

ТЕМПЕРАТУРА КОНТАКТА ВЫКЛЮЧАТЕЛЯ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ТЕПЛООВОГО ПОТОКА ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ДУГИ, ПОДЧИНЯЮЩЕГОСЯ ЗАКОНУ НЬЮТОНА

Шпади Ю.Р.¹

¹Институт математики и математического моделирования, Алматы, Казахстан

¹E-mail: yu-shpadi@yandex.kz

Рассматривается задача прогрева электрода коммутационного аппарата под воздействием электрической дуги и внутреннего источника тепла. Математическая модель базируется на квазистационарном уравнении теплопроводности со сферической симметрией

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \lambda(r, t, \theta) \frac{\partial \theta}{\partial r} \right) + \frac{q(r, t)}{r^4} = 0, \quad \theta = \theta(r, t), \quad (1)$$

заданном в области со свободной границей $\Omega = \{(r, t) | 0 < b < r < \alpha(t) < \infty, 0 < t < t_a\}$, при краевых условиях:

$$\alpha(0) = b, \quad (2)$$

$$-\lambda(r, t; \theta) \frac{\partial \theta}{\partial r} \Big|_{r=b} = h(\theta_{arc}(t) - \theta(b, t)), \quad \theta_{arc}(t) > \theta(b, t), \quad t \in [0, t_a], \quad (3)$$

$$\theta(\alpha(t), t) = \theta_\alpha(t), \quad (4)$$

$$-\lambda(r, t; \theta) \frac{\partial \theta(r, t)}{\partial r} \Big|_{r=\alpha(t)} = L(t; \theta_\alpha(t)) \frac{d\alpha(t)}{dt}. \quad (5)$$

В начальный момент $t = 0$ область Ω ввиду условия (2) вырождена (обращается в точку). Для расчета закона движения свободной границы $\alpha(t)$ и температурного поля $\theta(r, t)$ внутри области Ω задача (1) – (5) редуцируется к эквивалентной системе двух нелинейных интегральных уравнений с переменными пределами интегрирования.

Доказано, что при условии непрерывности и положительности функций $\lambda(r, t; \theta)$, $P(t)$, $q(r, t)$, $L(t; \theta_\alpha(t))$ а также непрерывности функции $\theta_\alpha(t)$ и липшицевости функции $\lambda(r, t; \theta)$ по переменной θ , система интегральных уравнений однозначно разрешима и ее решение является решением краевой задачи (1) – (5).

Разработан численный алгоритм итеративного решения системы интегральных уравнений. Проведен вычислительный эксперимент на тестовой краевой задаче с точным аналитическим решением и представлены результаты сходимости итераций в метрике непрерывных функций полных пространств.

Благодарности: Данное исследование финансируется Комитетом науки Министерства науки и высшего образования Республики Казахстан (грант № AP19675480).

Ключевые слова: нелинейное уравнение теплопроводности, сферическая симметрия, краевые условия, проблема Стефана, интегральные уравнения, электрические контакты.