10	9	6	5	2 40	40
Наличие груза, т	160	50	20	40	270

Объемы производства и потребления берутся из последней строки таблицы 4. Для получателей эти величины берутся со знаком « + ». В клетки вместо расстояний перевозок запишем величину сдвига поставки (разность между номерами столбцов).

Т а б л и ц а 7

Получатели	Дни										Потребность в грузе, т
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
А	60			40		60	20	60		60	300
Б	10		50	20	20	20	30	30	20		200
В	30				30	10			30		100
Г	0	50		40		10		10		40	150
Д	0	50	50		50		50		50		250

Из оптимального решения, представленного в таблице 6, видно, что из первого столбца 100 ед. должно быть передвинуто во второй столбец; 50 ед. - в третий, 10 ед. - в шестой. Отклонение от первоначального графика составит 250 ед. (100*1 + 50*2+10*5). Выпишем отклонения от графика по другим столбцам: четвертый столбец 10*2 + 20*3 + 20*5= 180 ед.; пятый столбец 20*1 =20 ед.; восьмой столбец 40*2 = 80 ед.

Суммарное отклонение составит 530 ед., что на 40 ед. лучше предыдущего решения.

В таблице 7 представлен один из многих вариантов реализации оптимального решения по обеспечению ритмичных поставок от поставщиков определенному количеству потребителей.

Учитывая вышесказанное можно сделать следующие заключения:

- с помощью искусственных преобразований распределительная задача может быть сведена к классическим транспортной задач;
- приведен алгоритм реализации многоэтапной распределительной задачи с оптимизацией по времени.

Литература:

1 *Гольштейн Е.Г., Юдин Д.Б.* Задачи линейного программирования транспортного типа. – М.: Наука,1969.-256с.

2 *Кожин А.П.* Математические методы в планировании и управлении грузовыми перевозками. - М.: Высшая школа, 1991.-296с.

РЕШЕНИЕ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ СО СМЕШАННОЙ ПРОИЗВОДНОЙ

Орумбаева Н.Т., к.ф.-м.н.;
Мурат Б., магистрант; Орымбетов С.А., магистрант
Карагандинский государственный университет им. академика Е.А.Букетова
г. Караганда, Республика Казахстан
Orumbayevan@mail.ru

В данной работе рассматривается периодическая краевая задача для системы гиперболических уравнений со смешанной производной. Предлагается метод нахождения приближенного решения периодической краевой задачи. Установлены условия однозначной разрешимости исследуемой задачи.

Рассматривается краевая задача

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} = A(x,t)\frac{\partial u}{\partial x} + C(x,t)u + f(x,t), \quad (x,t) \in \Omega, \quad \overline{\Omega} = [0,\omega] \times [0,T], \qquad (1)$$

$$u(0,t)=\psi(t), \quad t\in[0,T], \tag{2}$$

$$u(x,0)=u(x,T), \quad x\in[0,\omega], \qquad 3)$$

где ($n\times n$) - матрицы $A(x,t)$, $C(x,t)$, n-вектор-функция $f(x,t)$ непрерывны на $\overline{\Omega}$, n- вектор – функция $\psi(t)$ непрерывно - дифференцируемая на $[0,T]$ и удовлетворяет условию $\psi(0)=\psi(T)$, $\|u(x,t)\|=\max\limits_{i=\overline{1,n}}|u_i(x,t)|$, $\|A(x,t)\|=\max\limits_{i=\overline{1,n}}\sum\limits_{j=1}^{n}|a_{ij}(x,t)|$. Пусть $C(\overline{\Omega},R^n)$ - пространство функций $u:\overline{\Omega}\to R^n$ непрерывных на $\overline{\Omega}$, с нормой $\|u\|_0=\max\limits_{(x,t)\in\overline{\Omega}}\|u(x,t)\|$.

Функция $u(x,t)\in C(\overline{\Omega},R^n)$ имеющая частные производные $\dfrac{\partial u(x,t)}{\partial x}\in C(\overline{\Omega},R^n)$, $\dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x\partial t}\in C(\Omega,R^n)$ называется решением задачи (1)-(3), если она удовлетворяет системе (1) при всех $(x,t)\in\overline{\Omega}$ и на характеристике $x=0$ принимает заданные значения $\psi(t)$, $t\in[0,T]$ и краевым условиям (2),(3). Введем новые неизвестные функции $v(x,t)=\dfrac{\partial u(x,t)}{\partial x}$, и задачу (1)-(3) запишем в виде

$$\frac{\partial v}{\partial t}=A(x,t)v+C(x,t)u(x,t)+f(x,t), \quad (x,t)\in\Omega, \tag{4}$$

$$v(x,0)=v(x,T), \quad x\in[0,\omega], \tag{5}$$

$$u(x,t)=\psi(t)+\int_0^x v(\xi,t)d\xi, \quad t\in[0,T], \tag{6}$$

Здесь задача нахождения решения периодической краевой задачи для системы гиперболических уравнений (1)-(3) сведена к семейству периодических краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений (4), (5) и функциональному соотношению (6). Задачи (1)-(3) и (4)-(6) эквивалентны в том смысле, что если функция $u^*(x,t)$, является решением задачи (1)-(3), то пара $\left(u^*(x,t), v^*(x,t)=\dfrac{\partial u^*(x,t)}{\partial x},\right)$ будет решением задачи (4)-(6) и наоборот, если пара $(\hat{u}(x,t),\hat{v}(x,t),)$– решение задачи (4)-(6), то $\hat{u}(x,t)$ -решение задачи (1)-(3).

Для решения задачи (4)-(6) применяется метод параметризации [1]. По шагу $h>0$: $Nh=T$ произведем разбиение $[0,T)=\bigcup\limits_{r=1}^{N}[(r-1)h,rh), N=1,2,...$. При этом область Ω разбивается на N частей. Через $v_r(x,t), u_r(x,t)$ обозначим соответственно сужение функции $v(x,t), u(x,t)$ на $\Omega_r=[0,\omega]\times[(r-1)h,rh), r=\overline{1,N}$. Тогда задача (4)-(6) будет эквивалентна краевой задаче

$$\frac{\partial v_r}{\partial t}=A(x,t)v_r+C(x,t)u_r(x,t)+f(x,t), \quad (x,t)\in\Omega_r, \tag{7}$$

$$v_1(x,0)-\lim_{t\to T-0}v_N(x,t)=0, \qquad x\in[0,\omega], \tag{8}$$

$$\lim_{t\to sh-0}v_s(x,t)=v_{s+1}(x,sh), \qquad s=\overline{1,N-1}, \tag{9}$$

$$u_r(x,t)=\psi(t)+\int_0^x v_r(\xi,t)d\xi, \qquad (x,t)\in\Omega_r, \quad r=\overline{1,N}, \tag{10}$$

где (9) – условие склеивания функций $v(x,t)$ во внутренних линиях разбиения. Через $\lambda_r(x)$ обозначим значение функции $v_r(x,t)$ при $t=(r-1)h$, т.е. $\lambda_r(x)=v_r(x,(r-1)h)$ и сделаем замену

$\widetilde{v}_r(x,t)=v_r(x,t)-\lambda_r(x)$, $r=\overline{1,N}$. Получим эквивалентную краевую задачу с неизвестными функциями $\lambda_r(x)$:

$$\frac{\partial \widetilde{v}_r}{\partial t}=A(x,t)\widetilde{v}_r+C(x,t)u_r(x,t)+f(x,t),\quad (x,t)\in\Omega_r, \tag{11}$$

$$\widetilde{v}_r(x,(r-1)h)=0,\qquad x\in[0,\omega],\qquad r=\overline{1,N}, \tag{12}$$

$$\lambda_1(x)-\lambda_N(x)-\lim_{t\to T-0}\widetilde{v}_N(x,t)=0,\qquad x\in[0,\omega], \tag{13}$$

$$\lambda_s(x)+\lim_{t\to sh-0}\widetilde{v}_s(x,t)-\lambda_{s+1}(x)=0,\quad x\in[0,\omega],\quad s=\overline{1,N-1}, \tag{14}$$

$$u_r(x,t)=\psi(t)+\int_0^x\widetilde{v}_r(\xi,t)d\xi+\int_0^x\lambda_r(\xi)d\xi,\quad (x,t)\in\Omega_r,\quad r=\overline{1,N}. \tag{15}$$

Задачи (7)-(10) и (11)-(15) эквивалентны в том смысле, что если система пар $\{v_r(x,t),u_r(x,t)\}$, $r=\overline{1,N}$ является решением задачи (7)-(10), то система троек $\{\lambda_r(x)=v_r(x,(r-1)h),\widetilde{v}_r(x,t)=v_r(x,t)-v_r(x,(r-1)h),u_r(x,t)\}$, $r=\overline{1,N}$ будет решением задачи (11)-(15) и, наоборот, если $\{\lambda_r(x),\widetilde{v}_r(x,t),u_r(x,t)\}$, $r=\overline{1,N}$ - решение задачи (11)-(15), то система $\{\lambda_r(x)+\widetilde{v}_r(x,t),u_r(x,t)\}$, $r=\overline{1,N}$ будет решением задачи (7)-(10).

Задача (11), (12) при фиксированных $\lambda_r(x),u_r(x,t)$ является однопараметрическим семейством задач Коши для систем обыкновенных дифференциальных уравнений, где $x\in[0,\omega]$ и эквивалентна нелинейному интегральному уравнению

$$\widetilde{v}_r(x,t)=\int_{(r-1)h}^t A(x,\tau)\widetilde{v}_r(x,\tau)d\tau+\int_{(r-1)h}^t A(x,\tau)d\tau\cdot\lambda_r(x)+\int_{(r-1)h}^t[C(x,\tau)u_r(x,\tau)+f(x,\tau)]d\tau. \tag{16}$$

Вместо $\widetilde{v}_r(x,t)$ подставим соответствующую правую часть (16) и повторив этот процесс $\nu(\nu=1,2,...)$ раз получим

$$\widetilde{v}_r(x,t)=D_{\nu r}(x,t)\lambda_r(x)+F_{\nu r}(x,t,u_r)+G_{\nu r}(x,t,\widetilde{v}_r),\qquad r=\overline{1,N}, \tag{17}$$

$$\text{где } D_{\nu r}(x,t)=\sum_{j=0}^{\nu-1}\int_{(r-1)h}^t A(x,\tau_1)d\tau_1+\ldots+\int_{(r-1)h}^{\tau_j}A(x,\tau_{j+1})d\tau_{j+1}\ldots d\tau_1,$$

$$F_{\nu r}(x,t,w_r,u_r)=\int_{(r-1)h}^t[C(x,\tau_1)u_r(x,\tau_1)+f(x,\tau_1)]d\tau_1+$$

$$+\sum_{j=1}^{\nu-1}\int_{(r-1)h}^t A(x,\tau_1)\ldots\int_{(r-1)h}^{\tau_{j-1}}A(x,\tau_j)\int_{(r-1)h}^{\tau_j}[C(x,\tau_{j+1})u_r(x,\tau_{j+1})+f(x,\tau_{j+1})]d\tau_{j+1}d\tau_j\ldots d\tau_1,$$

$$G_{\nu r}(x,t,\widetilde{v}_r)=\int_{(r-1)h}^t A(x,\tau_1)\ldots\int_{(r-1)h}^{\tau_{\nu-2}}A(x,\tau_{\nu-1})\int_{(r-1)h}^{\tau_{\nu-1}}A(x,\tau_\nu)\widetilde{v}_r(x,\tau_\nu)d\tau_\nu d\tau_{\nu-1}\ldots d\tau_1,\tau_0=t,r=\overline{1,N}.$$

Переходя к пределу при $t\to rh-0$, в (17) находим $\lim\limits_{t\to rh-0}=\widetilde{v}_r(x,t)$, $r=\overline{1,N}$, $x\in[0,\omega]$, подставляя их в (13), (14), для неизвестных функций $\lambda_r(x), r=\overline{1,N}$ получим систему функциональных уравнений:

$$Q_\nu(x,h)\lambda(x)=-F_\nu(x,h,u)-G_\nu(x,h,\widetilde{v}), \tag{18}$$

$$\text{где}\quad Q_\nu(h,x)=\begin{bmatrix} I & 0 & \ldots & 0 & -[I+D_{\nu N}(x,Nh)] \\ I+D_{\nu1}(x,h) & -I & \ldots & 0 & 0 \\ 0 & I+D_{\nu2}(x,2h) & \ldots & 0 & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & \ldots & I+D_{\nu,N-1}(x,(N-1)h) & -I \end{bmatrix},$$

$$F_\nu(x,h,u)=(-F_{\nu N}(x,Nh,u_N),F_{\nu1}(x,h,u_1),\ldots,F_{\nu,N-1}(x,(N-1)h,u_{N-1})),$$

$$G_\nu(x,h,\widetilde{v})=(-G_{\nu N}(x,Nh,\widetilde{v}_N),G_{\nu1}(x,h,\widetilde{v}_1),\ldots,G_{\nu,N-1}(x,(N-1)h,\widetilde{v}_{N-1})),$$

I -единичная матрица размерности n. Для нахождения системы из трех функций $\{\lambda_r(x), \tilde{v}_r(x,t), u_r(x,t)\}, r=\overline{1,N}$ имеем замкнутую систему, состоящую из уравнений (18), (17) и (15).

Предполагая обратимость матрицы $Q_\nu(x,h)$, при всех $x \in [0,\omega]$, из уравнения (18), где

$$\tilde{v}_r(x,t)=0, \quad u_r(x,t)=\psi(t),$$

находим $\lambda^{(0)}(x)=\left(\lambda_1^{(0)}(x), \lambda_2^{(0)}(x), ..., \lambda_N^{(0)}(x)\right)'$:

$$\lambda^{(0)}(x)=-[Q_\nu(x,h)]^{-1}\{F_\nu(x,h,\psi)+G_\nu(x,h,0)\}.$$

Используя уравнение (17), при $\lambda_r(x)=\lambda_r^{(0)}(x)$ найдем функции $\left\{\tilde{v}_r^{(0)}(x,t)\right\}, r=\overline{1,N}$, т.е.

$$\tilde{v}_r^{(0)}(x,t)=D_{\nu r}(x,t)\lambda_r^{(0)}(x)+F_{\nu r}(x,t,\psi)+G_{\nu r}(x,t,0).$$

Функции $u_r^{(0)}(x,t), r=\overline{1,N}$, определяются из соотношений

$$u_r^{(0)}(x,t)=\psi(t)+\int_0^x \tilde{v}_r^{(0)}(\xi,t)d\xi+\int_0^x \lambda_r^{(0)}(\xi)d\xi, \qquad (x,t)\in\Omega_r.$$

За начальное приближение задачи (11)-(15) возьмем систему $\left(\lambda_r^{(0)}(x), \tilde{v}_r^{(0)}(x,t), u_r^{(0)}(x,t)\right)$, $r=\overline{1,N}$ и последовательные приближения строим по следующему алгоритму:

Шаг 1. А) Предполагая, что $u_r(x,t)=u_r^{(0)}(x,t)$, $r=\overline{1,N}$, первые приближения по $\lambda_r(x), \tilde{v}_r(x,t)$ находим решая задачу (11)-(14). Взяв

$$\lambda^{(1,0)}(x)=\lambda^{(0)}(x), \quad \tilde{v}_r^{(1,0)}(x,t)=\tilde{v}_r^{(0)}(x,t),$$

систему пар $\left\{\lambda_r^{(1)}(x), \tilde{v}_r^{(1)}(x,t)\right\}$, $r=\overline{1,N}$, найдем как предел последовательности $\lambda_r^{(1,m)}(x), \tilde{v}_r^{(1,m)}(x,t)$, определяемый следующим способом:

Шаг 1.1. Предполагая обратимость матрицы $Q_\nu(x,h)$, при всех $x\in[0,\omega]$, из уравнения (18), где $\tilde{v}_r(x,t)=\tilde{v}_r^{(1,0)}(x,t)$, находим $\lambda^{(1,1)}(x)=\left(\lambda_1^{(1,1)}(x), \lambda_2^{(1,1)}(x), ..., \lambda_N^{(1,1)}(x)\right)'$:

$$\lambda^{(1,1)}(x)=-[Q_\nu(x,h)]^{-1}\left\{F_\nu\left(x,h,u^{(0)}\right)+G_\nu\left(x,h,\tilde{v}^{(1,0)}\right)\right\}.$$

Подставив найденные $\lambda_r^{(1,1)}(x), r=\overline{1,N}$ в (17) находим

$$\tilde{v}_r^{(1,1)}(x,t)=D_{\nu r}(x,t)\lambda_r^{(1,1)}(x)+F_{\nu r}\left(x,t,u^{(0)}\right)+G_{\nu r}\left(x,t,\tilde{v}^{(1,0)}\right).$$

Шаг 1.2. Из уравнения (18), где $\tilde{v}_r(x,t)=\tilde{v}_r^{(1,1)}(x,t)$, определяем

$$\lambda^{(1,2)}(x)=-[Q_\nu(x,h)]^{-1}\left\{F_\nu\left(x,h,u^{(0)}\right)+G_\nu\left(x,h,\tilde{v}^{(1,1)}\right)\right\}.$$

Вновь используя выражение (17), найдем функции $\left\{\tilde{v}_r^{(1,2)}(x,t)\right\}, r=\overline{1,N}$:

$$\tilde{v}_r^{(1,2)}(x,t)=D_{\nu r}(x,t)\lambda_r^{(1,2)}(x)+F_{\nu r}\left(x,t,u^{(0)}\right)+G_{\nu r}\left(x,t,\tilde{v}^{(1,1)}\right).$$

На $(1,m)$-ом шаге получаем систему пар $\left\{\lambda_r^{(1,m)}(x), \tilde{v}_r^{(1,m)}(x,t)\right\}, r=\overline{1,N}$. Предположим, что решение задачи (11)-(14) последовательность систем пар $\left\{\lambda_r^{(1,m)}(x), \tilde{v}_r^{(1,m)}(x,t)\right\}$ определена при $m\to\infty$ сходится к непрерывным, соответственно, на $x\in[0,\omega], (x,t)\in\Omega_r$ функциям $\lambda_r^{(1)}(x), \tilde{v}_r^{(1)}(x,t), r=\overline{1,N}$.

В) Функции $u_r^{(1)}(x,t), r=\overline{1,N}$, определяются из соотношений:

$$u_r^{(1)}(x,t)=\psi(t)+\int_0^x \tilde{v}_r^{(1)}(\xi,t)d\xi+\int_0^x \lambda_r^{(1)}(\xi)d\xi, \quad (x,t)\in\Omega_r.$$

Шаг 2. А) Предполагая, что $u_r(x,t)=u_r^{(1)}(x,t), r=\overline{1,N}$ вторые приближения по $\lambda_r(x), \tilde{v}_r(x,t)$ находим решая задачу (11)-(14). Взяв $\lambda^{(2,0)}(x)=\lambda_r^{(1)}(x), \tilde{v}_r^{(2,0)}(x,t)=\tilde{v}_r^{(1)}(x,t)$ систему пар $\left\{\lambda_r^{(2)}(x), \tilde{v}_r^{(2)}(x,t)\right\}, r=\overline{1,N}$ найдем как предел последовательности $\lambda_r^{(2,m)}(x), \tilde{v}_r^{(2,m)}(x,t)$, определяемый следующим способом:

Шаг 2.1. Предполагая обратимость матрицы $Q_\nu(x,h)$, при всех $x\in[0,\omega]$, из уравнения (18), где $\tilde{v}_r(x,t)=\tilde{v}_r^{(2,0)}(x,t)$, находим $\lambda^{(2,1)}(x)=\left(\lambda_1^{(2,1)}(x), \lambda_2^{(2,1)}(x), ..., \lambda_N^{(2,1)}(x)\right)'$:

$$\lambda^{(2,1)}(x)=-[Q_\nu(x,h)]^{-1}\left\{F_\nu\left(x,h,u^{(1)}\right)+G_\nu\left(x,h,\tilde{v}^{(2,0)}\right)\right\}.$$

Подставив найденные $\lambda_r^{(2,1)}(x), r=\overline{1,N}$ в (17) находим

$$\widetilde{v}_r^{(2,1)}(x,t)=D_{vr}(x,t)\lambda_r^{(2,1)}(x)+F_{vr}\left(x,t,u^{(1)}\right)+G_{vr}\left(x,t,\widetilde{v}^{(2,0)}\right).$$

Шаг 2.2. Из уравнения (18), где $\widetilde{v}_r(x,t)=\widetilde{v}_r^{(2,1)}(x,t)$ определяем

$$\lambda^{(2,2)}(x)=-[Q_\nu(x,h)]^{-1}\left\{F_\nu\left(x,h,u^{(1)}\right)+G_\nu\left(x,h,\widetilde{v}^{(2,1)}\right)\right\}.$$

Вновь используя выражение (17), найдем функции $\left\{\widetilde{v}_r^{(2,2)}(x,t)\right\}, r=\overline{1,N}$:

$$\widetilde{v}_r^{(2,2)}(x,t)=D_{vr}(x,t)\lambda_r^{(2,2)}(x)+F_{vr}\left(x,t,u^{(1)}\right)+G_{vr}\left(x,t,\widetilde{v}^{(2,1)}\right).$$

На $(2,m)$-ом шаге получаем систему пар $\left\{\lambda_r^{(2,m)}(x),\widetilde{v}_r^{(2,m)}(x,t)\right\}, r=\overline{1,N}$. Предположим, что решение задачи (11)-(14) последовательность систем пар $\left\{\lambda_r^{(1,m)}(x),\widetilde{v}_r^{(1,m)}(x,t)\right\}$ определена при $m\to\infty$ сходится к непрерывным, соответственно, на $x\in[0,\omega], (x,t)\in\Omega_r$ функциям $\lambda_r^{(2)}(x),\widetilde{v}_r^{(2)}(x,t), r=\overline{1,N}$.

В) Функции $u_r^{(2)}(x,t), r=\overline{1,N},$ определяются из соотношений:

$$u_r^{(2)}(x,t)=\psi(t)+\int_0^x\widetilde{v}_r^{(2)}(\xi,t)d\xi+\int_0^x\lambda_r^{(2)}(\xi)d\xi,\quad (x,t)\in\Omega_r.$$

Условия следующего утверждения обеспечивают осуществимость и сходимость предложенного алгоритма, а также однозначную разрешимость задачи (11)-(15).

Теорема 1. Пусть при некоторых $h>0: Nh=T, N=1,2,...$ и $\nu, \nu=1,2,...,$ $(nN\times nN)$ - матрица $Q_\nu(h,x)$ обратима при всех $x\in[0,\omega]$ и выполняются неравенства:

1) $\left\|[Q_\nu(h,x)]^{-1}\right\|\le\gamma_\nu(h,x);$

2) $q_\nu(h,x)=\dfrac{(\alpha(x)h)^\nu}{\nu!}\left[1+\gamma_\nu(x,h)\sum\limits_{j=1}^{\nu}\dfrac{(\alpha(x)h)^j}{j!}\right]\le\mu<1,$

где $\alpha(x)=\max\limits_{t\in[0,T]}\|A(x,t)\|,\quad \sigma(x)=\max\limits_{t\in[0,T]}\|C(x,t)\|,\quad a_0(x)=\dfrac{[b_1(x)+b_3(x)]\sigma(x)}{1-q_\nu(x,h)},$

$$a_1(x)=\frac{\gamma_\nu(x,h)}{1-q_\nu(x,h)}\left[1+\gamma_\nu(x,h)\frac{(\alpha(x)h)^\nu}{\nu!}\right]\times$$

$$\times\left([b_1(x)+b_3(x)]\sigma(x)\int_0^x\{b_1(\xi)+b_3(\xi)\}b_2(\xi)d\xi+b_3(x)b_2(x)\left[q_\nu(x,h)+\gamma_\nu(x,h)\frac{(\alpha(x)h)^\nu}{\nu!}\right]\right),$$

$$b_1(x)=\gamma_\nu(x,h)h\sum_{j=0}^{\nu-1}\frac{(\alpha(x)h)^j}{j!},$$

$$b_2(x)=\sigma(x)+1,$$

$$b_3(x)=\left[1+\gamma_\nu(x,h)h\sum_{j=1}^{\nu}\frac{(\alpha(x)h)^j}{j!}\right]h\sum_{j=0}^{\nu-1}\frac{(\alpha(x)h)^j}{j!}.$$

Тогда существует единственное решение задачи (11)-(15).

Доказательство теоремы аналогично доказательству теоремы 1 [2].

В силу эквивалентности задач (1)-(3) и (11)-(15) из теоремы 1 следует

Теорема 2. Пусть выполнены условия теоремы 1. Тогда задача (1)-(3) имеет единственное решение $u^*(x,t)$ и справедлива оценка

$$\max\left\{\|u\|_0,\left\|\frac{\partial u}{\partial x}\right\|_0\right\}\le M_\nu(x,h)\max\left\{\max_{t\in[0,T]}\|\psi(t)\|,\|f\|_0\right\},$$

где $M_\nu(x,h)=a_0(x)e^{\int_0^x a_0(\xi)d\xi}\displaystyle\int_0^x\max\{a_1(\xi),a_2(\xi)\}d\xi+\max\{a_1(x),a_2(x)\}+$

$$+\max\{b_1(x)+b_3(x),\alpha(x)[b_1(x)+b_3(x)]+1\}b_2(x).$$

Литература

1 *Джумабаев Д.С.* Признаки однозначной разрешимости линейной краевой задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений // Журнал вычисл. матем. и матем. физ. - 1989. - Т.29. - №1. - С.50-66.

2 *Асанова А.Т., Джумабаев Д.С.* Однозначная разрешимость нелокальных краевых задач для систем гиперболических уравнений // Дифференциальные уравнения. - 2003. - Т.39. - №10. - С. 1343-1354.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗМОЖНОСТИ ОБЖИГМАГНИТНОГО ОБОГАЩЕНИЯ ЖЕЛЕЗОМАРГАНЦЕВОЙ РУДЫ МЕСТОРОЖДЕНИЯ «ЗАПАДНЫЙ КАМЫС»

Оспанов Н.И., магистрант; Байсанов А.С., к.т.н., зав. лабораторией пирометаллургических процессов; Омаров М.Ш., инженер;
Абилберикова А.А., научный сотрудник, магистр металлургии;
Мусин А.М., старший инженер, магистр
Химико-металлургический институт им. Ж.Абишева
г. Караганда, Республика Казахстан

При переработке отечественных железомарганцевых руд наиболее перспективным методом обогащения является магнетизирующий обжиг с последующей сепарацией [1].

Технологическая осуществимость предлагаемой технологии обогащения железомарганцевых руд заключается в различии восстановимости оксидов железа и марганца. Так восстановление железа термодинамически вероятно при 570˚С, в то время как восстановление марганца начинается при температурах свыше 1200˚С. Поэтому при обжиге необходимо создавать такие температурные условия и подавать такое количество восстановителя достаточное и необходимое только для восстановления железа, избегая расплавления исходных материалов и образования трудновосстановимых силикатов марганца. В связи с этим температура обжига является одним из важных факторов, который влияет на результаты магнетизирующего обжига.

В Химико-металлургическом институте им. Ж.Абишева проводятся исследования по поиску возможных путей вовлечения казахстанских железомаганцевых руд в металлургический передел. Как результат сотрудниками института проведен комплекс исследований по обжигмагнитному обогащению железомарганцевой мелочи месторождения Западный Камыс.

Изначально железомарганцевая мелочь фракцией 0-3 мм подвергалась сухой магнитной сепарации на сухом магнитном сепараторе типа РСВ12 при нагрузке 12000 эрстед. В результате была выделена магнитная фракция, химический состав которой представлен 21,83% Mn; 12,16% Fe; 26,43% SiO_2; 3,6% CaO; 6,04% Al_2O_3.

Далее был проведен восстановительный обжиг полученного концентрата, при температурах 500-550°С и 550-650°С, продолжительностью 5 и 4 часов соответственно. В качестве восстановителя использовался низкозольный уголь месторождения Шубарколь, расход которого составлял 30% от веса руды. Обжиг проводили в закрытых алундовых тиглях в муфельной печи. Результаты обжига приведены в таблице 1.

С целью изучения экзотермических и эндотермических процессов (реакций), протекающих в шихтовой смеси при обжиге руды, была разработана и собрана методика и экспериментальная установка [2-4]. Экспериментальная установка состоит из муфельной печи, в которую устанавливают термопары для измерения температуры в тиглях и печи, измерителя-регулятора ТРМ 138, предназначенный для считывания измерений первичных преобразователей, АС-4 преобразует интерфейсы RS485 – USB-2 для обмена информацией между ТРМ 138 и компьютером.

Таблица 1 – Результаты восстановительного обжига

Материал	Масса руды, г	Кол-во восстановителя		Общая масса, г		Потеря массы	
		%	г	до	после	г	%
при температуре 500-550°С							
Смесь №1	500	10	50	550	497,79	152,8	9,49
Смесь №2	500	30	150	650	556,42	173,4	14,40
при температуре 550-650°С							
Смесь №3	500	10	50	550	480,35	69,65	12,66
Смесь №4	500	30	150	650	534,8	115,2	17,72