

Список использованной литературы

1. Dzhumabaev D.S., "Conditions the unique solvability of a linear boundary value problem for an ordinary differential equations", *Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 29:1 (1989), 34-46.

О РАЗРЕШИМОСТИ НЕЛОКАЛЬНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ СИСТЕМЫ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ СО СМЕШАННЫМИ ПРОИЗВОДНЫМИ С ПОСТОЯННЫМ ЗАПАЗДЫВАНИЕМ ПО ВРЕМЕНИ

^{1,2} Искакова Н.Б., ^{1,3} Темешева С., ² Тыныштықбай А.К.

¹Институт математики и математического моделирования, Алматы, Казахстан

²Казахский национальный педагогический университет имени Абая, Алматы

³Казахский национальный университет имени аль-Фараби, Алматы

E-mail: narkesh@mail.ru, temeshevasvetlana@gmail.com, abylay.tynyshtykbay@fizmat.kz

Рассматривается нелинейная нелокальная двухточечная краевая задача для системы гиперболических уравнений со смешанными производными с постоянным запаздыванием по времени

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x \partial t} = A_1(x,t) \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} + A_2(x,t) \frac{\partial u(x,t-\tau)}{\partial x} + A_3(x,t)u(x,t) + f(x,t), (1)$$

$$(x,t) \in \Omega_T = [0, \omega] \times [0, T],$$

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial x} = \text{diag} \left(\frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \Big|_{t=0} \right) \cdot \varphi(x,t), \quad (x,t) \in \Omega_\tau = [0, \omega] \times [-\tau, 0], \quad (2)$$

$$g \left(x, \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \Big|_{t=0}, \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \Big|_{t=T} \right) = 0, \quad x \in [0, \omega], \quad (3)$$

$$u(0,t) = \psi(t), \quad t \in [-\tau, T], \quad (4)$$

где $(n \times n)$ -матрицы $A_k(x,t)$, $k = \overline{1,3}$, и вектор-функция $f(x,t)$ непрерывны на $[0, \omega] \times [0, T]$, $\varphi(x,t): [0, \omega] \times [-\tau, 0] \rightarrow R^n$ — непрерывно-дифференцируемая по t и непрерывная по x вектор-функция такая, что $\varphi_i(x, 0) = 1$, $i = \overline{1, n}$, τ — постоянное запаздывание, $\|A_k(x,t)\| \leq \alpha_k$, где $\alpha_k = \text{const}$ ($k = \overline{1,3}$), $\Omega = \Omega_\tau \cup \Omega_T$, $\Omega_0 = \{(x,t): x \in [0, \omega], t = 0\}$.

Функция $u(x,t) \in C(\Omega, R^n)$, имеющая частные производные $\frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \in C(\Omega \setminus \Omega_0, R^n)$, $\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x \partial t} \in C(\Omega_T \setminus \Omega_0, R^n)$ называется классическим решением задачи (1)-(4), если она удовлетворяет системе гиперболических уравнений со смешанными производными с постоянным запаздыванием по времени (1) при всех $(x,t) \in \Omega_T$ и условиям (2)-(4).

Введением новой функции $v(x,t) = \frac{\partial u(x,t)}{\partial x}$ задача (1)-(3) сводится к эквивалентной задаче

$$\frac{\partial v(x,t)}{\partial t} = A_1(x,t)v(x,t) + A_2(x,t)v(x,t-\tau) + A_3(x,t)(\psi(t) + \int_0^x v(\xi,t)d\xi) + f(x,t), \quad (x,t) \in \Omega_T, \quad (5)$$

$$v(x,t) = \text{diag}(v(x,0)) \cdot \varphi(x,t), \quad (x,t) \in \Omega_\tau, \quad (6)$$

$$g(x, v(x,0), v(x,T)) = 0, \quad x \in [0, \omega], \quad (7)$$

которая представляет собой семейство краевых задач для системы обыкновенных дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом с параметром семейства $x \in [0, \omega]$.

Если функция $v(x,t)$ является решением задачи (5)-(7), то функция $u(x,t) = \psi(t) + \int_0^x v(\xi,t)d\xi$ есть решение задачи (1)-(4).

Задача (5)-(7) исследуется методом параметризации [1]. Эквивалентность задач (1)-(4) и (5)-(7) позволила построить алгоритм нахождения решения задачи (1)-(4) и установить условия ее разрешимости.

Настоящая работа поддержана Министерством образования и науки Республики Казахстан (грант AP 08855726)

Список использованной литературы

1. Iskakova N.B., Temesheva S.M., Abildayeva A.D. On the conditions of solvability of a nonlinear boundary value problem for a system of differential equations with a delay argument // Kazakh Mathematical Journal. – 2020. – Vol. 20, №4. – P.59-74.

РАЗРЕШИМОСТЬ И СУЩЕСТВОВАНИЕ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ПАРАБОЛО-ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА С ОПЕРАТОРОМ ГЕРАСИМОВА-КАПУТО

¹Исломов Б.И., ²Ахмадов И.А.

^{1,2}Национальный Университет Узбекистана им. М. Улугбека, Ташкент, Узбекистан

E-mail: islomovbozor@yandex.ru¹, ahmadov.ihom@mail.ru²

С семидесятых годов XX века интенсивно изучаются краевые задачи для уравнений смешанного типа со спектральным параметром. Первые существенные научные результаты по спектральной теории уравнений смешанного типа получены Т.Ш.Кальменовым, Е.И.Моисеевым, С.М.Пономаревым. Дальнейшее развитие этой теории связано с именами учёных В.А. Ильина, Н.Ю.Капустина, М.С.Салахитдинова и А.К.Уринова, М.А.Садыбекова.

Эффективные методы исследования некоторых задач спектральной теории для не самосопряженных краевых задач были созданы Д. Биркгофом, Я.Д. Тмаркиным, Т. Карлеманом, М.В. Келдышем, В.А. Ильиным.

Отметим, что наши результаты статьи связаны с работами работы Н.Ю.Капустина и Е.И.Моисеева [1], Н.Ю.Капустина [2], К.Б. Сабитова [3], М.А. Садыбекова, Г.Д. Тойжанова [4] и А.С. Бердышева [5].

Приведенная ниже задача, которую мы решим, связана с решением спектральной задачи для параболической части уравнения смешанного парабола-гиперболического типа с оператором Герасимова-Капуто, никем не исследованным.

В настоящей статье изучается разрешимость и существование собственных значений краевой задачи для смешанного парабола-гиперболического уравнения с оператором Герасимова-Капуто.

Пусть $\Omega \in R^2$ -конечная область, ограниченная при $y > 0$ отрезками AA_0 , A_0B_0 , B_0B , $A = (0, 0)$, $A_0 = (0, 1)$, $B_0 = (1, 1)$, $B = (1, 0)$, а при $y < 0$ гладкой кривой $AC: y = -\gamma(x)$, $0 \leq x \leq l$, $0.5 \leq l \leq 1$, $\gamma(0) = 0$, $l + \gamma(l) = 1$, расположенной внутри характеристического треугольника: $0 \leq x + y \leq x - y \leq l$, характеристикой $BC: y = x - 1$ уравнения

$$Lu = \begin{cases} {}_c D_{0x}^\alpha u - u_{yy}, & y \geq 0 \\ u_{xx} - u_{yy}, & y < 0 \end{cases} = f(x; y), \quad (1)$$

где ${}_c D_{\sigma x}^\alpha [\square]$ – оператор дробного порядка α в смысле Герасимова-Капуто [4]:

$${}_c D_{\sigma x}^\alpha g(x) = \begin{cases} \frac{\text{sgn}(x-\sigma)}{\Gamma(1-\alpha)} \int_\sigma^x |x-t|^{-\alpha} g'(t) dt, & 0 < \alpha < 1, \\ g'(x), & \alpha = 1. \end{cases} \quad (2)$$

Относительно $\gamma(x)$ будем предполагать, что она принадлежит классу $C^1[0, l]$ и такая, $x - \gamma(x)$ монотонно возрастает.

Задача M_α . Найти решение уравнения (1), удовлетворяющее условиям,

$$u|_{AA_0 \cup A_0B_0} = 0, \quad (3)$$