ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕҢДЕУЛЕР ЖӘНЕ ОЛАРДЫҢ ҚОСЫМШАЛАРЫ
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ
DIFFERENTIAL EQUATIONS AND THEIR EXHIBITS

О СИЛЬНОЙ РАЗРЕШИМОСТИ УРАВНЕНИЙ НАВЬЕ-СТОКСА

Акыш А.Ш.
Институт математики и математического моделирования, Алматы, Казахстан
E-mail: akysh41@mail.ru

Начально-краевая задача для УНС относительно вектора скорости $\mathbf{U} = (U_1, U_2, U_3)$ и давления P в области $Q = (0,T] \times \Omega$:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} - \mu\Delta\mathbf{U} + (\mathbf{U},\nabla)\mathbf{U} + \nabla P = \mathbf{f}(t,\mathbf{x}); \quad \mathrm{div}\mathbf{U} = 0, \tag{1}$$

$$\mathbf{U}(0,\mathbf{x}) = \mathbf{\Phi}(\mathbf{x}); \quad \mathbf{U}(t,\mathbf{x})|_{\partial\Omega} = 0, \quad \mathbf{x} \in \partial\Omega, \tag{2}$$

где $\mathbf{x} \in \Omega \subset R_3$; $t \in [0,T]$, $T < \infty$; Данные $\mathbf{f}$ и $\mathbf{\Phi}$ (0) удовлетворяют требованиям:

$$i)\mathbf{f}(t,\mathbf{x}) \in \mathbf{C}(\overline{Q}) \cap J(Q); \quad ii)\mathbf{\Phi}(\mathbf{x}) \in \mathbf{C}(\overline{\Omega}) \cap \mathbf{W}^1_{2,0}(\Omega) \cap J(\Omega).$$

В ряде работ автора [1] и др. приведены результаты поисковых исследований с целью обоснование принципа максимума для уавнений Навье-Стокса (УНС). В [2] доказана справедливость простейшего принципа максимума для УНС. На основе чего в выбранном пространстве доказана

Теорема. *Если входные данные задачи (0) удовлетворяют требованиям* **i**), **ii**) *и* $\partial\Omega \in C^2$, *тогда у задачи (0) существует единственное сильное обобщенное решение* $\mathbf{U}$ *и* P *из пространств*

$$\mathbf{U} \in \mathbf{W}^{2,1}_{2,0}(Q) \cap J_\infty(Q); \quad P \in L_2(0,T;W_2^2(\Omega)) \wedge (\int_\Omega P\mathbf{dx} = 0, \forall t \in [0,T]),$$

удовлетворяющие уравнениям (1) почти всюду в Q, *и для них имеют место оценки*:

$$\|\mathbf{U}\|_{\mathbf{C}(\overline{Q})} \le \|\mathbf{\Phi}\|_{\mathbf{C}(\overline{\Omega})} + T\|\mathbf{f}\|_{\mathbf{C}(\overline{Q})} \equiv A_1, \forall T < \infty, \tag{3}$$

$$\|\nabla P\|^2_{\mathbf{L}_2(Q)} \le \|(\mathbf{U},\nabla)\mathbf{U}\|^2_{\mathbf{L}_2(Q)} \le 9A_1^2 A_2 \equiv A_3,\ A_2 - const, \tag{4}$$

$$\|\mathbf{U}_t\|^2_{\mathbf{L}_2(Q)} \le \mu\sum_{k=1}^{3}\|\nabla\Phi_k\|^2_{\mathbf{L}_2(\Omega)} + 5A_3 + 2T\|\mathbf{f}\|^2_{\mathbf{L}_\infty(0,T;\mathbf{L}_2(\Omega))} \equiv A_5, \tag{5}$$

$$\|\Delta\mathbf{U}\|^2_{\mathbf{L}_2(Q)} \le A_5/\mu^2 \equiv A_6, \tag{6}$$

$$\|\nabla U_k\|^2_{\mathbf{L}_\infty(0,T;\mathbf{L}_2(\Omega))} \le A_5/\mu \equiv A_7, \quad k = \overline{1,3}, \tag{7}$$

$$\|\nabla P\|^2_{\mathbf{L}_\infty(0,T;\mathbf{L}_2(\Omega))} \le 3A_1^2 A_7 \equiv A_{10}, \tag{8}$$

$$\|\mathbf{U}\|_{\mathbf{L}_2(0,T;\mathbf{W}_2^2(\Omega))} \le A_8\|\Delta\mathbf{U}\|_{\mathbf{L}_2(Q)}, \quad A_8 - const, \tag{9}$$

$$\|P\|_{L_2(0,T;W_2^2(\Omega))} \le A_p\|\Delta P\|_{L_2(Q)} \le A_c\|\mathbf{U}\|_{\mathbf{L}_2(0,T;\mathbf{W}_2^2(\Omega))}, \quad A_c, A_p - const. \tag{10}$$

Список использованных источников

1. *Akysh A.Sh.* The maximum principle of the Navier-Stokes equation//USA. -2012. -arXiv. org: 1204.2668v[math-ph]. -16 p.
2. *Akysh A.Sh.* The simplest maximum principle for Navier-Stokes equations //Bulletin KarSU. Ser. Mathematiks. -2016. 3(83). -P. 8-12.