагандинский государственный университет им. Е.А.Букетова;
[2]Рудненский индустриальный институт

К РЕШЕНИЮ СИНГУЛЯРНОГО ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ВОЛЬТЕРРЫ

Арнайы екінші текті Вольтерра типтес интегралдық оператордың Нетер операторы және оның индексінің бірге тең екендігі көрсетілген. Осындай интегралдық теңдеулерге спектралды-жүктелген параболалық теңдеулерге қойылған шеттік есептерді зерттегенде келеміз.

It is shown, the special Volterra integral operator of the second kind is Noetherian and has index equal to unit. Given integral equation is got at study of the marginal problem for spectral-loaded parabolic equation.

При исследовании краевых задач теории теплопроводности в вырождающихся областях, а также при решении краевых задач для спектрально-нагруженных параболических уравнений возникают сингулярные интегральные уравнения Вольтерры 2-го рода типа [1]:

$$\mu(t)-\lambda\int_0^t K_2(t,\tau)\mu(\tau)d\tau = f_1(t)\,,\, t\in R_+\,, \tag{1}$$

где $K_2(t,\tau)=\dfrac{\alpha(t)}{2\sqrt{\pi}(t-\tau)^{3/2}}exp(-\dfrac{\alpha^2(t)}{4(t-\tau)})$.

Ядро $K_2(t,\tau)$ данного уравнения обладает следующими свойствами:

1^0. При $0<\tau<t<\infty$ функция $K_2(t,\tau)$ непрерывна;

2^0. $K_2(t,\tau)\geq 0$, $0<\tau<t<\infty$;

3^0. $\lim\limits_{t\to t_0+0}\int_{t_0}^t K_2(t,\tau)d\tau = 0$;

4^0. $\lim\limits_{t\to+0}\int\limits_0^t K_2(t,\tau)d\tau = 1$. (2)

Особенность рассматриваемого уравнения заключается в свойстве 4^0 ядра $K_2(t,\tau)$. Покажем справедливость данного свойства:

$$\lim_{t\to+0}\int_0^t K_2(t,\tau)d\tau = \lim_{t\to+0}\int_0^t \frac{\alpha(t)}{2\sqrt{\pi}(t-\tau)^{3/2}}exp(-\frac{\alpha^2(t)}{4(t-\tau)})d\tau = \left| \begin{array}{l} \eta = \dfrac{\alpha(t)}{2\sqrt{t-\tau}} \\ d\eta = \dfrac{\alpha(t)d\tau}{4(t-\tau)^{3/2}} \end{array} \right| = \lim_{t\to+0}\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_{\frac{\alpha(t)}{2\sqrt{t}}}^{\infty} e^{-\eta^2}d\eta =$$

$$= \lim_{t\to+0} erfc\left(\frac{\alpha(t)}{2\sqrt{t}}\right) = 1,$$

так как в наших предположениях $\lim\limits_{t\to 0}\dfrac{\alpha(t)}{\sqrt{t}} = 0$.

Методы решения таких уравнений не специфичны для обычных уравнений Вольтерры, поэтому они и называются особыми [2].

Через M_0 обозначим пространство функций $\mu(t)$ таких, что

$$\theta^{-1}(t)\mu(t) \in M$$

с нормой $\|\mu\|_{M_0} = \left\|\theta^{-1}(t)\mu(t)\right\|_M$.

Для исследования интегрального уравнения (1), которое назовем исходным, вначале будем рассматривать соответствующее ему характеристическое интегральное уравнение

$$\mu(t) - \lambda\int_0^t K(t,\tau)\mu(\tau)d\tau = f_1(t),\ t\in R_+, \tag{3}$$

где $K(t,\tau) = \dfrac{1}{2\sqrt{\pi}}\cdot\dfrac{\alpha(t)\alpha'(\tau)}{\left[\alpha(t)-\alpha(\tau)\right]^{3/2}}exp\left(-\dfrac{\alpha(t)\alpha(\tau)}{4\left[\alpha(t)-\alpha(\tau)\right]}\right)$.

Отметим, что ядро характеристического уравнения $K(t,\tau)$ обладает теми же свойствами, что и ядро $K_2(t,\tau)$ и, в частности, что очень важно, для него справедливо следующее предельное соотношение:

$$\lim_{t\to+0}\int_0^t K(t,\tau)d\tau = 1. \tag{4}$$

Проверим справедливость этого равенства:

$$\lim_{t\to+0}\int_0^t \frac{1}{2\sqrt{\pi}}\cdot\frac{\alpha(t)\alpha'(\tau)}{\left[\alpha(t)-\alpha(\tau)\right]^{3/2}}\exp\left(-\frac{\alpha(t)\alpha(\tau)}{4\left[\alpha(t)-\alpha(\tau)\right]}\right)d\tau =$$

$$= \lim_{t\to+0}\int_0^t \frac{1}{2\sqrt{\pi}}\cdot\frac{\alpha(t)\alpha'(\tau)}{\left[\alpha(t)-\alpha(\tau)\right]^{3/2}}\exp\left(-\frac{\alpha^2(t)}{4\left[\alpha(t)-\alpha(\tau)\right]}\cdot\frac{\alpha(\tau)}{\alpha(t)}\right)d\tau =$$

$$= \left\| z = \frac{\alpha(t)}{2\left[\alpha(t)-\alpha(\tau)\right]^{1/2}},\quad dz = \frac{\alpha(t)\alpha'(\tau)}{4\left[\alpha(t)-\alpha(\tau)\right]^{3/2}}d\tau, \alpha(\tau) = \alpha(t) - \frac{\alpha^2(t)}{4z^2} \right\| =$$

$$= \frac{2}{\sqrt{\pi}}\lim_{t\to+0}\int_{\frac{\sqrt{\alpha(t)}}{2}}^{\infty}\exp\left(-z^2\left(1-\frac{\alpha(t)}{4z^2}\right)\right)dz = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\lim_{t\to+0}\int_{\frac{\sqrt{\alpha(t)}}{2}}^{\infty}\exp\left(-z^2\right)\exp\left(\frac{\alpha(t)}{4}\right)dz =$$

$$= \lim_{t\to+0}\exp\left(\frac{\alpha(t)}{4}\right)\int_{\frac{\sqrt{\alpha(t)}}{2}}^{\infty}\exp\left(-z^2\right)dz = 1.$$

То, что интегральное уравнение (3) является характеристическим для интегрального уравнения (1), следует также из справедливости следующей теоремы.

Теорема 1. Если функция $\alpha(t)=t(1+\alpha_0(t))$, где $\alpha_0(t)=t^\beta\sigma(t),\beta>0$, а функция $\sigma(t)$ дважды непрерывно дифференцируема при $0<t<\infty$, и $|\sigma(t)|\le C$, $\sigma(t)\ne 0$, то имеет место оценка

$$\left|K_2(t,\tau)-K(t,\tau)\right|\le C\frac{1}{\sqrt{t-\tau}}. \tag{5}$$

Предварительно докажем несколько лемм.

Лемма 1. Если функция $\alpha(t)=t(1+\alpha_0(t))$, где $\alpha_0(t)=t^\beta\sigma(t),\beta>0$ и $\alpha_0(t)$ монотонно возрастает при $0<t<\infty$, $|\sigma(t)|\le C$, то

$$\left|P(t,\tau)-P_2(t,\tau)\right|\le C_1\frac{t^{1+\beta}}{(t-\tau)^{3/2}}+C_2\frac{t}{(t-\tau)^{1/2}}. \tag{6}$$

Доказательство.

$$\left|P(t,\tau)-P_2(t,\tau)\right|=\left|\frac{1}{2\sqrt{\pi}}\cdot\frac{\alpha(t)\alpha'(\tau)}{\left[\alpha(t)-\alpha(\tau)\right]^{3/2}}-\frac{1}{2\sqrt{\pi}}\cdot\frac{\alpha(t)}{(t-\tau)^{3/2}}\right|=$$

$$=\frac{1}{2\sqrt{\pi}}\left(\alpha(t)-\alpha(\tau)\right)^{-3/2}\left|\alpha(t)\alpha'(\tau)-\alpha(t)\cdot\left(\frac{\alpha(t)-\alpha(\tau)}{t-\tau}\right)^{3/2}\right|=$$

$$=\frac{1}{2\sqrt{\pi}}\cdot\frac{1}{\left(\alpha(t)-\alpha(\tau)\right)^{3/2}}\left|\alpha(t)\left(1+\alpha_0(\tau)+\tau\alpha_0'(\tau)\right)-\alpha(t)\cdot\left\{\alpha'(\tau)_{|\tau=t}-\frac{1}{2}\alpha''(\tau)_{|\tau=t}(t-\tau)\right\}^{3/2}\right|=$$

$$=\frac{1}{2\sqrt{\pi}}\cdot\frac{1}{\left(\alpha(t)-\alpha(\tau)\right)^{3/2}}\left|\alpha(t)\left(1+\alpha_0(\tau)+\tau\alpha_0'(\tau)\right)--\alpha(t)\left[\left(1+\alpha_0(t)+t\alpha'(t)\right)-\frac{1}{2}\left(2\alpha_0'(t)+t\alpha_0''(t)\right)(t-\tau)\right]^{3/2}\right|\le$$

$$\le\frac{1}{2\sqrt{\pi}}\cdot\left|\frac{\left[t(1+\alpha_0(t))\right]\left(1+\alpha_0(\tau)+\tau\alpha_0'(\tau)\right)}{\delta_0\left(1+\alpha_0(t_1)+t_1\alpha_0'(t_1)\right)^{3/2}(t-\tau)^{3/2}}-\right.$$

$$\left.-\frac{\left[t(1+\alpha_0(t))\right]\left(\left(1+\alpha_0(t)+t\alpha_0'(t)\right)-\frac{1}{2}\left(2\alpha_0'(t)+t\alpha_0''(t)\right)(t-\tau)\right)^{3/2}}{\delta_0\left(1+\alpha_0(t_1)+t_1\alpha_0(t_1)\right)^{3/2}(t-\tau)^{3/2}}\right|=$$

$$=\frac{1}{2\sqrt{\pi}}\cdot\left|\frac{\left[t(1+\alpha_0(t))\right]\left(1+\alpha_0(\tau)+\tau\alpha_0'(\tau)\right)}{\delta_0\left(1+\alpha_0(t_1)+t_1\alpha_0'(t_1)\right)^{3/2}(t-\tau)^{3/2}}-\right.$$

$$\left.-\frac{\left[t(1+\alpha_0(t))\right]\left(1+\frac{3}{2}\left(\alpha_0(t)+t\alpha_0'(t)-\frac{1}{2}\left(2\alpha_0'(t)+t\alpha_0''(t)\right)(t-\tau)\right)\right)}{\delta_0\left(1+\alpha_0(t_1)+t_1\alpha_0(t_1)\right)^{3/2}(t-\tau)^{3/2}}\right|=$$

$$=\frac{1}{2\sqrt{\pi}}\left|\frac{\left[t(1+\alpha_0(t))\right]\left(1+\alpha_0(\tau)+\tau\alpha_0'(\tau)\right)}{\delta_0\left(1+\alpha_0(t_1)+t_1\alpha_0'(t_1)\right)^{3/2}(t-\tau)^{3/2}}-\frac{\left[t(1+\alpha_0(t))\right]\left(1+\frac{3}{2}\left(\alpha_0(t)+t\alpha_0'(t)\right)\right)}{\delta_0\left(1+\alpha_0(t_1)+t_1\alpha_0(t_1)\right)^{3/2}(t-\tau)^{3/2}}+\right.$$

$$\left.+\frac{\left[t(1+\alpha_0(t))\right]\left(\frac{3}{4}\left(2\alpha_0'(t)+t\alpha_0''(t)\right)(t-\tau)\right)}{\delta_0\left(1+\alpha_0(t_1)+t_1\alpha_0(t_1)\right)^{3/2}(t-\tau)^{3/2}}\right|=$$

$$=\frac{1}{2\sqrt{\pi}}\left|\frac{[t(1+\alpha_0(t))]\left(1+\alpha_0(\tau)+\tau\alpha_0'(\tau)-1-\frac{3}{2}\left(\alpha_0(t)+t\alpha_0'(t)\right)\right)}{\delta_0\left(1+\alpha_0(t_1)+t_1\alpha_0'(t_1)\right)^{3/2}(t-\tau)^{3/2}}+\right.$$

$$\left.+\frac{[t(1+\alpha_0(t))]\left(\frac{3}{4}\left(2\alpha_0'(t)+t\alpha_0''(t)\right)(t-\tau)\right)}{\left(1+\alpha_0(t_1)+t_1\alpha_0(t_1)\right)^{3/2}(t-\tau)^{3/2}}\right|=C_1\frac{t^{1+\beta}}{(t-\tau)^{3/2}}+C_2\frac{t}{(t-\tau)^{1/2}}.$$

Лемма доказана.

Лемма 2. При выполнении условий леммы 1 имеем

$$\left|Q_2(t,\tau)-Q(t,\tau)\right|=M_1\frac{t^{2+\beta}}{t-\tau}+M_2t+M_3t(t-\tau)+M_4t^2. \quad (7)$$

Доказательство.

$$\left|Q_2(t,\tau)-Q(t,\tau)\right|=\left|\frac{[\alpha(t)]^2}{4(t-\tau)}-\frac{\alpha(t)\alpha(\tau)}{4[\alpha(t)-\alpha(\tau)]}\right|=\frac{\alpha(t)\alpha(\tau)}{4[\alpha(t)-\alpha(\tau)]}\cdot\left|\frac{[\alpha(t)]^2\cdot[\alpha(t)-\alpha(\tau)]}{(t-\tau)\cdot\alpha(t)\cdot\alpha(\tau)}-1\right|=$$

$$=\frac{\alpha(t)\alpha(\tau)}{4[\alpha(t)-\alpha(\tau)]}\cdot\left|\alpha(t)\left\{[t(1+\alpha_0(t))]^{-1}-[t_2(1+\alpha_0(t_2))]^{-2}\cdot(1+\alpha_0(t_2)+t_2\alpha_0'(t_2))(t-\tau)\right\}\times\right.$$

$$\left.\times\cdot\left\{\left(1+\alpha_0(t)+t\alpha_0'(t)\right)-\frac{1}{2}\left(2\alpha_0'(t)+t\alpha_0''(t)\right)(t-\tau)\right\}-1\right|=$$

$$=\frac{t\left(1+\alpha_0(t)\right)\cdot\tau\left(1+\alpha_0(\tau)\right)}{4[t(1+\alpha_0(t))-\tau(1+\alpha_0(\tau))]}\left|\left\{1-[t(1+\alpha_0(t))][t_2(1+\alpha_0(t_2))]^{-2}\left(1+\alpha_0(t_2)+t_2\alpha_0'(t_2)\right)(t-\tau)\right\}\times\right.$$

$$\left.\times\left\{(1+\alpha_0(t)+t\alpha_0'(t))-\frac{1}{2}\cdot\left(2\alpha_0'(t)+t\alpha_0''(t)\right)(t-\tau)\right\}-1\right|\le\frac{t\left(1+\alpha_0(t)\right)\cdot\tau\left(1+\alpha_0(\tau)\right)}{4\delta_0\left(1+\alpha_0(t_1)+t_1\alpha_0'(t_1)\right)(t-\tau)}\times$$

$$\times\left|\left\{(1+\alpha_0(t)+t\alpha_0'(t))-\frac{1}{2}\left(2\alpha_0'(t)+t\alpha_0''(t)\right)(t-\tau)-[t(1+\alpha_0(t))][t_2(1+\alpha_0(t_2))]^{-2}\times\right.\right.$$

$$\times\left(1+\alpha_0(t_2)+t_2\alpha_0'(t_2)\right)(t-\tau)(1+\alpha_0(t)+t\alpha_0'(t))-[t(1+\alpha_0(t))][t_2(1+\alpha_0(t_2))]^{-2}\times$$

$$\left.\left.\times\left(1+\alpha_0(t_2)+t_2\alpha_0'(t_2)\right)(t-\tau)\cdot\frac{1}{2}\left(2\alpha_0'(t)+t\alpha_0''(t)\right)(t-\tau)\right\}-1\right|=$$

$$=\left|\frac{t\left(1+\alpha_0(t)\right)\cdot\tau\left(1+\alpha_0(\tau)\right)(1+\alpha_0(t)+t\alpha_0'(t)-1)}{4\delta_0\left(1+\alpha_0(t_1)+t_1\alpha_0'(t_1)\right)(t-\tau)}-\frac{t\left(1+\alpha_0(t)\right)\cdot\tau\left(1+\alpha_0(\tau)\right)\cdot\frac{1}{2}\left(2\alpha'(t)+t\alpha_0''(t)\right)}{4\delta_0\left(1+\alpha_0(t_1)+t_1\alpha_0'(t_1)\right)(t-\tau)}+\right.$$

$$+\frac{t\left(1+\alpha_0(t)\right)\cdot\tau\left(1+\alpha_0(\tau)\right)}{4\delta_0\left(1+\alpha_0(t_1)+t_1\alpha_0'(t_1)\right)(t-\tau)}\cdot\frac{[t(1+\alpha_0(t))]\cdot\left(1+\alpha_0(t_2)+t_2\alpha_0'(t_2)\right)(t-\tau)(1+\alpha_0(t)+t\alpha_0'(t))}{[t_2(1+\alpha_0(t_2))]^2}+$$

$$\left.+\frac{t\left(1+\alpha_0(t)\right)\cdot\tau\left(1+\alpha_0(\tau)\right)}{4\delta_0\left(1+\alpha_0(t_1)+t_1\alpha_0'(t_1)\right)(t-\tau)}\cdot\frac{[t(1+\alpha_0(t))]\cdot\left(1+\alpha_0(t_2)+t_2\alpha_0'(t_2)\right)(t-\tau)^2\cdot\frac{1}{2}\left(2\alpha_0'(t)+t\alpha_0''(t)\right)}{[t_2(1+\alpha_0(t_2))]^2}\right|=$$

$$=M_1\frac{t^{2+\beta}}{t-\tau}+M_2t+M_3t(t-\tau)+M_4t^2.$$

Лемма 2 доказана.

Доказательство теоремы 1.

Из оценки для разности $Q_2(t,\tau)-Q(t,\tau)$, очевидно, что если τ достаточно близко к t, то $Q_2(t,\tau)\ge Q(t,\tau)$. Таким образом,

$$\left|K_2(t,\tau)-K(t,\tau)\right|\le\left|P(t,\tau)-P_2(t,\tau)\right|\exp\left(-Q(t,\tau)\right)+P_2(t,\tau)\left|1-\exp\left[-\left(Q_2(t,\tau)-Q(t,\tau)\right)\right]\right|\exp\left(-Q(t,\tau)\right)\le$$

$$\le \left\{ \left| P(t,\tau) - P_2(t,\tau) \right| + P_2(t,\tau) \left| Q(t,\tau) - Q_2(t,\tau) \right| \ \right\} \exp\left(-Q(t,\tau)\right).$$

Имеем для функций $Q(t,\tau)$ и $P_2(t,\tau)$:

$$Q(t,\tau) = \frac{\alpha(t)\alpha(\tau)}{4\left[\alpha(t)-\alpha(\tau)\right]} \ge \frac{\left[t(1+\alpha_0(t))\right]^2}{\delta_0\left(1+\alpha_0(t_1)+t_1\alpha_0^{/}(t_1)\right)(t-\tau)} \ge \frac{t^2}{\delta_0(t-\tau)}, \tag{8}$$

$$P_2(t,\tau) = \frac{\alpha(t)}{(t-\tau)^{3/2}} = \frac{t(1+\alpha_0(t))}{(t-\tau)^{3/2}} \le \frac{2^2 \cdot t}{(t-\tau)^{3/2}}. \tag{9}$$

Таким образом, учитывая леммы 1 и 2, а также неравенства (8) и (9), запишем:

$$\left| K_2(t,\tau) - K(t,\tau) \right| \le \left(C_1 \frac{t^{1+\beta}}{(t-\tau)^{3/2}} + C_2 \frac{t}{(t-\tau)^{1/2}} \right) \exp\left(-\frac{t^2}{\delta_0(t-\tau)} \right) +$$

$$+ \frac{2^2 \cdot t}{(t-\tau)^{3/2}} \left(M_1 \frac{t^{2+\beta}}{t-\tau} + M_2 t + M_3 t(t-\tau) + M_4 t^2 \right) \exp\left(-\frac{t^2}{\delta_0(t-\tau)} \right) =$$

$$= \left(C_1 \frac{t^{1+\beta}}{(t-\tau)^{3/2}} + C_2 \frac{t}{(t-\tau)^{1/2}} \right) \exp\left(-\frac{t^2}{\delta_0(t-\tau)} \right) +$$

$$+ \left(M_1 \frac{2^2 t^{3+\beta}}{(t-\tau)^{5/2}} + M_2 \frac{2^2 t^2}{(t-\tau)^{3/2}} + M_3 \frac{2^2 t^2}{(t-\tau)^{1/2}} + M_4 \frac{2^2 \cdot t^3}{(t-\tau)^{3/2}} \right) \exp\left(-\frac{t^2}{\delta_0(t-\tau)} \right) =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{t-\tau}} \left(C_1 \frac{t^2}{2(t-\tau)} \exp\left(-\frac{t^2}{2\delta_0(t-\tau)} \right) \cdot t^{\beta-1} \exp\left(-\frac{t^2}{2\delta_0(t-\tau)} \right) + C_2 t \exp\left(-\frac{t^2}{\delta_0(t-\tau)} \right) \right) +$$

$$+ \frac{1}{\sqrt{t-\tau}} \left(M_1 \frac{2^2 t^4}{(t-\tau)^2} \exp\left(-\frac{t^2}{2\delta_0(t-\tau)} \right) \cdot t^{\beta-1} \exp\left(-\frac{t^2}{2\delta_0(t-\tau)} \right) + M_2 \frac{2^2 t^2}{(t-\tau)} \exp\left(-\frac{t^2}{\delta_0(t-\tau)} \right) + \right.$$

$$\left. + M_3 2^2 t^2 \exp\left(-\frac{t^2}{\delta_0(t-\tau)} \right) + M_4 \frac{2^2 t^2}{(t-\tau)} \exp\left(-\frac{t^2}{\delta_0(t-\tau)} \right) t \right) \le$$

$$\le \frac{1}{\sqrt{t-\tau}} \left(C_1 \cdot \frac{\tilde{C}_1}{e} + \tilde{C}_2 + M_1 \cdot \frac{\tilde{M}_1}{e^2} + \frac{M_2}{e} + \tilde{M}_2 + \tilde{M}_3 \right) \le C \frac{1}{\sqrt{t-\tau}}.$$

Исследуем характеристическое интегральное уравнение (3). Для этого в данном уравнении произведем замены $\alpha(t) = t_1^{-1}$, $\alpha(\tau) = \tau_1^{-1}$ и введем следующие обозначения:

$$\phi_1(t_1) = t_1^{-1/2} \mu(\phi(t_1)), \ f_2(t_1) = t_1^{-1/2} f_1(\phi(t_1)).$$

Тогда уравнение (3) запишется в виде:

$$\phi_1(t_1) - \lambda \int_{t_1}^{\infty} K(t_1 - \tau_1) \phi_1(\tau_1) d\tau_1 = f_2(t_1), \tag{10}$$

где

$$K(t_1 - \tau_1) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \cdot \frac{1}{(\tau_1 - t_1)^{3/2}} exp\left(-\frac{1}{4(\tau_1 - t_1)} \right), \ 0 < t_1 < \tau_1 < \infty.$$

Уравнение (10), являющееся интегральным уравнением типа Винера–Хопфа, исследовано в работе [1]. Его решение определено следующим выражением:

$$\phi_1(t_1) = \lambda \int_{t_1}^{\infty} R_-(t_1 - \tau_1) f_2(\tau_1) d\tau_1 + f_2(t_1) + \sum_{k=-N_1}^{N_2} c_k exp(-iz_k t_1), \ t \in R_+, \tag{11}$$

где

$$R_-(\theta) = 2 \sum_{k=-\infty}^{-(N_1+1)} \sqrt{iz_k} \exp\left(-iz_k \theta\right) + 2 \sum_{k=N_2+1}^{\infty} \sqrt{iz_k} \exp\left(-iz_k\theta\right) + \frac{1}{2\sqrt{\pi}(-\theta)^{3/2}} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{m}{\lambda^m} \exp\left(\frac{m^2}{4\theta} \right),$$

$$\mathrm{Re}(iz_k) < 0, \ |\lambda| > 1, \ \theta \in R_-,$$

$$-N_1 \le k \le N_2\,,\ N_1 = \left[\frac{\ln|\lambda| + \arg\lambda}{2\pi}\right],\ N_2 = \left[\frac{\ln|\lambda| - \arg\lambda}{2\pi}\right].$$

Проделаем в (11) обратные замены:

$$t_1 = \frac{1}{\alpha(t)}\,,\ \tau_1 = \frac{1}{\alpha(\tau)}\,,$$

$$\phi_1(t_1) = [\alpha(t)]^{1/2}\mu(t)\,,\ f_2(t_1) = [\alpha(t)]^{1/2} f_1(t)\,.$$

В результате получим общее решение характеристического уравнения:

$$\mu(t) = \lambda\int_0^t R_-\left(\frac{1}{\alpha(t)} - \frac{1}{\alpha(\tau)}\right)[\alpha(t)]^{-1/2}[\alpha(\tau)]^{-3/2}\alpha'(\tau) f_1(\tau)d\tau + f_1(t) +$$

$$+[\alpha(t)]^{-1/2}\sum_{k=-N_1}^{N_2} c_k exp\left(-\frac{iz_k}{\alpha(t)}\right). \quad (12)$$

Дадим оценку для резольвенты:

$$R_-\left\{\frac{1}{\alpha(\eta)} - \frac{1}{\alpha(t)}\right\} \le M_1\frac{(\alpha(t)\alpha(\eta))^{1/2}}{(\alpha(t)-\alpha(\eta))^{1/2}}\exp\left(-\delta_0\frac{\alpha(t)-\alpha(\eta)}{\alpha(t)\alpha(\eta)}\right) +$$

$$+M_2\frac{(\alpha(t)\alpha(\eta))^{3/2}}{(\alpha(t)-\alpha(\eta))^{3/2}}\exp\left(-\delta_0\frac{\alpha(t)\alpha(\eta)}{\alpha(t)-\alpha(\eta)}\right) \le$$

$$\le M_1\frac{[t(1+\alpha_0(t))]^{1/2}[\eta(1+\alpha_0(\eta))]^{1/2}}{\left[\delta_0\left(1+\alpha_0(t_1)+t_1\alpha_0'(t_1)\right)(t-\eta)\right]^{1/2}}\exp\left(-\delta_0\frac{\delta_0\left(1+\alpha_0(t_1)+t_1\alpha_0'(t_1)\right)(t-\eta)}{t(1+\alpha_0(t))\cdot\eta(1+\alpha_0(\eta))}\right) +$$

$$+M_2\frac{[t(1+\alpha_0(t))]^{3/2}[\eta(1+\alpha_0(\eta))]^{3/2}}{\left[\delta_0\left(1+\alpha_0(t_1)+t_1\alpha_0'(t_1)\right)(t-\eta)\right]^{3/2}}\exp\left(-\delta_0\frac{t(1+\alpha_0(t))\cdot\eta(1+\alpha_0(\eta))}{\delta_0\left(1+\alpha_0(t_1)+t_1\alpha_0'(t_1)\right)(t-\eta)}\right). \le$$

$$\le M_1\frac{\sqrt{t}\sqrt{\eta}}{\sqrt{\delta_0}\sqrt{t-\eta}}\exp\left(-\delta_1\frac{t-\eta}{t\eta}\right) + M_2\frac{t^{3/2}\eta^{3/2}}{(\delta_0)^{3/2}(t-\eta)^{3/2}}\exp\left(-\delta_1\frac{t\eta}{t-\eta}\right) \le$$

$$\le M\left(\frac{\sqrt{t}\sqrt{\eta}}{\sqrt{\delta_0}\sqrt{t-\eta}}\exp\left(-\delta_1\frac{t-\eta}{t\eta}\right) + \frac{t^{3/2}\eta^{3/2}}{(\delta_0)^{3/2}(t-\eta)^{3/2}}\exp\left(-\delta_1\frac{t\eta}{t-\eta}\right)\right). \quad (13)$$

Проведем регуляризацию исходного интегрального уравнения (1) решением характеристического уравнения (3). Для этого введем следующее обозначение:

$$\tilde{K}(t,\tau) = K_2(t,\tau) - K(t,\tau)$$

и, учитывая уравнение (3), запишем интегральное уравнение (1) в виде:

$$\mu(t) - \lambda\int_0^t \tilde{K}(t,\tau)\mu(\tau)d\tau = f_1(t)\,,\ t\in R_+$$

Решим данное уравнение как характеристическое, считая правую часть этого уравнения временно известной:

$$\mu(t) = f_1(t) + \lambda\int_0^t \tilde{K}(t,\tau)\mu(\tau)d\tau + \lambda\int_0^t R_-\left(\frac{1}{\alpha(t)} - \frac{1}{\alpha(\tau)}\right)[\alpha(t)]^{-1/2}[\alpha(\tau)]^{-3/2}\alpha'(\tau)\cdot$$

$$\left[f_1(\tau) + \lambda\int_0^\tau \tilde{K}(\tau,\eta)\mu(\eta)d\eta\right]d\tau + [\alpha(t)]^{-1/2}\sum_{k=-N_1}^{N_2} c_k exp\left(-\frac{iz_k}{\alpha(t)}\right),\ t\in R_+\,. \quad (14)$$

Преобразуем правую часть последнего равенства:

$$\mu(t) = f_1(t) + \lambda\int_0^t \tilde{K}(t,\tau)\mu(\tau)d\tau + \lambda\int_0^t R_-\left(\frac{1}{\alpha(t)} - \frac{1}{\alpha(\tau)}\right)[\alpha(t)]^{-1/2}[\alpha(\tau)]^{-3/2}\alpha'(\tau)\left(\lambda\int_0^\tau \tilde{K}(\tau,\eta)\mu(\eta)d\eta\right)d\tau +$$

$$+\lambda\int_0^t R_-\left(\frac{1}{\alpha(t)}-\frac{1}{\alpha(\tau)}\right)\left[\alpha(t)\right]^{-1/2}\left[\alpha(\tau)\right]^{-3/2}\alpha'(\tau)f_1(t)d\tau+\left[\alpha(t)\right]^{-1/2}\sum_{k=-N_1}^{N_2}c_k exp\left(-\frac{iz_k}{\alpha(t)}\right).$$

Поменяв местами переменные интегрирования η и τ в повторном интеграле последнего уравнения, получим новое регуляризованное уравнение:

$$\mu(t)-\lambda\int_0^t \widehat{K}(t,\tau)\mu(\tau)d\tau=\widehat{f}(t)+\left[\alpha(t)\right]^{-1/2}\sum_{k=-N_1}^{N_2}c_k exp\left(-\frac{iz_k}{\alpha(t)}\right), t\in R_+, \tag{15}$$

где

$$\widehat{K}(t,\tau)=\tilde{K}(t,\tau)+\lambda\int_\tau^t R_-\left(\frac{1}{\alpha(t)}-\frac{1}{\alpha(\eta)}\right)\left[\alpha(t)\right]^{-\frac{1}{2}}\left[\alpha(\eta)\right]^{-\frac{3}{2}}\left[\alpha(\eta)\right]'\tilde{K}(\tau,\eta)d\eta=\tilde{K}(t,\tau)+\lambda\tilde{\tilde{K}}(t,\tau),$$

$$\widehat{f}(t)=f_1(t)+\lambda\int_0^t R_-\left(\frac{1}{\alpha(t)}-\frac{1}{\alpha(\tau)}\right)\left[\alpha(t)\right]^{-\frac{1}{2}}\left[\alpha(\tau)\right]^{-\frac{3}{2}}\left[\alpha(\tau)\right]'f_1(\tau)d\tau.$$

Покажем, что интегральное уравнение (15) действительно регулярное. Для этого достаточно показать справедливость следующей оценки:

$$\left|\widehat{K}(t,\tau)\right|\le C\frac{(\alpha(t))^{3/4}}{(\alpha(\tau))^{3/4}\sqrt{t-\tau}},\ 0<\tau<t<\infty. \tag{16}$$

Так как $\widehat{K}(t,\tau)$ имеет представление $\tilde{K}(t,\tau)+\lambda\tilde{\tilde{K}}(t,\tau)$, то оценка (16) следует из оценок для резольвенты, (5) и нижеприведенных соотношений. Вначале получим

$$\tilde{\tilde{K}}(t,\tau)\le M_1\int_\tau^t\frac{1}{\sqrt{\eta-\tau}}\left[\alpha(\tau)\right]^{-1/2}\left[\alpha(\eta)\right]^{-3/2}\alpha'(\eta)\frac{\left[\alpha(t)\right]^{1/2}\left[\alpha(\eta)\right]^{1/2}}{(\alpha(t)-\alpha(\eta))^{1/2}}exp\left(-\delta_0\frac{\alpha(t)-\alpha(\eta)}{\alpha(t)\alpha(\eta)}\right)d\eta+$$

$$+M_2\int_\tau^t\frac{1}{\sqrt{\eta-\tau}}\left[\alpha(\tau)\right]^{-1/2}\left[\alpha(\eta)\right]^{-3/2}\alpha'(\eta)\frac{\left[\alpha(t)\right]^{3/2}\left[\alpha(\eta)\right]^{3/2}}{(\alpha(t)-\alpha(\eta))^{3/2}}exp\left(-\delta_0\frac{\alpha(t)\alpha(\eta)}{\alpha(t)-\alpha(\eta)}\right)d\eta=$$

$$=J_1(t,\tau)+J_2(t,\tau).$$

Здесь функции $J_1(t,\tau)$ и $J_2(t,\tau)$ соответственно равны:

$$J_1(t,\tau)=M_1\sqrt{\frac{\alpha(t)}{\alpha(\tau)}}\int_\tau^t\frac{\left[\alpha(\eta)\right]^{-1}\alpha'(\eta)}{\sqrt{\eta-\tau}(\alpha(t)-\alpha(\eta))^{1/2}}exp\left(-\delta_0\frac{\alpha(t)-\alpha(\eta)}{\alpha(t)\alpha(\eta)}\right)d\eta=M_1\sqrt{\frac{\alpha(t)}{\alpha(\tau)}}I_1(t,\tau),$$

$$J_2(t,\tau)=M_2\sqrt{\frac{\alpha(t)}{\alpha(\tau)}}\int_\tau^t\frac{\alpha(t)\alpha'(\eta)}{\sqrt{\eta-\tau}(\alpha(t)-\alpha(\eta))^{3/2}}exp\left(-\delta_0\frac{\alpha(t)\alpha(\eta)}{\alpha(t)-\alpha(\eta)}\right)d\eta=M_2\sqrt{\frac{\alpha(t)}{\alpha(\tau)}}I_2(t,\tau).$$

Каждую из функций I_1 и I_2 представим в виде суммы из двух слагаемых:

$$I_1(t,\tau)=I_{11}(t,\tau)+I_{12}(t,\tau);\ I_2(t,\tau)=I_{21}(t,\tau)+I_{22}(t,\tau),$$

для каждого из которых будем последовательно иметь:

$$I_{11}(t,\tau)=\int_\tau^{\frac{t+\tau}{2}}\frac{\alpha'(\eta)}{\alpha(\eta)\sqrt{\eta-\tau}(\alpha(t)-\alpha(\eta))^{1/2}}exp\left(-\delta_0\frac{\alpha(t)-\alpha(\eta)}{\alpha(t)\alpha(\eta)}\right)d\eta=$$

$$=\int_\tau^{\frac{t+\tau}{2}}\frac{\alpha'(\eta)}{\alpha(\eta)\sqrt{\eta-\tau}\left[(t-\eta)+(t\alpha_0(t)-\eta\alpha_0(\eta))\right]^{1/2}}\exp\left(-\delta_0\frac{(t-\eta)+(t\alpha_0(t)-\eta\alpha_0(\eta))}{\alpha(t)\alpha(\eta)}\right)d\eta\le$$

$$\le\int_\tau^{\frac{t+\tau}{2}}\frac{\alpha'(\eta)}{\alpha(\eta)\sqrt{\eta-\tau}(t-\eta)^{1/2}}\exp\left(-\delta_0\frac{t-\eta}{\alpha(t)\alpha(\eta)}\right)d\eta\le\int_\tau^{\frac{t+\tau}{2}}\frac{\sqrt{\alpha(t)\alpha(\eta)}\alpha'(\eta)}{\alpha(\eta)\sqrt{\delta_0(t-\eta)(\eta-\tau)(t-\eta)}}d\eta=$$

$$=\int_\tau^{\frac{t+\tau}{2}}\frac{\sqrt{\alpha(t)}\alpha'(\eta)}{\sqrt{\delta_0\sqrt{\alpha(\eta)}\sqrt{\eta-\tau}(t-\eta)}}d\eta\le\frac{C}{\sqrt{\delta_0(t-\tau)}}\int_\tau^{\frac{t+\tau}{2}}\frac{\sqrt{\alpha(t)}\alpha'(\eta)}{\sqrt{\alpha(\eta)}\sqrt{(\eta-\tau)(t-\eta)}}d\eta=$$

$$\le \frac{C\sqrt{t}}{\sqrt{\delta_0(t-\tau)}}\int\limits_{\tau}^{\frac{t+\tau}{2}}\frac{2d\eta}{\sqrt{\eta(\eta-\tau)(t-\eta)}}=\left\|\begin{matrix}\eta=ty^2,\ y=\sqrt{\dfrac{\eta}{t}}\\ d\eta=2tydy\end{matrix}\right\|=\frac{4C\sqrt{t}}{\sqrt{\delta_0 t(t-\tau)}}\int\limits_{\sqrt{\frac{\tau}{t}}}^{\sqrt{\frac{t+\tau}{2t}}}\frac{dy}{\sqrt{1-y^2}\sqrt{y^2-\dfrac{\tau}{t}}}\le$$

$$\le \frac{4Ct^{\frac14}}{\sqrt{\delta_0(t-\tau)\tau^{\frac14}}}\int\limits_{\tau}^{\frac{t+\tau}{2}}\frac{dy}{\sqrt{(1-y)\left(y-\sqrt{\dfrac{\tau}{t}}\right)}}=\frac{4C\pi}{\sqrt{\delta_0}}\frac{t^{\frac14}}{\tau^{\frac14}\sqrt{t-\tau}};$$

$$I_{12}(t,\tau)=\int\limits_{\frac{t+\tau}{2}}^{t}\frac{\alpha'(\eta)}{\alpha(\eta)\sqrt{\eta-\tau}\left(\alpha(t)-\alpha(\eta)\right)^{1/2}}exp\left(-\delta_0\frac{\alpha(t)-\alpha(\eta)}{\alpha(t)\alpha(\eta)}\right)d\eta=$$

$$=\int\limits_{\frac{t+\tau}{2}}^{t}\frac{1+\alpha_0(\eta)+\eta\alpha_0'(\eta)}{\eta(1+\alpha_0(\eta))\sqrt{\eta-\tau}\left[(t-\eta)+\left(t\alpha_0(t)-\eta\alpha_0(\eta)\right)\right]^{1/2}}\exp\left(-\delta_0\frac{(t-\eta)+\left(t\alpha_0(t)-\eta\alpha_0(\eta)\right)}{t\eta\left(1+\alpha_0(t)\right)\left(1+\alpha_0(\eta)\right)}\right)d\eta\le$$

$$\le\int\limits_{\frac{t+\tau}{2}}^{t}\frac{d\eta}{\sqrt{\eta(\eta-\tau)(t-\eta)}}\exp\left(-\delta_0\frac{t-\eta}{t\eta}\right)=\frac{2}{(t+\tau)\sqrt{(t-\tau)}}\int\limits_{\frac{t+\tau}{2}}^{t}\frac{1}{\sqrt{t-\eta}}\exp\left(-\delta_0\frac{t-\eta}{t\eta}\right)\le$$

$$\le\frac{-4t}{\sqrt{\delta_0}\,(t+\tau)\sqrt{t-\tau}}\int\limits_{\frac{t+\tau}{2}}^{t}\exp\left(-\delta_0\frac{t-\eta}{t^2}\right)d\left(\frac{\sqrt{\delta_0(t-\eta)}}{t}\right)=\left\|z=\frac{\sqrt{\delta_0(t-\eta)}}{t}\right\|=$$

$$=\frac{4t}{\sqrt{\delta_0(t-\tau)}(t+\tau)}\int\limits_{0}^{\sqrt{\frac{\delta_0(t-\tau)}{2}}\Big/t}\exp\left(-z^2\right)dz\le\frac{2\sqrt{\pi}}{\sqrt{\delta_0(t-\tau)}};$$

$$I_{21}(t,\tau)=\int\limits_{\tau}^{\frac{t+\tau}{2}}\frac{\alpha(t)\alpha'(\eta)}{\sqrt{\eta-\tau}\left(\alpha(t)-\alpha(\eta)\right)^{3/2}}exp\left(-\delta_0\frac{\alpha(t)\alpha(\eta)}{\alpha(t)-\alpha(\eta)}\right)d\eta\le$$

$$\le\int\limits_{\tau}^{\frac{t+\tau}{2}}\frac{2\alpha(t)}{\sqrt{\eta-\tau}(t-\eta)^{\frac32}}\exp\left(-\delta_0\frac{\alpha(t)\alpha(\eta)}{t-\eta}\right)d\eta\le\frac{2\sqrt2}{\sqrt{t-\tau}}\int\limits_{\tau}^{\frac{t+\tau}{2}}\frac{\alpha(t)}{\sqrt{\eta-\tau}(t-\eta)}\exp\left(-\delta_0\frac{\alpha(t)\alpha(\eta)}{t-\eta}\right)d\eta\le$$

$$\le\frac{2\sqrt2\sqrt{\alpha(t)}}{\sqrt{\delta_0(t-\tau)}}\int\limits_{\tau}^{\frac{t+\tau}{2}}\frac{\sqrt{\delta_0\alpha(t)\alpha(\eta)}}{\sqrt{t-\eta}}\exp\left(-\delta_0\frac{\alpha(t)\alpha(\eta)}{t-\eta}\right)\cdot\frac{d\eta}{\sqrt{\alpha(\eta)}\sqrt{(t-\eta)(\eta-\tau)}}\le$$

$$\le\frac{M\sqrt{t}}{\sqrt{t-\tau}}\int\limits_{\tau}^{\frac{t+\tau}{2}}\frac{d\eta}{\sqrt{\eta}\sqrt{(t-\eta)(\eta-\tau)}}=\left\|\begin{matrix}\eta=ty^2\\ d\eta=2tydy\end{matrix}\right\|=\frac{M\sqrt{t}}{\sqrt{t-\tau}}\int\limits_{\sqrt{\frac{\tau}{t}}}^{\sqrt{\frac{t+\tau}{2t}}}\frac{2tydy}{yt\sqrt{\left(1-y^2\right)\left(ty^2-\tau\right)}}=$$

$$=\frac{2M\sqrt{t}}{\sqrt{t}\sqrt{t-\tau}}\int\limits_{\sqrt{\frac{\tau}{t}}}^{\sqrt{\frac{t+\tau}{2t}}}\frac{dy}{\sqrt{\left(1-y^2\right)\left(y^2-\dfrac{\tau}{t}\right)}}\le\frac{2Mt^{\frac14}}{\tau^{\frac14}\sqrt{t-\tau}}\int\limits_{\sqrt{\frac{\tau}{t}}}^{1}\frac{dy}{\sqrt{1-y}\sqrt{y-\sqrt{\dfrac{\tau}{t}}}}=\frac{2M\pi t^{\frac14}}{\tau^{\frac14}\sqrt{t-\tau}};$$

$$I_{22}(t,\tau)=\int\limits_{\frac{t+\tau}{2}}^{t}\frac{\alpha(t)\alpha'(\eta)}{\sqrt{\eta-\tau}\left(\alpha(t)-\alpha(\eta)\right)^{3/2}}exp\left(-\delta_0\frac{\alpha(t)\alpha(\eta)}{\alpha(t)-\alpha(\eta)}\right)d\eta\le$$

$$\le\frac{\sqrt2}{\sqrt{t-\tau}}\int\limits_{\frac{t+\tau}{2}}^{t}\frac{2\alpha(t)}{(t-\eta)^{\frac32}}\exp\left(-\delta_0\frac{\alpha(t)\alpha(\eta)}{t-\eta}\right)d\eta\le\frac{2\sqrt2}{\sqrt{t-\tau}}\int\limits_{\frac{t+\tau}{2}}^{t}\frac{\alpha(t)}{(t-\eta)^{\frac32}}\exp\left(-\delta_0\frac{t\eta}{4(t-\eta)}\right)d\eta\le$$

$$\le \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{t-\tau}} \int\limits_{\frac{t+\tau}{2}}^{t} \frac{\alpha(t)}{(t-\eta)^{\frac{3}{2}}} \exp\left(-\delta_0 \frac{t(t+\tau)}{8(t-\eta)}\right) d\eta = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{t-\tau}} \int\limits_{\frac{t+\tau}{2}}^{t} \frac{\alpha(t)}{(t-\eta)^{\frac{3}{2}}} \exp\left(-\delta_0 \frac{t^2}{8(t-\eta)} - \delta_0 \frac{t\tau}{8(t-\eta)}\right) d\eta \le$$

$$\le \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{t-\tau}} \int\limits_{0}^{t} \frac{t}{(t-\eta)^{\frac{3}{2}}} \exp\left(-\delta_0 \frac{t^2}{8(t-\eta)}\right) d\eta = \left\| \begin{matrix} z = \sqrt{\frac{\delta_0}{8}} \frac{t}{\sqrt{t=\eta}} \\ dz = \frac{\sqrt{\delta_0}}{4\sqrt{2}} \frac{t d\eta}{(t-\eta)^{\frac{3}{2}}} \end{matrix} \right\| =$$

$$\le \frac{32}{\sqrt{\delta_0 (t-\tau)}} \int\limits_{\sqrt{\frac{\delta_0 t}{8}}}^{\infty} \exp\left(-z^2\right) dz \le \frac{16\sqrt{\pi}}{\sqrt{\delta_0}} \frac{1}{\sqrt{t-\tau}}.$$

Из полученных неравенств следует искомая оценка (16).

Итак, в силу оценки (16) для заданной правой части уравнение (1) имеет только единственное решение, существование которого можно показать методом последовательных приближений.

Для уравнения Вольтерры второго рода характерна возможность продолжения решения, т.е. если найдено решение интегрального уравнения (1) в малом (при малых значениях t), то решение в целом (произвольных t) можно найти методом Пикара.

Таким образом, мы показали, что верна

Теорема 2. Уравнение (1) в пространстве $M_\theta\left[0,\infty\right)$, где $\theta(t) = t(1+\alpha_0(t))$, $\alpha_0(t) = t^\beta \sigma(t), \beta > 0$, а функция $\sigma(t)$ — дважды непрерывно дифференцируема при $0 < t < \infty$, и $\left|\sigma(t)\right| \le C$, $\sigma(t) \ne 0$ разрешимо для любой функции $f(t) \in M_\theta$, если $\lambda \notin \Gamma_m$ ни для какого $m = 0,1,2,\dots$. Причем, если $\lambda \in D_m$ для некоторого $m = 0,1,2,\dots$, то данное уравнение имеет почти сплошной спектр, и кратность характеристических чисел возрастает с возрастанием $|\lambda|$.

Список литературы

1. *Дженалиев М.Т., Рамазанов М.И.* Граничные задачи для спектрально-нагруженных параболических операторов // Неклассические уравнения математической физики. — Новосибирск, 2007. — С. 114–127.
2. *Дженалиев М.Т., Рамазанов М.И., Туймебаева А.Е.* Спектрально-нагруженный оператор теплопроводности. Автомодельный закон движения точки нагрузки // Препр. № 6. — Алматы: ИМ ЦФМИ МОН РК, 2006. — 40 с.

УДК 37.01:378.096:004

Р.Ж.Толеуханова, Д.Р.Бейсенова

Карагандинский государственный университет им. Е.А.Букетова

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МОДУЛЬНЫХ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В ОБУЧЕНИИ

Мақала оқытуда модульдік ақпараттық технологияларды пайдалану мәселелеріне арналған. Кәсіби дайындықта бұл технологияларды жүйелендіру, толықтыру және жалпыландыру принциптері қарастырылған. Информатиканы оқытуда студенттің мамандығына қарай ақпараттық технологияларды қолдану ерекшеліктері көрсетілді.

The following article deals with generalizing and systematizing of principles of modulus education, in particular informatics in the higher educational professional studies. The importance of information technologies for providing modulus teaching of informatics is regarded.

Современное общество характеризуется быстрыми и глубокими переменами, связанными со стремительным развитием и распространением информационных технологий. В настоящее время