

# О КОМПАКТНОСТИ КОММУТАТОРА ДЛЯ ПОТЕНЦИАЛА РИССА В ОБОБЩЕННЫХ ПРОСТРАНСТВАХ МОРРИ

Бокаев Н.А., Матин Д.Т., Сейдашев М.

Евразийский национальный университет им. Л.Н.Гумилева, Астана, Казахстан

E-mail: bokayev2011@yandex.ru , d.matin@mail.ru

В данной работе приводятся достаточные условия для компактности коммутатора для потенциала Рисса  $[b, I_\alpha]$  в обобщенных пространствах Морри  $M_p^w$ .

Приведем необходимые определения и обозначения.

Пусть  $1 < p < \infty$ ,  $w$  измеримая неотрицательная функция на  $(0, \infty)$ .

Обобщенное пространство Морри  $M_p^w$  определяется как множество всех функций с конечной квазинормой

$$\|f\|_{M_p^w} = \sup_{x \in \mathbb{R}^n} \|f\|_{L_p(B(x,r))},$$

где  $B(x,r)$  шар с центром в точке  $x$  и с радиусом  $r$ .

В соответствии с обозначениями [1], [2], обозначим через  $\Omega_{p,\infty}$  множество всех функций, которые являются неотрицательными, измеримыми на  $(0, \infty)$ , не эквивалентные 0.

Потенциал Рисса  $I_\alpha$  порядка  $\alpha$  ( $0 < \alpha < n$ ) определяется следующим образом

$$I_\alpha f(x) = \int_{\mathbb{R}^n} \frac{f(y)}{|x-y|^{n-\alpha}} dy.$$

Для функции  $b$  через  $M_b$  обозначим оператор

$$M_b f = bf,$$

где  $f$  - измеримая функция. Тогда коммутатор для потенциала Рисса  $I_\alpha$  определяется равенством

$$[b, I_\alpha] = M_b I_\alpha - I_\alpha M_b = \int_{\mathbb{R}^n} \frac{[b(x) - b(y)]f(y)}{|x-y|^{n-\alpha}} dy.$$

**Теорема 1.** Пусть  $0 < \alpha < n(1-1/q)$ ,  $1 \leq p \leq \infty$ ,  $1 < q < \infty$ ,  $1/q = 1/p - \alpha/n$ ,  $b \in \text{VMO}(\mathbb{R}^n)$  и  $w_1, w_2 \in \Omega_{p,\infty}$ . Тогда коммутатор  $[b, I_\alpha]$  является компактным оператором из  $M_p^{w_1}$  в  $M_q^{w_2}$ .

В случае

$$w(r) = r^{-\lambda}$$

подобная теорема была доказана в работе [3].

## Список использованных источников

1. Burenkov V.I. Recent progress in studying the boundedness of classical operators of real analysis in general Morrey-type spaces. I. Eurasian Mathematical Journal, Volume 3, Number 3, pp. 11 - 32, 2012.
2. Burenkov V.I. Recent progress in studying the boundedness of classical operators of real analysis in general Morrey-type spaces. II. Eurasian Mathematical Journal, Volume 4, Number 1, pp. 21 - 45, 2013.
3. Chen Y., Ding Y., Wang X. Compactness of Commutators of Riesz Potential on Morrey spaces. Potential. Anal. 30, pp. 301-313, 2009.