

Б.А.Прмантаева

Евразийский национальный университет им. Л.Н.Гумилева, Астана

УПРУГОЕ РАССЕЯНИЕ ПРОТОНОВ НА ${}^9\text{Li}$ В РАМКАХ ГЛАУБЕРОВСКОЙ ТЕОРИИ

Мақалада атқыш протонның ${}^9\text{Li}$ ядросында серпінді шашыратылуы Глаубердің көп еселі шашырау теориясы аумағында дифференциалдық көлденең қимасы энергиясы $E = 60$ МэВ/нуклон есептелінген. Дифференциалдық қиманы есептеуі $\alpha - t - 2n$ және ${}^7\text{Li} - n - n$ үш бөлшекті модельдерде ${}^9\text{Li}$ ядросының толқындық функциясының екі түрімен жүргізілген. Есептелген дифференциалдық көлденең қима тәжірибе нәтижелерімен салыстырғанда ${}^9\text{Li}$ ядросының толқындық функциясы $\alpha - t - 2n$ моделіне қарағанда ${}^7\text{Li} - n - n$ моделінде күшті сипатталғаны жөнінде қорытындылар жасауға мүмкіндік берді.

The connection of differential cross section with the intercluster potentials has been made. With the function in three-body $\alpha - t - 2n$ and ${}^7\text{Li} - n - n$ ${}^9\text{Li}$ models the principal characteristics of elastic scattering of protons obtained (in inverse kinematics). Within the diffraction theory of Glauber the differential cross sections for elastic scattering of protons at ${}^9\text{Li}$ -nucleus at $E = 60$ MeV/nucleon have been calculated. A comparison of the computed characteristics with the experimental data allowed draw a conclusion about appropriateness wave functions and adequacy potentials which they was calculated.

Введение

Изучение процессов рассеяния экзотических нестабильных ядер, расположенных вблизи границы нейтронной стабильности, на различных мишенях, обнаружило качественно новый тип ядерной структуры — гало. В стабильных и близких к стабильным ядрах нейтронное и протонное распределения по существу однородные. Некоторые ядра, расположенные на границе нейтронной стабильности, имеют протяженные низкоплотностные распределения слабосвязанных избыточных нейтронов, названных гало, вокруг компактного распределения большинства нуклонов, представляющих собой кор. Гало-ядра характеризуются большим поперечным сечением взаимодействия (приводящим к большому среднеквадратичным радиусам), близкими магнитными и квадрупольными моментами самого ядра и его кора, слабой энергией связи валентных нуклонов и узким импульсным распределением продуктов в реакциях фрагментации и кулоновской диссоциации. Не у всех нейтроноизбыточных ядер наблюдается гало-структура. Если имеется превышение концентрации нейтронов над протонами, которое обычно наблюдается на ядерной поверхности, не сопровождаемое увеличением ее размера, то такую структуру называют «шубой». ${}^9\text{Li}$ принадлежит к такому типу ядер, у которых наличие «шубы» не приводит к «разбуханию» ядра. Для примера приведем экспериментальные значения среднеквадратичных радиусов типичного гало-ядра ${}^{11}\text{Li}$: $R_m = 3,71(20)$ фм, ядра ${}^9\text{Li}$: $R_m = 2,44(6)$ фм и ${}^6\text{Li}$: $R_m = 2,44(7)$ фм (по последним данным, приведенным в [1]). Отсюда можно сделать вывод, что ядро ${}^9\text{Li}$ даже при наличии «шубы» является более плотно упакованным, чем ${}^6\text{Li}$, у которого энергия связи нуклонов в αd -канале мала и которое является достаточно рыхлым.

В настоящей работе в рамках дифракционной теории Глаубера проведен расчет дифференциальных сечений упругого рассеяния протонов на ядре ${}^9\text{Li}$ при энергии 60 МэВ/нуклон [2] (проведен в ускорительной лаборатории RIKEN (Япония)) в инверсной кинематике. Волновые функции (ВФ) ядра рассчитаны в рамках трехчастичных моделей: $\alpha - t - 2n$ [3] и ${}^7\text{Li} - n - n$ с реалистическими потенциалами межкластерных взаимодействий.

1. Краткий формализм

Матричный элемент рассеяния в дифракционной теории записывается следующим образом:

$$M_{if}(\vec{q}_\perp) = \sum_{M_i M_f} \frac{ik}{2\pi} \int d\vec{\rho}_\perp d\vec{R}_A \exp(i\vec{q}_\perp \vec{\rho}_\perp) \delta(\vec{R}_A) \langle \Psi_i^{JM_i} | \Omega | \Psi_f^{JM_f} \rangle, \quad (1)$$

где $R_A = \frac{1}{A} \sum_{n=1}^A r_n$ — координата центра масс ядра; \vec{k} — импульс налетающих частиц в с.ц.м.; в стандартной теории Глаубера рассеяние происходит в плоскости, перпендикулярной налетающему пучку

(обычно пучок направлен по оси z , тогда плоскостью реакции будет $xу$), поэтому здесь $\bar{\rho}_\perp, \bar{q}_\perp$ — прицельный параметр и переданный в реакции импульс являются двумерными векторами (в отличие от трехмерных их будем обозначать нижним индексом « \perp »), лежащими в плоскости $xу$. В переданном импульсе \bar{q} учитывается только поперечная компонента, продольной пренебрегают. В случае упругого рассеяния $|q| = 2k \sin \frac{\theta}{2}$, θ — угол рассеяния.

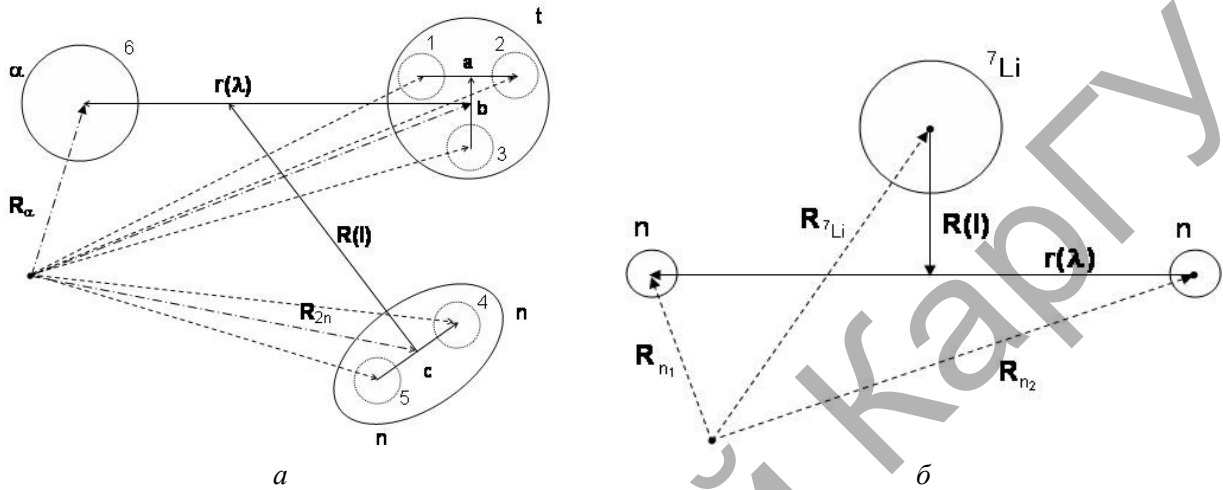


Рис. 1. Схема ядра: а — ${}^9\text{Li}$ в α - t - $2n$ -модели; б — ${}^9\text{Li}$ в ${}^7\text{Li}$ - n - n -модели

Волновую функцию ядра ${}^9\text{Li}$ с полным угловым моментом J (для основного состояния $J^\pi = \frac{3^-}{2}, S = \frac{1}{2}$) и его проекцией M_J в α - t - $2n$ -модели (схема представлена на рис. 1а) можно записать в виде

$$\Psi_{i,f}^{JM_J} = \Psi_\alpha(\bar{R}_\alpha) \Psi_t(\bar{r}_1\bar{r}_2\bar{r}_3) \Phi_{2n}(\bar{r}_4\bar{r}_5) \sum_{\lambda LS} \Psi_{\lambda LS}(\bar{r}, \bar{R}), \quad (2)$$

где $\Psi_\alpha(\bar{R}_\alpha)$, $\Psi_t(\bar{r}_1\bar{r}_2\bar{r}_3)$, $\Phi_{2n}(\bar{r}_4\bar{r}_5)$, $\Psi_{\lambda LS}(\bar{r}, \bar{R})$ — ВФ α -частицы, тритона (t), бинейтрона ($2n$) и относительного движения в координатах Якоби. Внутренние ВФ α -частицы и t записываются в виде разложения по гауссоидам

$$\Psi_\alpha(\bar{R}_\alpha) = N_\alpha \sum_a C_a \exp(-v_\alpha \bar{R}_\alpha^2); \quad (3)$$

$$\Psi_t(\bar{r}_1\bar{r}_2\bar{r}_3) = N_t \sum_i C_i \exp\left(-\frac{1}{2} v_t \sum_{i=1}^3 (\bar{r}_i - \bar{R}_t)^2\right), \quad (4)$$

здесь N_α, N_t — нормировочные коэффициенты; C_α, C_t — коэффициенты разложения; значения которых взяты из следующих работ: [4] — для α -частиц; [5] — для t .

Таблица 1

Веса разных конфигураций волновой функции ${}^9\text{Li}$ из работы [6]

α - t - $2n$ -модель					
λ	ℓ	L	S	P, %	
2	1	2	1/2	55,49	
1	2	2	1/2	20,08	
3	2	2	1/2	20,05	
${}^7\text{Li}$ - n - n -модель					
0	0	0*	1/2	98,41	
1	1	1	1/2	0,09	
2	2	0*	1/2	1,5	

Относительные веса конфигураций ядра ${}^9\text{Li}$ приведены в таблице. Из нее видно, что максимальный вклад в ВФ в α - t - $2n$ -модели дают три компоненты, из которых мы ограничимся первой, а в ${}^7\text{Li}$ - n - n -модели абсолютно доминирует компонента с нулевыми квантовыми числами.

Здесь мы учитываем компоненты ВФ $\Psi_{\lambda L M}^{J M_j}(\vec{r}, \vec{R})$, записываем их в следующем виде:

$$\Psi_{\lambda L S}(\vec{r}, \vec{R}) = \Psi_{\lambda=2, l=1, L=2}(\vec{r}, \vec{R}) + \Psi_{\lambda=1, l=2, L=2}(\vec{r}, \vec{R}) + \Psi_{\lambda=3, l=2, L=2}(\vec{r}, \vec{R}). \quad (5)$$

Оператор Ω в глауберовской теории записывается в виде ряда многократного рассеяния

$$\Omega = 1 - \prod_{v=1}^A (1 - \omega_v(\vec{p}_\perp - \vec{p}_{\perp v})) = \sum_{v=1}^A \omega_v - \sum_{v < \mu} \omega_v \omega_\mu + \sum_{v < \mu < \eta} \omega_v \omega_\mu \omega_\eta + \dots (-1)^{A-1} \omega_1 \omega_2 \dots \omega_A, \quad (6)$$

где A — число нуклонов в мишени; $\vec{p}_{\perp v}$ — двумерный аналог трехмерных одночастичных координат нуклонов \vec{r}_v . Учитывая строение ядра ${}^9\text{Li}$, представленного в трехчастичных моделях, перепишем оператор (7) в альтернативном виде, исходя из факта, что рассеяние происходит на α -частице, тритоне и бинейтоне, составляющих ядро ${}^9\text{Li}$:

$$\Omega = \Omega_\alpha + \Omega_t + \Omega_{2n} - \Omega_\alpha \Omega_t - \Omega_\alpha \Omega_{2n} - \Omega_t \Omega_{2n} + \Omega_\alpha \Omega_t \Omega_{2n}, \quad (7)$$

где каждый из операторов как ω_v — профильные функции, которые, в свою очередь, выражаются через амплитуду протон-нуклонного рассеяния $f_{pN}(q)$:

$$\omega_v(\vec{p}_\perp - \vec{p}_{\perp v}) = \frac{1}{2\pi i k} \int d\vec{q}_\perp \exp(-i\vec{q}_\perp (\vec{p}_\perp - \vec{p}_{\perp v})) f_{pN}(q), \quad (8)$$

чтобы вычислить матричный элемент (1) с ВФ (2–5) и оператором (7) и проинтегрировать по координатам, от которых они зависят. Это достаточно сложная задача, и решить ее аналитически (до определенного момента) удастся только благодаря записи ВФ и операторов в виде разложения по гауссоидам. Так как задача сопряжена с вычислением многократных интегралов, то при аналитическом интегрировании мы не теряем точности, что неизбежно при численном счете. Ввиду громоздкости окончательных выражений расчет их проводился на компьютере.

Вычисления с ВФ ${}^9\text{Li}$ в ${}^7\text{Li}$ - n - n -модели проводятся аналогично приведенным выше, однако существенно упрощаются, так как квантовые числа принимают одно значение: $\lambda = \ell = L = 0$, поэтому суммирование по проекциям моментов проводить не приходится. Волновая функция в этой модели (рис. 1б) запишется следующим образом:

$$\Psi_{i,f}^{J M_j} = \Psi_{7\text{Li}}(\vec{R}_{7\text{Li}}) \varphi_n(\vec{r}_1) \varphi_n(\vec{r}_2) \sum_{\lambda L S} \Psi_{\lambda L S}(\vec{r}, \vec{R}). \quad (9)$$

Дифференциальное сечение рассеяния, измеряемое в эксперименте, есть квадрат модуля матричного элемента

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2J+1} |M_f(\vec{q}_\perp)|^2. \quad (10)$$

Подставив в формулу (1) оператор Ω в виде ряда многократного рассеяния (7), запишем (10) в следующем виде:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2J+1} \left| \frac{ik}{2\pi} \sum_{M_j M_j'} \int d\rho_\perp dR_0 \exp(iq_\perp \rho_\perp) \delta(R_0) \times \right. \quad (11)$$

$$\left. \times \left\{ \langle \Psi_i^{J M_j} | \Omega_\alpha + \Omega_t + \Omega_{2n} | \Psi_f^{J M_j'} \rangle - \langle \Psi_i^{J M_j} | \Omega_\alpha \Omega_t + \Omega_\alpha \Omega_{2n} + \Omega_t \Omega_{2n} | \Psi_f^{J M_j'} \rangle + \Psi_i^{J M_j} | \Omega_\alpha \Omega_t \Omega_{2n} | \Psi_f^{J M_j'} \right\} \right|^2,$$

который наглядно показывает вклад разных кратностей рассеяния в операторе Ω в ДС.

2. Обсуждение результатов

В рамках дифракционной теории Глаубера проведен расчет дифференциальных сечений (ДС) упругого рассеяния протонов на ядре ${}^9\text{Li}$ при $E = 60$ МэВ/нуклон (расчет из работы [6]) в зависимости от разных модельных ВФ. Результаты расчетов приведены на рисунках 2 и 3.

На рисунке 2 представлены расчеты сечений с разными модельными функциями ядра ${}^9\text{Li}$: пунктир и точечная кривые демонстрируют расчеты с α - t - $2n$ -, сплошная — с ${}^7\text{Li}$ - n - n - ВФ. Расчет с обоими вариантами α - t -потенциалов (пунктир — модель 1, точечная — модель 2) приводит примерно к одинаковому результату в описании ДС, небольшое отличие наблюдается лишь в области минимумов сечения. Более существенные различия замечены между расчетами с ВФ в разных моделях: сечение с α - t - $2n$ - ВФ при энергии $E = 60$ МэВ/нуклон имеет более выраженную дифракционную структуру,

чем с ${}^7\text{Li}-n-n$ - ВФ. Сплошная кривая во всей области углов лежит ниже пунктирной и точечной, причем расхождение в абсолютной величине сечений увеличивается с увеличением угла рассеяния. Почему ДС с ${}^7\text{Li}-n-n$ - ВФ имеет более гладкую структуру, без выраженных минимумов и максимумов? Это следствие различного описания внутренней структуры ядра, о чем свидетельствует и значение квадрупольного момента Q . Теоретическое значение квадрупольного момента, вычисленное с $\alpha-t-2n$ ВФ ${}^9\text{Li}$, равно $Q_{\text{теор.}} = -17,4$ мб, с ${}^7\text{Li}-n-n$ ВФ — $Q_{\text{теор.}} = -40,0$ мб, тогда как измеренное — $Q_{\text{эсп.}} = -27,4$ мб. Это весьма важная характеристика, определяющая квадрупольную деформацию ядра. Для используемых в расчете модельных ВФ она почти на 40 % не совпадает с экспериментальной (как в меньшую, так и в большую сторону). Как было показано в работах многих авторов [7–13], заполнение дифракционных минимумов происходит как раз в сильно деформированных ядрах со спином $J > 1$ (например, в ${}^7\text{Li}$ [7–10], у которого $Q_{\text{эсп.}} = -40$ мб, в ${}^9\text{Be}$ [11–13], у которого $Q_{\text{эсп.}} = 53$ мб). Так что наличие в точечной и пунктирной кривых глубоких минимумов может быть связано с недоучетом квадрупольной деформации ядра.

При $E = 60$ МэВ/нуклон обе кривые качественно правильно передают ход сечения, однако они лежат выше экспериментальных точек приблизительно на 30 %, что совпадает с выводом работы [14], в которой говорится, что глауберовская модель, распространенная на низкие энергии, переоценивает экспериментальные данные на 40–50 %.

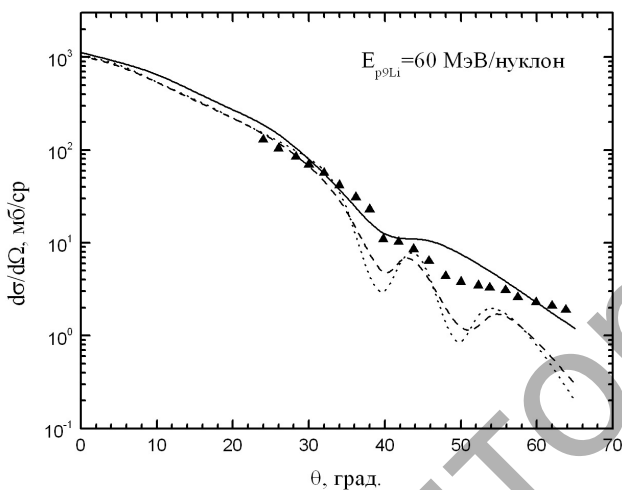


Рис. 2. Дифференциальное сечение ${}^9\text{Li}$ -рассеяния с различными модельными ВФ ${}^9\text{Li}$: пунктир — модель 1; точечная — модель 2 в $\alpha-t-2n$ -модели; сплошная — в ${}^7\text{Li}-n-n$ -модели; $E = 60$ МэВ/нуклон. Экспериментальные данные из [15]

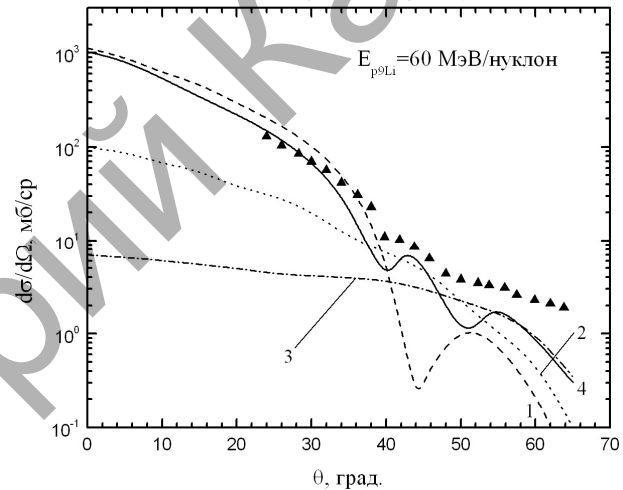


Рис. 3. Вклад в ДС разных кратностей рассеяния. Кривые 1, 2, 3 и 4 — одно-, двух-, трехкратные соударения и их сумма. Расчет из работы [6]. Экспериментальные данные из [15]

Рассмотрим более детально вклад в сечение разных кратностей рассеяния в операторе Ω для ВФ в $\alpha-t-2n$ -модели (вариант 1), изображенный на рисунке 3. Сечение однократного рассеяния получаем, когда в формуле (11) учитываем только первый член, описывающий рассеяние на α -частице, t и $2n$ (кривая 1). Сечение двукратного рассеяния — это вклад второго слагаемого в формуле (11) (кривая 2) и трехкратного — вклад третьего слагаемого в (11) (кривая 3). Суммарная кривая 4 (это та же кривая, что и пунктирная на рис. 1) учитывает все члены формулы (11). Из рисунков видно, что при малых углах рассеяния $\theta < 40^\circ$ основной вклад дает однократное рассеяние на кластерах α , t , $2n$. При больших углах она быстро падает и в области $50^\circ > \theta > 40^\circ$ доминируют члены двукратного рассеяния, при углах же $\theta > 50^\circ$ вклад дает трехкратное рассеяние. В областях, где кривые пересекаются, наблюдаются минимумы в суммарном сечении, обусловленные интерференцией разных кратностей рассеяния. Ряд (7) знакопеременный, поэтому перекрестные члены одно-двух- и двух-трехкратного соударений входят в суммарное сечение со знаком минус. В областях минимумов $\theta \approx 40$ и 50° наблюдается еще одна особенность: первый минимум на рисунке мог быть глубже, если бы не было учтено трехкратное рассеяние, второй же минимум не столь глубок из-за однократного рассеяния, которое частично его заполняет.

Заключение

Существенной частью представленного расчета является то, что мы использовали реалистические ВФ, полученные в рамках современных ядерных моделей. То, что глауберовская теория обходится без свободно варьируемых параметров, дает возможность тестировать модельные ВФ и делать выводы о структурных особенностях ядер и межкластерных потенциалах, в которых они рассчитаны. Так, ВФ в α - t - $2n$ -модели хуже (чем в ${}^7\text{Li}$ - n - n -модели) описывают ДС при всех энергиях, что может быть следствием как неадекватного кластерного разбиения, так и плохой подгонки двух кластерных потенциалов взаимодействия (так как в литературе нет $V_{\alpha-2n}$, V_{t-2n} -потенциалов, они были сконструированы на основе $V_{\alpha-n}$, V_{t-n} -потенциалов с четно-нечетным расщеплением фазовых сдвигов). То, что ВФ в ${}^7\text{Li}$ - n - n -модели лучше описывает экспериментальные данные при всех энергиях, подтверждает доминирующую двухкомпонентную структуру ${}^9\text{Li}$ в виде кора ${}^7\text{Li}$ и «шубы» из двух нейтронов.

Факторизованная на подсистемы запись оператора многократного рассеяния позволила проследить за вкладом отдельных членов в сечение, их интерференцией, установив тем самым «микроскопическую» динамику процесса рассеяния. Наблюдаемая картина позволяет сделать вывод о том, что для описания сечения в широком угловом диапазоне необходимо учитывать все кратности рассеяния в операторе Ω .

Список литературы

1. *Dobrovolsky A.V. et al.* // Nucl. Phys. — 2006. — A766. — P. 1.
2. *Moon C.B. et al.* // Phys. Let. — 1992. — B297. — P. 39.
3. *Жусупов М.А., Сагиндыков Ш.Ш., Сахиев С.К.* // Ядерная и радиационная физика: Матер. конф. — Алматы, 2005. — С. 247.
4. *Dakhno L.J., Nikolaev N.N.* // Nucl. Phys. — 1985. — A436. — P. 653.
5. *Дубовиченко С.Б., Жусупов М.А.* // Изв. АН КазССР. Сер. физ.-мат. — 1987. — № 4. — С. 64.
6. *Жусупов М.А., Зайкин А.Ю., Ибраева Е.Т., Сагиндыков Ш.Ш.* // Изв. РАН. Сер. физ. — 2007. — Т. 6. — С. 804–810.
7. *Li Qing-run, Zhou Jin-li* // J. Phys. — 1991. — G43. — P. 1664.
8. *Лукьянов В.К.* // ЯФ. — 2006. — Т. 69. — С. 1063.
9. *Glower C.W., Foster C.C., Schwandt P. et al.* // Phys. Rev. — 1991. — C43. — P. 1664.
10. *Naoko Nose, Kenji Kume, Shinichiro Yamaguchi* // Phys. Rev. — 1994. — C50. — P. 321.
11. *Алхазов Г.Д. и др.* // Письма в ЖЭТФ. — 1979. — Т. 29. — С. 88.
12. *Roy G. et al.* // Nucl. Phys. — 1985. — A442. — P. 686.
13. *Kelly J.J.* // Phys. Rev. — 1988. — C38. — P. 1490.
14. *Gupta D., Samanta C., Kanungo R.* // Nucl. Phys. — 2000. — A674. — P. 77.
15. *Carr J.A.* // Phys. Rev. — 1997. — C56. — P. 324.