ОБ ОБРАТНОЙ ТЕОРЕМЕ ТЕОРИИ ПРИБЛИЖЕНИЯ В ПРОСТРАНСТВЕ ЛОРЕНЦА

Кенжебекова Н.Б., Акишев Г.

Карагандинский государственный университет им Е.А.Букетова, Караганда, Казахстан

E-mail: 18_naziko@mail.ru, akishev_g@mail.ru

В докладе предлагается улучшенный вариант обратной теоремы теории приближения целыми функциями экспоненциального типа конечной степени в пространстве Лоренца.

Пусть даны числа $p, \theta \in (1, +\infty)$. Множество всех определенных на $R = (-\infty, +\infty)$, измеримых по Лебегу функций для которых

$$\int_0^\infty f^{*\theta}(t) t^{\frac{\theta}{p}-1} dt < +\infty$$

называется пространством Лоренца и обозначается $L_{p,\theta}(R)$, где f^*- невозрастающая перестановка функции $|f|$ (см.[1], с.213). В этом пространстве норма

$$\|f\|_{p,\theta} = \left(\int_0^\infty f^{**\theta}(u) u^{\frac{\theta}{p}-1} du \right)^{\frac{1}{\theta}},$$

где $f^{**}(u) = \frac{1}{u} \int_0^u f^*(t) dt$.

Отметим, что в случае $\theta = p$ пространство $L_{p,\theta}(R)$ совпадает с пространством Лебега $L_p(R)$, норма $\| \ \|_p = \|\cdot\|_{p,p}$.

Через $A_\delta(f)_{p,\theta}$ обозначим наилучшее приближение функции $f \in L_{p,\theta}(R)$ целыми функциями экспоненциального типа степени не выше $\delta > 0$ (см.[2], с.218).

Для заданного натурального числа κ величина $\omega_k(f, \delta)_{p,\theta} = \sup\limits_{|h| \le \delta} \|\Delta_h^k f\|_{p,\theta}$ называется модулем гладкости порядка κ функции $f \in L_{p,\theta}(R)$, где $\Delta_h^k f(x) = \Delta_h (\Delta_h^{k-1} f(x))$ – разность порядка κ.

Основными результатами являются следующие утверждения.

Теорема 1. Пусть $1 < p < \infty$ и $1 < \theta \le 2$ или $2 \le p < \infty$ и $2 \le \theta < +\infty$, $\gamma = \min\{\theta, 2\}$. Тогда для функции $f \in L_{p,\theta}(R)$ справедливо неравенство

$$\omega_k \left(f; \frac{1}{n} \right)_{p,\theta} \le \frac{c_{k,p,\theta}}{n^k} \left(\sum_{\nu=0}^n (\nu+1)^{k\gamma-1} A_\nu^\gamma(f)_{p,\theta} \right)^{\frac{1}{\gamma}}.$$

Теорема 2. Пусть $1 < p < \infty$ и $1 < \theta \le 2$ или $2 \le p < \infty$ и $2 \le \theta < +\infty$, $\gamma = \min\{\theta, 2\}$. Тогда для любых натуральных чисел $r > k$; и функции $f \in L_{p,\theta}(R)$ справедливо неравенство

$$\omega_k(f, \delta)_{p,\theta} \le c \cdot \left\{ \delta^k + \delta^k \left(\int_\delta^1 t^{-k\gamma-1} \omega_r^\gamma(f, t)_{p,\theta} dt \right)^{\frac{1}{\gamma}} \right\}$$

при $0 < \delta < \frac{1}{2}$.

Отметим, что в случае $\theta = p$ из теорем 1 и 2 следуют результаты М.Ф.Тимана [3].

Список использованных источников

1. *Стейн И., Вейс Г.* Введение в гармонический анализ на евклидовых пространствах, М.: Мир, 1974.
2. *Никольский С.М.* Приближение функций многих переменных и теоремы вложения, М.:Наука, 1977, 455с.
3. *Тиман М.Ф.* Наилучшее приближение и модуль гладкости функций, заданных на всей вещественной оси. Изв.вузов. Матем.,1961, №.6, с.108-120.