

# Қолданбалы механика және робототехника / Прикладная механика и робототехника / Applied mechanics and robotics

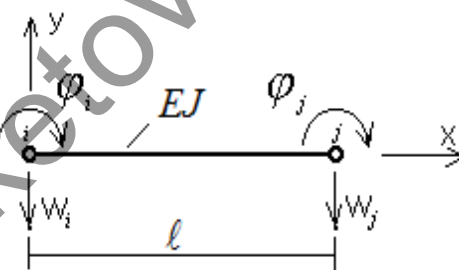
## КӨЛДЕНЕҢ СЫРҒУДЫ ЕСКЕРГЕНДЕГІ КОМПОЗИТТІК АРҚАЛЫҚТЫҢ КЕРНЕУЛІК-ДЕФОРМАЦИЯЛЫҚ КҮЙІ

Ахажанов Сунгат Беркинович<sup>1</sup>, Абеуова Лайля Кунтугановна<sup>2</sup>, Қуатова Ақерке Қанатқызы<sup>3</sup>, Турсынбай Әбілмансур Муратұлы<sup>4</sup>

<sup>1,2,3,4</sup>Академик Е.А.Бөкетов атындағы Қарағанды университет, Қарағанды қ., Қазақстан  
<sup>1</sup>E-mail: stjg@mail.ru

Композиттік материалдардың пайда болуымен, физикалық тұрғыдан өте осал байланысқан композиттік құрылымдағы арқалықтар мен пластинаның иілуінің классикалық емес үлгілерін құру мәселесі өзекті санала бастады [1-3]. Көлденең ығысу деформациясының арқалықтың кернеулік-деформациялық күйіне әсерін аналитикалық зерттеу және есептеу моделін құру [4] еңбектерінде кездеседі. Бұл жұмыста ақырлы элементтер әдісін қолданып, көлденең ығысу деформациясын ескергендегі композиттік арқалықтың жетілдірілген есептеу әдісі ұсынылды.

Ақырлы элемент (Сурет 1) біртекті материалдан және ұзын арқалықты есептегенде қолданылады.



Сур 1: Ақырлы элемент

Егер арқалықтың материалы композит болып табылса, онда көлденең ығысу деформациясын ескерген жөн. Оны ескеру үшін негізгі тәуелділікті скаляр түрінде жазамыз:

$$F_m = K_{m1}W_i + K_{m2}\phi_i + K_{m3}W_j + K_{m4}\phi_j, m = 1, 2, 3, 4 \quad (1)$$

Ақырлы элементтің кез келген қимасындағы көлденең күш қима әдісі және негізгі тәуелділік бойынша былайша анықталады:

$$Q = -F_i = F_j = -\frac{EJ}{\ell^2} \left[ \frac{12}{\ell}W_i + 6\phi_i - \frac{12}{\ell}W_j + 6\phi_j \right], \quad (2)$$

мұнда  $EJ, \ell$  - арқалықтың ақырлы элементінің иілу қатаңдығы және ұзындығы.

Осы (2) көлденең күшті басқаша түрде былайша табуға болады:

$$\tilde{Q} = -GA \cdot \beta, \quad (3)$$

мұнда  $GA, \beta$  - көлденең ығысудағы қатаңдық пен бұрыш.

Осы (2) және (3) екі көлденең күш өрнектерін бір-бірімен теңестіріп, көлденең ығысу бұрышын иілу кезіндегі жылжулармен анықтаймыз:

$$\tilde{Q} = Q : \beta = g \left[ \frac{12}{\ell} W_i + 6\phi_i - \frac{12}{\ell} W_j + 6\phi_j \right], g = \frac{EJ}{GA \cdot \ell^2}, \quad (4)$$

мұнда  $g$  - көлденең ығысу параметрі.

Енді мынадай жаңа бұрыштық жылжуларды енгізейік:

$$\phi_i^0 = \phi_i + \beta, \phi_j^0 = \phi_j + \beta \quad (5)$$

(5) формуланы қолдану арқылы (4) өрнегін былайша жазамыз:

$$\beta = g \left[ \frac{12}{\ell} W_i + 6\phi_i^0 - \frac{12}{\ell} W_j + 6\phi_j^0 - 12\beta \right] \quad (6)$$

Осы өрнектен көлденең ығысу бұрышын жаңа жылжулар (5) арқылы табамыз.

$$\beta = \alpha \left[ \frac{12}{\ell} W_i + 6\phi_i^0 - \frac{12}{\ell} W_j + 6\phi_j^0 \right], \alpha = \frac{g}{1 + 12g} \quad (7)$$

Енді (5) және (6) ескере отырып, негізгі тәуелділікті (1) былайша анықтаймыз:

$$\begin{aligned} F_m &= K_{m1}W_i + K_{m2}\phi_i^0 + K_{m3}W_j + K_{m4}\phi_j^0 - (K_{m2} + K_{m4}) \cdot \beta = \\ &= S_{m1}W_i + S_{m2}\phi_i^0 + S_{m3}W_j + S_{m4}\phi_j^0, \end{aligned} \quad (8)$$

Мұнда көлденең ығысуды ескергендегі қатаңдық матрицасының элементтері былайша табылады:

$$S_{m1} = K_{m1} - \frac{12\alpha}{\ell}(K_{m2} + K_{m4}),$$

$$S_{m2} = K_{m2} - 6\alpha(K_{m2} + K_{m4}),$$

$$S_{m3} = K_{m3} + \frac{12\alpha}{\ell}(K_{m2} + K_{m4}),$$

$$S_{m4} = K_{m4} - 6\alpha(K_{m2} + K_{m4}), m = 1, 2, 3, 4,$$

Ақырлы элементтің көлденең ығысу ескерілгендегі негізгі тәуелділігі мына түрде болады:

$$\vec{R} = S \cdot \vec{z}, \vec{R}^T = |F_i M_i F_j M_j|, \vec{z}^T = |W_i \phi_i^0 W_j \phi_j^0| \quad (9)$$

Осы ақырлы элементтің көлденең ығысуды ескергендегі қатаңдық матрицасы болады:

$$S = \frac{EJ}{\ell^3} \begin{bmatrix} 12\alpha_0 & 6\alpha_0\ell & -12\alpha_0 & 6\alpha_0\ell \\ 6\alpha_0\ell & (3\alpha_0 + 1)\ell^2 & -6\alpha_0\ell & (3\alpha_0 - 1)\ell^2 \\ -12\alpha_0 & -6\alpha_0\ell & 12\alpha_0 & -6\alpha_0\ell \\ 6\alpha_0\ell & (3\alpha_0 - 1)\ell^2 & -6\alpha_0\ell & (3\alpha_0 + 1)\ell^2 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\alpha_0 = 1 - 12\alpha = \frac{1}{1 + 12g}$$

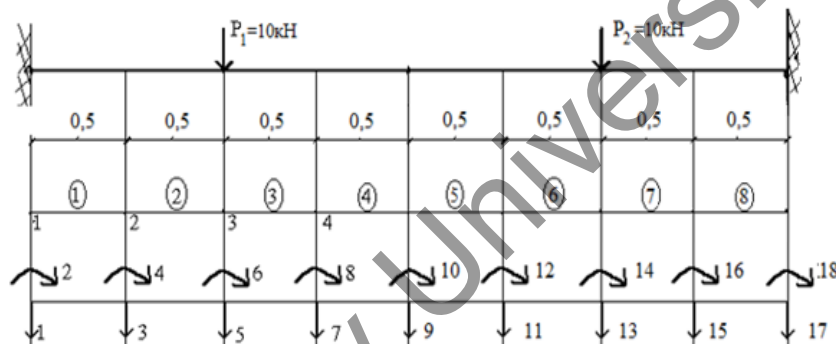
Егер көлденең ығысу ескерілмесе  $g = 0$ , онда  $\alpha = 0, \alpha_0 = 0$ , сондықтан  $S = K$  болады. Көлденең ығысу параметрі (4) жалпы жағдайда мына өрнек арқылы анықталады

$$g = \frac{EJ}{\mu GA\ell^2}, \tag{11}$$

мұнда  $\mu = 1$  - жанамалық кернеу көлденең қимада тұрақты болғанда,  $\mu = \frac{5}{6}$  - жанама-лық кернеу көлденең қимада парабола заңымен өзгергенде қолданылады.

Ақырлы элементтер әдісін қолданып, көлденең ығысу деформациясын ескергендегі арқалықтың иілуін анықтау үшін төмендегі есепті қарастырайық.

Мысал. Екі шеті қатты бекітілген арқалықты қарастырайық (Сурет 2). Арқалыққа екі шоғырланған  $P_1 = P_2 = 10$  күштер әсер етсін. Арқалықтың ұзындығы  $\ell = 4p$ , ал материалының серпімділік модулі  $E = 1$  болсын. Пуассон коэффициенті  $\nu = 0,25$ .



Сур 2: Екі шеті қатты бекітілген арқалық

Есептеу алгоритмі алдыңғы мысал бойынша жасалады. Қатты бекітілген арқалықтың ұзындығы  $\Delta\ell = 5$  сегіз элементтерге бөлініп, түйіндері мен жылжулары белгіленеді. Бұл мысалдың нәтижелері төменде көрсетілген.

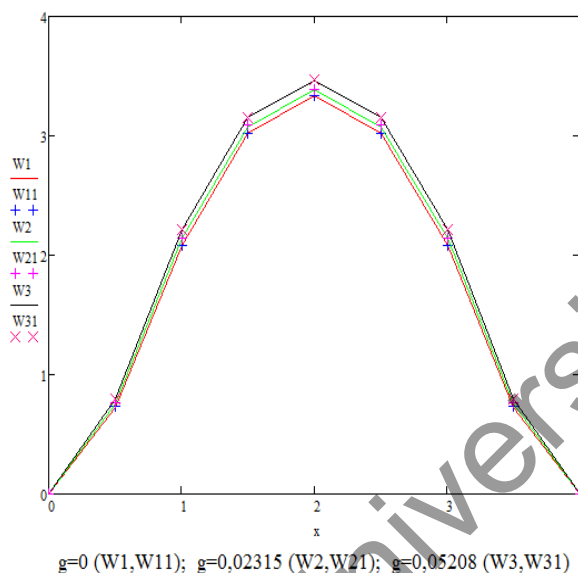
$x$	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4
W1	0	0.729	2.083	3.021	3.333	3.021	2.083	0.729	0
W11	0	0.730	2.084	3.022	3.334	3.022	2.084	0.730	0

Кесте 1: Тік жылжулардың мәндері (көлденең ығысу параметрі  $g=0$ )

$x$	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4
W2	0	0.758	2.139	3.07	3.385	3.07	2.139	0.758	0
W21	0	0.761	2.141	3.09	3.387	3.09	2.141	0.761	0

Кесте 2: Тік жылжулардың мәндері (көлденең ығысу параметрі  $g=0,02315$ )

$x$	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4
W3	0	0.794	2.214	3.151	3.464	3.151	2.214	0.794	0
W31	0	0.799	2.219	3.156	3.469	3.156	2.219	0.799	0

Кесте 3: Тік жылжулардың мәндері (көлденең ығысу параметрі  $g=0,05208$ )

Сур 3: Қатты бекітілген арқалықтың тік жылжуының эпюралары

Мұнда  $W1, W2, W3$  – ұсынылған әдіс бойынша алынған тік жылжудың мәндері,  $W11, W21, W31$  – белгілі аналитикалық әдіс бойынша алынған нәтижелер. **Қорытынды**

Ұсынылып отырған жұмыста ақырлы элементтер әдісін қолданып, көлденең ығысу деформациясын ескергендегі арқалықтың жетілдірілген есептеу теориясы алынды. Классикалық теорияда қарастырылмайтын көлденең ығысу деформациясы, ақырлы элементтің түйіндеріндегі бұрыштық және сызықтық жылжулар арқылы еркіндік дәрежесін көтермей ақ ескерілді. Көлденең ығысу деформациясын ескергендегі иілген арқалықтың ақырлы элементі және қатандық матрицасы табылды. Шешуші теңдеулер жүйесі толығымен автоматтандырылды.

Есептеу нәтижелері кестелер және эпюралар түрінде көрсетіліп, аналитикалық әдістермен салыстырылды. Алынған нәтижелер көлденең ығысу деформациясын ескергендегі арқалықтық конструкциялардың кез келген нүктесінде пайда болатын жылжулар мен кернеулерді анықтауға мүмкіндік береді.

## Әдебиеттер тізімі

- [1] Васильев В.В., Лурье С.А. Вариант уточненной теории изгиба балок из слоистых пластмасс // Механика полимеров. – 1972. – №4. – С.577-768.
- [2] Carrera E., Giunta G., Petrolo M. Beam Structures: Classical and Advanced Theories. – Wiley, 2011. – 204 p.

- [3] Altenbach H., Chróscielewski J., Eremeyev V.A., Wiśniewski K. (Eds.) Recent Developments in the Theory of Shells. – Springer, 2019. – 799 p.
- [4] Фирсанов В.В. Расчетные модели изгиба балки с учетом деформации сдвига // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2020. – № 1 (26). – С. 98-107.

## ҮШ ЕРКІНДІК ДӘРЕЖЕЛІ ДЕЛЬТА РОБОТТЫҢ ДИНАМИКАСЫ

Кайыров Рустем Айбекович<sup>1</sup>, Исагулов Дастан Картаевич<sup>2</sup>, Исламшайх Ернұр Ержанұлы<sup>3</sup>, Советов Серик Кайратович<sup>3</sup>

<sup>1,2,3,4</sup>Академик Е.А.Бөкетов атындағы Қарағанды университеті

<sup>1</sup>E-mail: kairov.rustem@mail.ru

Дельта параллель робот бойынша көптеген ғалымдар динамикалық зерттеулер жүргізді. Олардың көпшілігі виртуалды жұмыс принципін қолданады [1], [2], [3], ол қозғалыс теңдеуіндегі звенолардың байланыс күштері мен топсалардың инерция күштерінен құтылуға мүмкіндік береді және жалпыланған координаталар ретінде соңғы эффектордың координаталарын таңдай алады, бұл әдіс бойынша қозғалыстың динамикалық теңдеуі қарапайымдау болады. Бірақ әрбір қозғалатын звеноның жылдамдығы мен үдеуін анықтау күрделі есептеулерді талап етеді.

Цай мен Стампер [4], [5] Лагранждың екінші текті теңдеулерін пайдаланып параллельді роботтың динамикасын шешуге тырысты, бірақ бұл жағдайда қозғалыс теңдеуінің өрнектері өте күрделі болып келеді. Штефан мен Стайку [6] талдауды жеңілдету үшін пассивті қолдың массасын оның екі соңғы нүктесінің арасында біркелкі таратады және шоғырландырады, нәтижесінде шешімдерде виртуалды жұмыс әдісімен салыстырғанда алшақтық пайда болады. Тхо, Тхин, Парк, Ким және Сонг дельта роботтың динамикасын талдауда бірінші текті Лагранж теңдеулерін қолданады [7]. Бұл әдіс бойынша қозғалыс теңдеуін анықтау оңайырақ болып табылады, және модельдің дәлдігіне әсер етпей есептеуді жеңілдетуге болады. Жұмыста динамикалық модельді құру жоғарыдағы әдістер қолданылады және өзара салыстырылады.

Лагранж теңдеулерін пайдалану үшін дельта роботтың барлық қозғалатын звеноларының сызықтық және бұрыштық жылдамдықтарын анықтау қажет.

Клавельдің дельта роботы 5-қозғалмалы платформа мен 1-бекітілген негізді байланыстыратын параллель орналасқан үш бірдей  $i, C_i, D_i (i = 1, 2, 3)$  кинематикалық тізбектерден тұратын параллель манипулятор (ПМ) болып табылады (сурет 1). Әр кинематикалық тізбекте 1-қозғалмайтын платформаға бекітілген белсенді  $i (i = 1, 2, 3)$  айналмалы кинематикалық жұптар орналастырылған, олар 2-электроқозғалтқыштар арқылы қозғалысқа келтіріледі. Қозғалмалы платформа кіріс звеноларымен центрлары  $C_i$  және  $D_i$  нүктелері болып табылатын пассивті универсалды топсалармен байланыстырылған (сурет 1).