

# УРАВНЕНИЯ КОЛЕБАНИЯ ДВУМЕРНОЙ СЛОИСТОЙ ПЛАСТИНКИ, СТРОГО ОБОСНОВАННЫЕ ПОСТАНОВКОЙ РАЗЛИЧНЫХ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ

Сейтмуратов А.Ж.<sup>1</sup>, Медеубаев Н.К.<sup>2</sup>, Нурланова Б.М.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Кызылординский государственный университет им.Коркыт Ата, Кызылорда, Казахстан

<sup>2</sup>Карагандинский государственный университет им.академика Букетова, Караганда, Казахстан

E-mail: angisin\_@mail.ru, medeubaev65@mail.ru, b.nurlanova@mail.ru

Построение общих и приближенных уравнений колебания различного вида плоских элементов представляет актуальную проблему в разработке теоретических основ расчета строительных конструкций и строительства в целом. К таким проблемам относятся задачи совершенствования моделей нестационарного характера конструкций и их элементов, материалы которых проявляют сложные механические, реологические свойства, присущие различным строительным конструкциям при влиянии различных внешних факторов.

В данной работе развивается теория колебания слоистых пластинок строительных конструкций, строго обоснованной постановкой различных краевых задач колебания [1].

Пусть безграничная в плане пластинка толщиной  $2h_1$  находится под поверхностью полубесконечной среды на глубине  $(h_0 - h_1)$ . Плоскость  $XU$  поместим в срединной плоскости пластинки при  $z = 0$ . Ось  $OZ$  направим в сторону внешней поверхности внешнего слоя. Обозначим параметры слоя индексом «1», верхнего слоя  $[-\infty < (x, y) < \infty; h_1 \leq z \leq (h_0 - h_1)]$  будем обозначать индексом «2», а нижнего полупространства  $[-\infty < (x, y) < \infty; -h_1 \leq z \leq 0]$  – индексом «3». Будем предполагать, что материалы верхнего слоя, пластинки и основания однородны, изотропны, проявляют вязкие свойства.

Введем потенциалы  $\Phi^{(l)}$  и  $\Psi^{(l)}$  продольных поперечных волн по известным формулам

$$\vec{u}^{(l)} = \text{grad}\Phi^{(l)} + \text{rot}\vec{\Psi}^{(l)} \quad (1)$$

В потенциалах  $\Phi^{(l)}$  и  $\Psi^{(l)}$  уравнения движения слоя, пластинки и основания принимают вид:

$$N_l(\Delta\Phi^{(l)}) = \rho_l \frac{\partial^2 \Phi^{(l)}}{\partial t^2} \quad M_l(\Delta\vec{\Psi}^{(l)}) = \rho_l \frac{\partial^2 \vec{\Psi}^{(l)}}{\partial t^2}, \quad (2)$$

В работе [2] показано, что краевая задача колебания пластинки, находящейся под поверхностью, сводится к решению интегро-дифференциальных уравнений (2) при граничных и начальных условиях: на внешней поверхности ( $z = h_0$ )

$$\sigma_{zz}^{(2)} = f_z^{(2)}(x, y, t); \quad \sigma_{jz}^{(2)} = f_{zj}^{(2)}(x, y, t); \quad (3)$$

на границе контакта верхний слой – пластинка ( $z = h_1$ )

$$\sigma_{zz}^{(1)} = \sigma_{zz}^{(2)}; \quad \sigma_{jz}^{(1)} = 0; \quad \sigma_{jz}^{(2)} = 0; \quad w^{(1)} = w^{(2)} \quad (4)$$

на границе пластинка – основание ( $z = -h_1$ )

$$\sigma_{zz}^{(1)} = \sigma_{zz}^{(3)} + f_{3z}^{(3)}(x, y, t); \quad \sigma_{jz}^{(1)} = 0; \quad \sigma_{ij}^{(3)} + f_{jz}^{(3)}(x, y, t) = 0; \\ w^{(1)} = w^{(3)} + f_0^{(3)}(x, y, t), \quad (j = x, y) \quad (5)$$

Кроме того, должны выполняться условия затухания на бесконечности, т.е. при  $z \rightarrow -\infty$

$$\Phi^{(3)} = 0; \quad \Psi_1^{(3)} = \Psi_2^{(3)} = \Psi_3^{(3)} = 0 \quad (6)$$

Начальные условия нулевые, т.е.

$$\Phi^{(l)} = \frac{\partial \Phi^{(l)}}{\partial t} = \frac{\partial \vec{\Psi}_j^{(l)}}{\partial t} = \vec{\Psi} = 0, \quad (l = \overline{1,3}), \quad t = 0, \quad (j = \overline{1,2,3}) \quad (7)$$

Задача колебания пластинки в дифференцируемой среде сводится к исследованию уравнения (2), удовлетворяющее граничным (3), (4), (5) и начальным условиям (7).

## Список использованных источников

1. Филиппов И.Г., Филиппов С.И. Динамическая теория устойчивости стержней // Труды Российско-Польского семинара «Теоретические основы строительства», Варшава, 1995. – С.63-69.
2. Сейтмуратов А.Ж. Определение частоты собственных колебаний пластинки // Вестник КазНУ. Серия математика, механика, информатика. – 2010. – № 4 (67).