

С.Б.Ахажанов

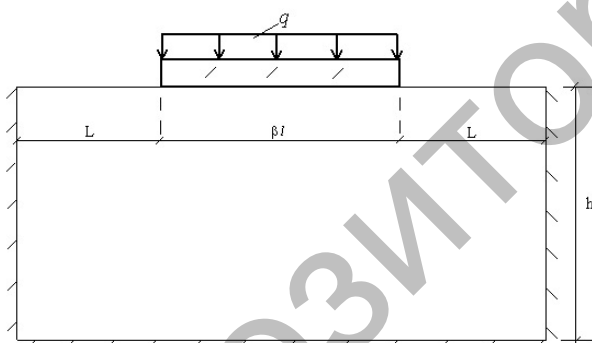
Е.А.Бөкетов атындағы Қарағанды мемлекеттік университеті (E-mail: Sungat_a2011@mail.ru)

Серпімділі негіздегі штампты есептеу

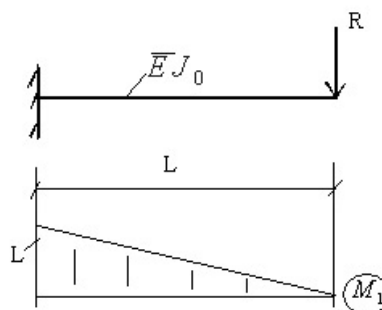
Мақалада серпімділі негіздегі штампқа бірқалыпты таралған жүктеме және шоғырланған күш әсер еткендегі жағдайлар қарастырылған. Сыртқы күштердің әсерінен пайда болған штамптың шөгуді табылған. Серпімділі негіздегі штамптың астындағы және шеттеріндегі реактивтік қысымдар алынған. Штамптың шетіндегі реактивтік қысым серпімділі негіздің ұзындығына және қалыңдығына тәуелді болатындығы көрсетілген. Алынған нәтижелер белгілі формулалармен салыстырылған.

Кілтті сөздер: қатты арқалық, иілу моменті, реактивтік қысым, шоғырланған күш, серпімділі негіз.

Серпімділі негізде жатқан қатты арқалықты (штампты) қарастырайық. Арқалыққа бірқалыпты таралған жүктеме q әсер етсін (1-сур.).



1-сурет. Серпімділі негіздегі штамп



2-сурет. Арыс арқалық

Енді осы есептің шешімін алып көрелік. Арқалықтан тыс жатқан серпімділі негізді арыс арқалық (бір жағы бекітілген, ал екінші жағы бос) түрінде қабылдап аламыз (2-сур.).

Мұнда $\bar{E}J_0$ — арыс арқалықтың иілу қатандығы; \bar{E} — серпімділі негіздің материалының серпімділік модулі; $J_0 = \frac{bh^3}{12}$ — өстік момент инерциясы; b — арқалықтың ені; h — серпімділі негіздің биіктігі; L — арқалықтан тыс жатқан негіздің ұзындығы.

Күш түскен нүктенің тік жылжуын құрылыс механикасындағы Мор формуласымен анықтаймыз:

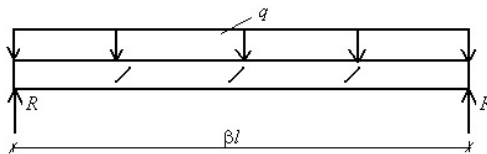
$$W = \int_0^l \frac{M_p M_1}{EJ_0} dx, \quad (1)$$

мұнда M_1 — арыс арқалықта бірлік күштен пайда болған иілу моментінің эпюрасы; M_p — арыс арқалықта жинақталған күштен пайда болған иілу моментінің эпюрасы.

Енді 2-суреттегі эпюраны қолданып (1), формуланы былайша жазамыз:

$$W = \frac{1}{EJ_0} \frac{1}{2} \cdot L \cdot L \cdot \frac{2}{3} \cdot L \cdot R = \frac{RL^3}{3EJ_0}, \quad (2)$$

бұл жерде R — сыртқы және реактивтік қысымның тең әсерлі күші.
Оны 3-суретті қолдану арқылы келесі түрде анықтауға болады:



3-сурет. Таралған жүктеме әсер еткендегі штамп

$$2R = (q - r)\beta l, \quad (3)$$

мұнда l — қатты арқалықтың (штамп) ұзындығы; β — арқалықтың ұзындығының параметрі; r — серпімділі негіздің реактивтік қысымы.

Серпімділі негіздің реактивтік қысымы (Винклер бойынша) былайша анықталады:

$$r = \frac{\bar{E}b}{h} W. \quad (4)$$

Реактивтік қысымды (4) формулаға (3) енгізіп, алынған нәтижені (2)-ге қойсақ, онда тік жылжу келесі түрде болады:

$$W = \frac{L^3}{3EJ_0} \frac{\beta l}{2} (q - r) = \frac{2}{Eb} \left(\frac{L}{h}\right)^3 \beta l \left[q - \frac{\bar{E}b}{h} W \right].$$

$$W \left[1 + \frac{2\beta l}{h} \left(\frac{L}{h}\right)^3 \right] = \frac{2}{Eb} \left(\frac{L}{h}\right)^3 \beta l q.$$

Сонымен, күш түскен нүктенің тік жылжуы былайша табылады:

$$W = \frac{2\beta l q}{\bar{E}b \left(\frac{h}{L}\right)^3 \left[1 + \frac{2\beta l}{h} \left(\frac{L}{h}\right)^3 \right]}. \quad (5)$$

Формулада (5) келесі жағдайларды қарастырайық:

$$1) \beta \rightarrow 0; \beta l q = P: \quad W = \frac{2P}{\bar{E}b \left(\frac{h}{L}\right)^3}; \quad (6)$$

$$2) \beta = 1: \quad W = \frac{2ql}{\bar{E}b \left(\frac{h}{L}\right)^3 \left[1 + \frac{2l}{h} \left(\frac{L}{h}\right)^3 \right]}, \quad (7)$$

мұнда (6) — Фламан есебі; (7) — қатты арқалық (штамп).

Штамптың шөгуді (7) мына түрде жазайық:

$$W = \frac{2ql}{\bar{E}bZ}; \quad Z = \left(\frac{h}{L}\right)^3 \left[1 + \frac{2l}{h} \left(\frac{L}{h}\right)^3 \right]. \quad (8)$$

Штамптың астындағы реактивтік қысым (4) формуланы (8) ескеру арқылы былайша табылады:

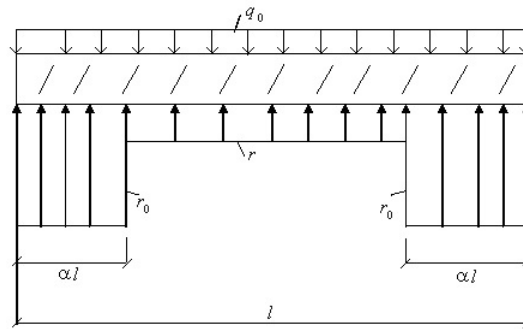
$$r = \frac{\bar{E}b}{h} \frac{2ql}{\bar{E}bZ} = \frac{2ql}{hZ}. \quad (9)$$

Штамптың шетіндегі реактивтік қысымды r_0 (9)-ді ескеру арқылы келесі түрде анықтаймыз:

$$r_0 = \gamma r = \gamma \frac{2ql}{hZ}, \quad (10)$$

бұл жерде γ — реактивтік қысымның параметрі.

Енді 4-суретте r және r_0 реактивтік қысымдарының әсер етуін көрсетейік:



4-сурет. Реактивтік қысымдардың әсер етуі

Бұл жерде α — көлденең күшті таралған жүктемемен алмастырғанда қолданылатын өте аз сан.

Енді γ параметрін анықтайық. Ол үшін төмендегі тепе-теңдік теңдеуін қолданамыз:

$$ql = 2r_0 \alpha l + r(1 - 2\alpha)l;$$

$$\gamma = 1 + \frac{1}{2\alpha} \left(\frac{Z h}{2 l} - 1 \right). \quad (11)$$

(11)-параметрді (10)-ға енгізсек, реактивтік қысым r_0 толығымен анықталады.

Сонымен, штамптың шөгуі — (8), ал серпімділі негіздің реактивтік қысымдары (9) және (10) бойынша анықталады.

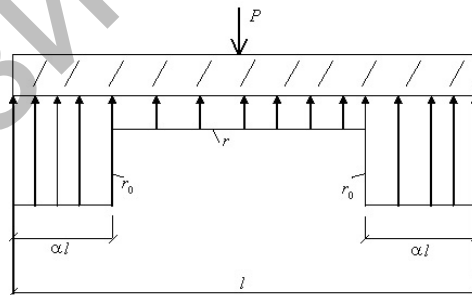
Енді серпімділі негіздегі қатты арқалыққа (штамп) шоғырланған P күші әсер етсін. Онда штамптың шөгуі (6) формула бойынша анықталады. Бұл жағдайда штамптың астындағы реактивтік қысым r (4) формуланы ескеру арқылы мына түрде табылады:

$$r = \frac{\bar{E} b}{h} \cdot \frac{2P}{\bar{E} b \left(\frac{h}{L} \right)^3} = \frac{2P}{h} \left(\frac{L}{h} \right)^3. \quad (12)$$

Шоғырланған күш әсер еткендегі штамптың шетіндегі реактивтік қысым келесі түрде болады:

$$r_0 = \gamma r = \gamma \frac{2P}{h} \left(\frac{L}{h} \right)^3. \quad (13)$$

Бұл жағдайда γ параметрі анықталады.



5-сурет. Шоғырланған күш әсер еткендегі реактивтік қысымдардың әсер етуі

5-суретті қолданып, тепе-теңдік теңдеуін былайша жазамыз:

$$P = 2r_0 \alpha l + r(1 - 2\alpha)l;$$

$$P = \frac{2P}{h} \left(\frac{L}{h} \right)^3 l [(1 - 2\alpha) + 2\gamma\alpha].$$

Осыдан γ параметрін табамыз:

$$\gamma = 1 - \frac{1}{2\alpha} \left[1 - \frac{1}{2} \frac{h}{l} \left(\frac{h}{L} \right)^3 \right]. \quad (14)$$

Шоғырланған күш әсер еткендегі реактивтік қысымды (14) параметрді (13)-ке енгізу арқылы толығымен табуға болады.

Сонымен, шоғырланған күш әсер еткендегі штамптың шөгуі — (6), ал серпімділі негіздің реактивтік қысымдары (12) және (13) бойынша табылады. Бұл есепті бірінші Фламан шығарған. Бірақ оның шешімінде келесі кемшіліктер байқалған. Әдебиетте [1] жинақталған күш әсер еткенде штамптың реактивтік қысымы төмендегідей анықталған:

$$r(x_1) = \frac{2P}{\pi l \sqrt{1 - 4 \frac{x_1^2}{l^2}}}, \quad (15)$$

мұнда P — жинақталған күш.

Егер $x_1 = \frac{l}{2}$ болса (штамптың шеті), онда $r\left(\frac{l}{2}\right) = \infty$. Бұл есептің кемшілігі болып табылады.

Реактивтік қысым тек штамптың ұзындығына ғана тәуелді болады және (15) шешімінің кемістігі болып $r_0 = \infty$ табылады. Штамп есебін шығару Садовский және Динник еңбектерінде [2] кездеседі.

Сонымен, алынған шешімде штамптың шетіндегі реактивтік қысым r_0 (10) және (13) бойынша табылады. Егер (10), (13)-те $\alpha = 0$ болса, онда $r_0 = \infty$. Бұл жағдайда біздің шешімде де кемшілік болады. Алайда реактивтік қысымның r_0 мәні штамптан тыс деформацияланатын серпімділі негіздің ұзындығына (L) және оның қалыңдығына (h) тәуелді болады. Сондықтан реактивтік қысымның (10) және (13) мағынасы зор болып табылады.

References

- 1 Galin L.A. Contact tasks of the theory of elasticity. — Moscow: Gostekhizdat, 1953. — 354 p.
- 2 Gorbunov-Posadov M.I., Malikova T.A., Solomin V.I. Calculation of designs on the elastic basis. — Moscow: Stroyizdat, 1984. — 679 p.

С.Б.Ахажанов

Расчет штампа на упругом основании

В статье рассмотрен расчет штампа на упругом основании при действии равномерно распределенной нагрузки и сосредоточенной силы. Определена осадка штампа. Получены аналитические выражения реактивных давлений. Приведена реактивная давления штампа на упругом основании, учитывающая длину и высоту упругого слоя. Произведено сопоставление результатов с имеющимися решениями.

S.B.Akhazhanov

Stamp calculation on the elastic basis

In this work stamp calculation on the elastic basis is considered at action of evenly distributed loading and the concentrated force. It is defined a stamp deposit. Analytical expressions jet pressure are received. It is provided jet pressure of a stamp on uprugy the bases, considering length and height of an elastic layer. Comparison of results to available decisions is made.