– дискуссия по естественнонаучным и математическим вопросам.

Процесс локальных изменений в системе образования в целом отражается и в каждом ее звене в отдельности. Каждый учитель может внести свой вклад в совершенствование нашего образования, используя новые приемы и методы обучения.

«Умение пользоваться методом проектов – показатель высокой квалификации преподавателя, его прогрессивной методики обучения и развития. Недаром эти технологии относят к технологиям XXI века, предусматривающим, прежде всего, умение адаптироваться к стремительно изменяющимся условиям жизни человека постиндустриального общества».

Литература:

1. Послание Президента Республики Казахстан Нурсултана Назарбаева народу Казахстана от 31 января 2017 года.
2. Дьюи Джон. «Школа и общество» (1925) – цит. по «Педагогическая лоция. 2003/04 учебный год. Метод проектов в школе» / Спец. прилож. к журналу «Лицейское и гимназическое образование», вып. 4, 2003 – с.
3. Бычков А. В. Метод проектов в современной школе. - М., 2000
4. Использование проектной деятельности в обучении предметов естественно-математического цикла – Астана: Национальная академия образования им. И. Алтынсарина, 2014. – 48 с.

Хурлыс А.
3 курс студенті, академик Е.А. Бөкетов атындағы ҚарМУ
Кервенев Қ.Е.
аға оқытушы, ҚарМУ доценті,
академик Е.А. Бөкетов атындағы ҚарМУ

СЕМЕРЕДИ ТЕОРЕМАСЫ ЖӘНЕ АРИФМЕТИКАЛЫҚ ПРОГРЕССИЯЛАР ЖӨНІНДЕГІ МӘСЕЛЕЛЕР

Арифметикалық прогрессиялар жөніндегі Семиредидің атақты теоремасы оң асимптотикалық тығыздықтағы бүтін сандардың кез келген ішкі жиыны кез келген ұзындықтағы арифметикалық прогрессияны қамтитындығын тұжырымдайды. Осы атақты теорема негізінде комбинаторлы сандар теориясының жаңа үлкен облысы пайда болды.

Айталық, k және d - натурал сандар болсын. Ұзындығы k, айырмасы d болатын арифметикалық прогрессия деп $n, n+d$, $n+2d$, . . . , $n+(k-1)d$, мұндағы n - бүтін сан, жиынын айтады. 1927 жылы Б.Л.Ван дер Варден арифметикалық прогрессиялар туралы өзінің атақты теоремасын дәлелдеді, мұны А.Я.Хинчин сандар теориясының гауһары деп атады.

Теорема. (Ван дер Варден). Айталық, k және d - натурал сандар болсын.

Бүтін сандарды $C_1, C_2, ..., C_h$ түріндегі h ішкі жиынға кез келген етіп бөліну үшін, ішкі жиынның біреуі ұзындығы k арифметикалық прогрессияны қамтиды [1].

Бұл табиғи және қарапайым болып көрінгенімен Ван дер Варден теоремасы математиканың үлкен екі бөлімінің дамуына көп үлесін қосты: аддитивті комбинаторика және комбинаторлы эгродикалық теория.

Бүтін сандарды $C_1, C_2, ..., C_h$ түріндегі h ішкі жиынға кез келген етіп бөлуді әртүрлі h түсті Z бояуы деп қарасақ, онда Ван дер Варден теоремасы тұжырымы бойынша, бүтін сандар жиынында монохроматикалық арифметикалық прогрессия табылады, яғни барлық элементтері бір ғана түспен боялған прогрессия.

Жоғарыдағы теореманы басқаша жазып қарастырайық.

Теорема. Айталық, k және d - натурал сандар болсын. Кез келген натурал

$N \geq N(h,k)$ және $1,...,N$ жиынын h ішкі жиынға кез келген бөлінуі, ұзындығы k арифметикалық прогрессияны қамтитындай $N(h,k)$ саны бар болады.

Бұл теореманың өзгешелігі мұндағы барлық жиындар ақырлы.

$f_i : N \to N$ (Аккерман иерархиясы) функциялар тізбегін анықтаймыз. Айталық $f_1(n) = n+1$ және барлық $i \geq 2$ үшін $f_{i+1}(n) = (f_i \circ ... \circ f_i)$. Онда $f_2(n) = 2n$, $f_3(n) = 2^n$, ал $f_4(n)$ -

екілерден құралған заңғар. $A(n) = f_n(n)$, $n \ni N$ - Аккерман функциясы.

$A(n)$ мәні кез келген $f_i(n)$ тұрақты етіп алынған функцияға қарағанда шексіздікке жылдамырақ ұмтылады. Сондай – ақ, $A(n)$ қарапайм функционалды операциялардың ақырлы санды композициялары түрінде өрнектеле алмайды. Ван дер Варден теоремасының дәлелінен $N(2,k)$ шамасының бағалауы барлық $k \geq 2$ үшін $N(2,k) \leq A(k)$ түрінде алынады.

1987 жылы С. Шелах, $N(2,k)$ үшін примитивті – рекурсивті (қарабайыр-кері) бағалау алды. Айталық S(1) = 2 және барлық $n \geq 2$ үшін $S(n) = f_4(S(n-1))$ болсын. Онда $k \geq 2$ болғанда $N(2,k) \leq S(Ck)$, мұндағы С – қандай да бір абсолютті константа.

1936 жылы П. Эрдёш және П. Туран басқаша кеңейтілген бағалаулар алды.

Айталық, А – бүтін сандардың кез келген ішкі жиыны болсын. А жиынының жоғарғы тығыздығы деп

$$D^*(A) = \lim_{N \leftarrow \infty} \sup \frac{\left|A \cap [1,2,\ldots,N]\right|}{N}$$ шамасын айтады.

Эрдёш және Туран жоғарғы оң тығыздықтағы кез келген бүтін сандар жиыны кез келген ұзындықтағы арифметикалық прогрессияны қамтиды деп жалғастырды.

Болжам 1.(Эрдёш, Туран). Айталық, $A \subseteq Z$ - кез келген жиын болсын. Сондай-ақ, $D^*(A) > 0$ болсын. Онда кез кедген натурал $k \geq 2$ үшін А жиыны ұзындығы k болатын арифметикалық прогрессияны қамтиды.

Болжамнан шығатыны, оң тығыздықты кез келген жиын, ұзындығы k болатын шексіз көп арифметикалық прогрессияларды қамтиды.

Эрдёш және Туран болжамының тағы бір эквивалентті айтылуы бар.

Болжам $1'$ (Эрдёш, Туран). Айталық $k \geq 3$ - натурал сан, ал $0 \leq \delta \leq 1$ - ерікті нақты сан болсын. Барлық $N \geq N(k,\delta)$ үшін, ұзындығы k болатын арифметикалық прогрессияны қамтитын

$A \subseteq [\mathrm{N}]$, $|A| \geq \delta \cdot \mathrm{N}$ ерікті жиын болатындай, $N(k, \delta)$ натурал саны бар болады.

Эрдёш және Туран болжамы өте қиын дәлелдеуді талап етті. Оның ең қарапайым $k = 3$ болған жағдайын 1953 жылы К.Ф.Рот дәлелдеді.

Теорема (Семереди). Айталық, A - кез келген натурал қатардың ішкі жиыны және $D^*(A) > 0$ болсын. Онда кез келген натурал $k \geq 3$ үшін A жиыны ұзындығы k болатын арифметикалық прогрессияны қамтиды.

Өз теоремасының дәлелдеуінде, Семереди, өте күрделі комбинатроиялық аргументтерді қолданады. Қазіргі кезде ол графтар теориясында айрықша орын алады.

Кейіннен бұл теореманың кеңейтілулері, төменнен бағалануы және т.б. теоремалар дәлелденіп, бүтін сандарды арифметикалық прогрессиямен қамтамасыз етудің әр түрлі әдістері зерттелді.

Осы айтылғандарды келесідей қорытындылауға болады. Айталық, қандай да бір A жиыны қандай да бір «базалық» B жиынында қамтылсын және B-ға қарағанда жеткілікті түрде үлкен тығыздықта болсын. Онда A жиыны, алдын ала берілген қасиеттерге ие болатын $x_1, x_2, \ldots, x_m$ нүктелер жинағын қамтиды.

B жиыны ретінде бүтін сандар жиынын (Семереди теоремасы), кесіндісі екі өлшемді тор, жай сандар және басқа да жиындар алынады. Ал A жиынында белгеле бір қасиеттерге ие болуы керек $x_1, x_2, \ldots, x_m$ нүктелердің қасиеттері ретінде, қандай да бір ұзындықтағы арифметикалық прогрессия құратын нүктелердің қасиеттерін қарастырдық.

Мысал. Әспелі ақырлы арифметикалық прогрессия әртүрлі теріс емес бүтін сандардан тұрады. Математик, прогрессияның барлық мүшелерінің қосындыларының квадраты мен олардың квадраттарының қосындысының айырымын есептеді. Содан кейін математик бұл прогрессияға оның келесі мүшесін қосып, тағы да осындай айырма қарастырды [2].

а) Егер екінші ретіндегі айырма, біріншімен салыстырғанда 40 кіші болса, мұндай прогресссия мысалын келтіріңіз.

б) Екінші ретіндегі айырма, біріншімен салыстырғанда 1768 көп. Прогресссия алғашында 13 мүшеден тұруы мүмкін бе?

в) Екінші ретіндегі айырма, біріншімен салыстырғанда 1768 көп. Прогрессияда бастапқыда ең көп қанша мүше болуы мүмкін?

Шешімі.

а) Мысалы, 2 және 3. Олардың қосындыларының квадраты мен олардың квадраттарының қосындысының айырымы $(2+3)^2 - (2^2 + 3^2) = 25-13=12$.

Егер бұған 4 қоссақ, онда $(2+3+4)^2 - (2^2 + 3^2+4^2) = 81-29=52$. Яғни алғашқыдан 40 артық.

б) Прогрессияларды $a_1, a_2, ..., a_n$ деп белгілейік. Онда алғашқы айырма

$$(a_1 + a_2 + ... + a_n)^2 - a_1^2 - a_2^2 - ... - a_n^2 = 2a_n \cdot (a_1 + a_2 + ... + a_{n-1}) + 2a_{n-1} \cdot (a_1 + a_2 + ... + a_{n-2}) + ... + 2a_3 \cdot (a_1 + a_2) + 2a_2 a_1$$

Прогрессияға a_{n+1} мүшесін қосқанда, онда екінші ретте есептелген айырма біріншіден қосымша қосылғыштармен өзгешеленеді

$$2a_{n+1}(a_1 + a_2 + ... + a_n) = 2(a_1 + nd) \cdot \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} n = (a_1 + nd)(2a_1 + (n-1)d)n,$$

мұндағы d – прогрессия айырмасы.

Есеп шартынан шығатыны, $a_1 \ge 0$ және $d \ge 1$, сондықтан

$(a_1 + nd)(2a_1 + (n-1)d)n^2 (n-1).$

Келесі теңсіздікті аламыз $n^2(n-1) \le 1768$, осыдан $n \le 12$. Яғни бастапқы прогрессияда 13 мүше болуы мүмкін емес.

в) $(a_1 + nd)(2a_1 + (n-1)d)n = 1768$ теңдігінен алатынымыз, n саны

$1768 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 13 \cdot 17$ санының бөлгіші. 13 санынан кіші ең үлкен бөлгіші 8 санына тең. $n = 8$ үшін алатынымыз

$(a_1 + 8d)(2a_1 + 7d) = 221.$

Егер $d \ge 2$ болса, онда оның сол бөлігі $56d^2 \ge 56 \cdot 4 = 224 > 221$ санынан кем емес. Сондықтан $d = 1$.

Алатын теңдеуіміз

$2a_1^2 + 23a_1 - 165 = 0$, мұның бір ғана натурал шешімі 5 саны. Сегіз саннан тұратын 5,6,7,...,12 прогрессия есеп шартын қанағаттандырады.

Жауабы: а) 2 және 3; б) жоқ; в) 8.

Мысал. Арифметикалық прогрессия құрайтын әртүрлі n сан берілген.

$$(n \geq 3).$$

а) берілген барлық санның қосындысы 14 ке тең болуы мүмкін бе?

б) Егер берілген барлық санның қосындысы 900 ден кіші болса, онда n - нің ең үлкен мәні қандай?

в) Егер берілген барлық санның қосындысы 123 болса, онда n – нің барлық мүмкін мәндерін табыңыз

Шешімі.

а) мысал келтірейік. 2,3,4,5 сандары арифметикалық прогрессия құрайды және олардың қосындысы 14-ке тең.

б) жетекші ойлар қарастырайық. «Ең үлкен» прогрессия бірден басталып, айырмасы бірге тең екенін сеземіз: 1,2,...,n.

Мұндай прогрессияның қосындысы : $S_n = \dfrac{n(n-1)}{2}$. Тікелей көретініміз, $S_{41} = 861$ және $S_{42} = 903$. Сондықтан ең үлкен n мәні 41 деген болжам шығады. Соны дәлелдейік.

Айталық a және d – прогрессияның алғашқы және соңғы мүшесі болсын. Прогрессия натурал сандардан тұратын болғандықтан, $a \geq 1$ және $d \geq 1$.

$n \geq 42$ деп жорыйық. Онда прогрессияның алғашқы n мүшесінің қосындысы S:

$$S = \frac{2a + d(n-1)}{2} \cdot n \geq \frac{2a + 41d}{2} \cdot 42 \geq \frac{2 \cdot 1 + 41 \cdot 1}{2} \cdot 42 = 903 > 900,$$ бұл есептің шартына қайшы. Сондықтан ең үлкен n мәні 41 болады.

в) $n < 41$ екенін ескереміз. 123 санын жай көбейткіштерге жіктейік. $123 = 3 \cdot 41$

$$\frac{2a + d(n-1)}{2} \cdot n = 123 = 3 \cdot 41 .$$

Яғни $2a + d(n-1) \cdot n = 2 \cdot 3 \cdot 41$.

$2 \cdot 3 \cdot 41$ саны n ге бөлінеді. $3 \le n < 41$ теңсіздігін ескерсек, екі жағдай ғана болады $n = 3$ және $n = 2 \cdot 3 = 6$.

$n = 3$ болса, оған сай келетін прогрессия: 40,41,42.

$n = 6$ болса, оған сай келетін прогрессия: 1,19,20,21,22,23.

Жауабы: а) мүмкін; б) 41; в) 3 және 6.

Прогрессияларды қолдану барысындағы жетістіктерге талдау жүргізе келе, қазіргі таңдағы әр ғылым саладағы жаңалықтар табыс көздерін ашуда. Мәселен, желілік маркетингтегі пирамидалық құрылым, тармақты ауқымды жоспарлар бизнес көзіне айналуда. Мектептің алгебра курсында прогрессияларды қарастыру барысында анықтамаларын білдік, формула көмегімен прогрессияның кез келген мүшесін табуды үйрендік, прогрессияның алғашқы мүшелерінің қосындысын табу және т.с.с..

Сонымен, қоғам дамуындағы математикалық білімнің ролін, соның ішіндегі прогрессиялардың алтын орнын анықтау, проблемалық сұрақтарға жауап беру, тұжырымдар жасау мәселелері қазіргі кезде оқырмандардың сұраныстарын туғызуда.

Әдебиеттер:
1. Шкредов И.Д. “Об одном обобщении теоремы Семереди”, Докл.РАН, 405:3 (2005), 315–319.
2. Пичурин Л.Ф. За страницами учебника алгебры. Книга для учащихся 7-9 классов средней школы -М.: Просвещение, 1990.-224 с.

Чиканкова А.
студент 2 курса, КарГУ имени академика Е.А. Букетова
Турдыбекова К.М.
ст. преподаватель, КарГУ имени академика Е.А. Букетова

РОЛЬ СОВРЕМЕННЫХ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В РАЗВИТИИ ОБРАЗОВАНИЯ

В Послании Президента Республики Казахстан – Лидера нации Н.А. Назарбаева народу Казахстана «Стратегия «Казахстан-2050»: новый политический курс состоявшегося государства» од-