

К.Н.Балабеков¹, З.К.Жалгасбекова²

¹Евразийский национальный университет им. Л.Н.Гумилева, Астана;

²Карагандинский государственный университет им. Е.А.Букетова (E-mail: ziba_19_09@mail.ru)

Технология обучения компьютерному моделированию физических процессов

В статье рассмотрены вопросы вычислительного эксперимента, который предполагает переход от изучения реального объекта к изучению его математической модели. Авторами проанализированы понятия «модель», «моделирование». Выделены средства и формы технологии обучения компьютерному моделированию физических процессов с помощью инструментальной среды C++ Builder.

Ключевые слова: вычислительный эксперимент, реальный объект, математическая модель, моделирование, технология обучения, модель, компьютерное моделирование, физические процессы, инструментальная среда, процесс.

Растущий интерес философии и методологии познания к теме моделирования был вызван тем значением, которое метод моделирования получил в современной науке, и в особенности в физике, химии, биологии, кибернетике, во многих технических науках.

Моделирование как специфическое научное познание не является изобретением XIX или XX века. Представления Демокрита и Эпикура об атомах, их форме и способах соединения, об атомных вихрях и ливнях, объяснения физических свойств различных веществ с помощью представления о круглых и гладких или крючковатых частицах, сцепленных между собой, являются прообразами современных моделей, отражающих ядерно-электронное строение атома вещества.

В настоящее время нельзя назвать область человеческой деятельности, в которой не использовались бы методы моделирования.

Моделирование — эффективное средство познания природы. Процесс моделирования предполагает наличие:

- объекта исследования;
- исследователя, перед которым поставлена конкретная задача;
- модели, создаваемой для получения информации об объекте и необходимой для решения поставленной задачи.

По отношению к модели исследователь является экспериментатором, но эксперимент проводится не с реальным объектом, а с его моделью.

Академик А.А. Самарский понимал под вычислительным экспериментом такую организацию исследований, при которой на основе математических моделей изучаются свойства объектов и явлений, проигрывается их поведение в различных условиях и на основе этого выбирается оптимальный режим [1]. Другими словами, вычислительный эксперимент предполагает переход от изучения реального объекта к изучению его математической модели. Такой моделью, как правило, является одно или несколько уравнений.

К основным преимуществам вычислительного эксперимента можно отнести следующие [2]:

- возможность исследования объекта без модификации установки или аппарата;
- возможность исследования каждого фактора в отдельности, в то время как в реальности они действуют одновременно;
- возможность исследования нереализуемых на практике процессов.

Вычислительный эксперимент включает в себя следующие этапы:

- физическое описание процесса, т.е. уяснение закономерности явлений;
- разработка математической модели;
- алгоритм, или метод решения, уравнений;
- разработка программ;
- проведение расчетов, анализ результатов и оптимизация.

Тем самым основу вычислительного эксперимента составляет триада: модель — алгоритм — программа [3].

Метод моделирования широко используется в практике преподавания физики в вузе. Очень наглядно можно продемонстрировать студентам все этапы метода моделирования на примере опыта Э. Резерфорда по рассеянию альфа-частиц ядрами в среде C^{++} .

Пусть альфа-частица (ядро атома гелия), обладающая массой M и зарядом $+2e$, движется в поле неподвижного ядра с зарядом $+Ze$ (рис. 1), где Z — порядковый номер элемента в таблице Д. Менделеева; e — элементарный заряд (модуль заряда электрона) ($e = 1,6021892(46) \cdot 10^{-19}$ Кл). Считаем, что ядро находится в начале координат. Между альфа-частицей и ядром действует сила отталкивания:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2Ze^2}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}, \quad (1)$$

где $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \approx 8987551777 \frac{H \cdot m^2}{Kl^2}$; \vec{r} — радиус-вектор частицы, причем $r^2 = \sqrt{x^2 + y^2}$ (x и y — координаты альфа-частицы в определенный момент времени t).

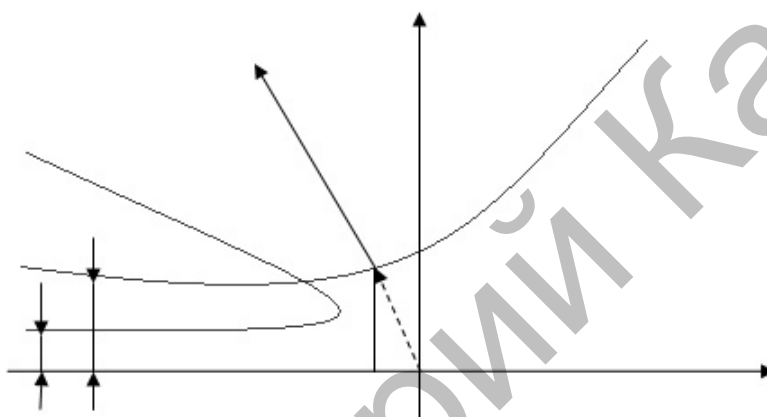


Рисунок 1. Траектория движения альфа-частицы в поле неподвижного ядра, расположенного в начале координат

Дифференциальные уравнения движения альфа-частицы записываются так:

$$\begin{cases} M \frac{d^2x}{dt^2} = F_x; \\ M \frac{d^2y}{dt^2} = F_y, \end{cases}$$

где F_x и F_y — проекции силы \vec{F} на оси O_x и O_y , соответственно; x'' и y'' — проекции ускорения альфа-частицы на оси O_x и O_y .

$$\begin{cases} \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{F_x}{M} = \frac{F \cdot \cos \alpha}{M} = \frac{F}{M} \cdot \frac{x}{(x^2 + y^2)^{3/2}}; \\ \frac{d^2y}{dt^2} = \frac{F_y}{M} = \frac{F \cdot \sin \alpha}{M} = \frac{F}{M} \cdot \frac{y}{(x^2 + y^2)^{3/2}}, \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{2kZe^2}{M} \cdot \frac{x}{(x^2 + y^2)^{3/2}}; \\ \frac{d^2y}{dt^2} = \frac{2kZe^2}{M} \cdot \frac{y}{(x^2 + y^2)^{3/2}}. \end{cases} \quad (2)$$

Решим эти уравнения методом половинного интервала. Для этого перепишем систему (2) в виде:

$$\begin{cases} v'_x = \frac{d}{dt} \left(\frac{dx}{dt} \right) = \frac{2kZe^2}{M} \cdot \frac{x}{(x^2 + y^2)^{3/2}}; \\ v'_y = \frac{d}{dt} \left(\frac{dy}{dt} \right) = \frac{2kZe^2}{M} \cdot \frac{y}{(x^2 + y^2)^{3/2}}, \end{cases} \quad (3)$$

где в левой части каждого уравнения стоит производная по времени функции v_x или v_y .

Используя алгоритм, изложенный в лабораторных работах 5 и 8, и расписывая левые части равенств по определению производной, получим приближенные равенства:

$$\begin{cases} \left(\frac{dx}{dt} \right)_{i+1/2} \approx \left(\frac{dx}{dt} \right)_{i-1/2} + \frac{2kZe^2}{M} \cdot \frac{x_i}{(x_i^2 + y_i^2)^{3/2}} \cdot \Delta t; \\ \left(\frac{dy}{dt} \right)_{i+1/2} \approx \left(\frac{dy}{dt} \right)_{i-1/2} + \frac{2kZe^2}{M} \cdot \frac{y_i}{(x_i^2 + y_i^2)^{3/2}} \cdot \Delta t, \end{cases} \quad (4)$$

здесь $\Delta t = t_{i+1} - t_i$ — шаг программы. Очевидно, что соотношение (4) тем точнее, чем меньше интервал времени Δt .

Два других уравнения для метода вычисления координат частицы также получаются из определения производной, но уже для функций x и y :

$$\begin{cases} x' = \frac{dx}{dt} \approx \frac{x_{i+1} - x_i}{\Delta t}; \\ y' = \frac{dy}{dt} \approx \frac{y_{i+1} - y_i}{\Delta t}, \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} x_{i+1} \approx x_i + \left(\frac{dx}{dt} \right)_{i+1/2} \cdot \Delta t; \\ y_{i+1} \approx y_i + \left(\frac{dy}{dt} \right)_{i+1/2} \cdot \Delta t. \end{cases} \quad (5)$$

К системам уравнений (4) и (5) необходимо добавить еще одну, позволяющую рассчитать скорость частицы в момент времени $t_{1/2} = \frac{\Delta t}{2}$ (в середине первого интервала) через начальные условия: скорость и координату в момент времени $t_0 = 0$.

$$\begin{cases} \left(\frac{dx}{dt} \right)_{1/2} \approx \left(\frac{dx}{dt} \right)_0 + \frac{2kZe^2}{M} \cdot \frac{x_0}{(x_0^2 + y_0^2)^{3/2}} \cdot \frac{\Delta t}{2}; \\ \left(\frac{dy}{dt} \right)_{1/2} \approx \left(\frac{dy}{dt} \right)_0 + \frac{2kZe^2}{M} \cdot \frac{y_0}{(x_0^2 + y_0^2)^{3/2}} \cdot \frac{\Delta t}{2}. \end{cases} \quad (6)$$

Уравнения (6) используются только один раз. В дальнейшем расчет скорости и координат частицы производится по формулам (4) и (5).

В данной работе интервал времени Δt (шаг программы) также выбирается произвольно.

Поскольку наша задача состоит в том, чтобы построить траекторию движения частицы в поле ядра, т.е. зависимость $y(x)$, здесь нужно задавать не временной интервал $t_{\min} \div t_{\max}$, а область на координатной плоскости $(x_{\min} \div x_{\max}; y_{\min} \div y_{\max})$, в пределах которой и будет осуществляться расчет.

Загрузка файла таблицы

Открыть шаблон Модель 9_Опыт Резерфорда.spp. Представленная таблица содержит два рабочих листа: Модель 9–1 и Модель 9–2. Данные Моделей 9–1 и 9–2 приведены на рисунке 1. На первом листе моделируется движение альфа-частицы для различных прицельных расстояний, на другом листе —

для различных значений начальной скорости (точнее, проекций начальной скорости на ось Oх). Таблица выполнена для 300 значений, однако при необходимости ее легко продолжить (см. табл.)

$$x_0 = x_{\min} = -3; x_{\max} = 1; y_0 = y_{\min} = b = 0, 1; 0, 3 \text{ и } 0, 5; y_{\max} = 2; \Delta t = 0, 01c; v_{ox} = 3; v_{oy} = 0.$$

Здесь не указываются единицы измерения некоторых величин. Будем считать, что они измеряются в некоторых условных единицах. Кроме того, необходимо ввести:

- массу альфа-частицы — в ячейку Edit10;
- порядковый номер элемента в периодической таблице — в ячейку Edit11;
- заряд электрона — в Edit12;
- коэффициент пропорциональности в формуле закона Кулона — в Edit13.

За исключением порядкового номера элемента все остальные величины или очень большого, или очень маленького порядка. Так,

$$M_{\alpha} = 6,638 \cdot 10^{-27} \text{ кг}; e = 1,6021892(46)10^{-19} \text{ Кл}; k \approx 8,987551777 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}.$$

Такие числа вводятся обязательно в английской раскладке следующим образом: 6,638E-27; 1,6E-19; 9E9 (экспоненциальная форма представления числа) или как формула =6,638*10^(-27), причем количество значащих цифр в этих числах зависит от данных задачи. В качестве вещества, на котором происходит рассеяние альфа-частиц, можно выбрать, например, золото (порядковый номер в периодической таблице Менделеева 79).

В ячейку Edit14 ввести формулу, позволяющую рассчитать постоянный множитель $2kZe^2 / M_{\alpha}$, входящий в формулы для скорости.

В таблице 1 приведены данные для выполнения расчетов.

Т а б л и ц а

Пример данных для выполнения расчетов

Компонент	Свойства	Значения
1	2	3
Form1	Caption	Моделирование опыта Резерфорда
Button1	Caption	Вычислить
Button2	Caption	Выход
Button3	Caption	Модель 9–2
Chart1	Name	Моделирование опыта Резерфорда
Edit1	Text	-3
Edit2	Text	1
Edit3	Text	0,1
Edit4	Text	0,3
Edit5	Text	1
Edit6	Text	2
Edit7	Text	0,01
Edit8	Text	3
Edit9	Text	0
Edit10	Text	6,638E-27
Edit11	Text	79
Edit12	Text	1,602189246E-19
Edit13	Text	9E9
Edit14	Text	Сделать свободной
Edit15	Text	1
Edit16	Text	2
Edit17	Text	3
Edit18	Text	1
Label1	Caption	Xmin =
Label2	Caption	Xmax =

Продолжение таблицы

1	2	3
Label3	Caption	$Y_{min1} =, Y_{min2} =, min3 =, Y_{max} =,$ $dt =, V_{ox} =, V_{oy} =$
Label8	Caption	$Ma =$ кг
Label9	Caption	$Z =$
Label10	Caption	$e =$ Кл
Label11	Caption	$k =$ $H^*M^*M/Кл^*Кл$
Label12	Caption	$2kZe*e/Ma = c =$ M^*3/c^*2
Label13	Caption	Данные модели 9-2
Label14	Caption	V_{ox1} V_{ox2} V_{ox3} Y_{min4}
StringGrid1	Name	StringGrid1

Листинг программы модели не приводится в силу его объемного характера.

На рисунке 2 приведены данные Моделей 9-1 и 9-2.

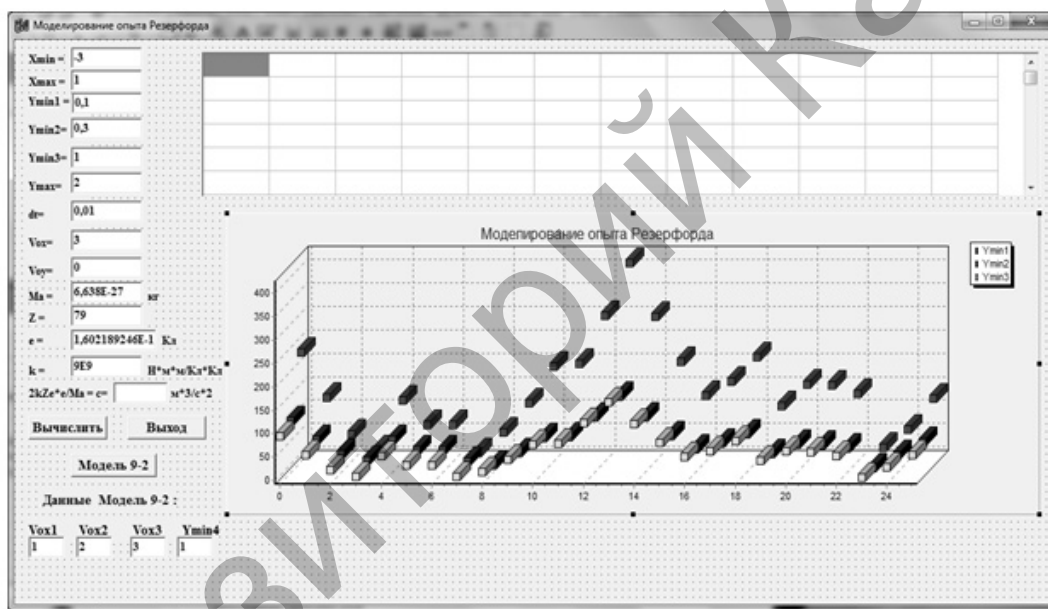


Рисунок 2. Данные модели

Построение графика зависимости $y(x)$

По полученным данным строятся графики зависимости $y(x)$ (траектория движения альфа-частицы) для различных значений прицельных расстояний на одной диаграмме. Построение ведется вначале для одного ряда данных, другие наборы точек добавляются по ходу построения (в окне «Источник данных диаграммы» на вкладке «Ряд») или непосредственно на готовую диаграмму. Необходимо выбрать тип диаграммы «Точечная» (без отрезков, соединяющих экспериментальные точки).

Графики будут представлять собой наборы точек, взаимное расположение которых зависит от шага программы и ускорения частицы. Поскольку диаграмма содержит несколько графиков, необходимо вывести легенду. В качестве имени каждого ряда данных удобно выбрать величину прицельного расстояния. На рисунке 3 показана траектория альфа-частицы.

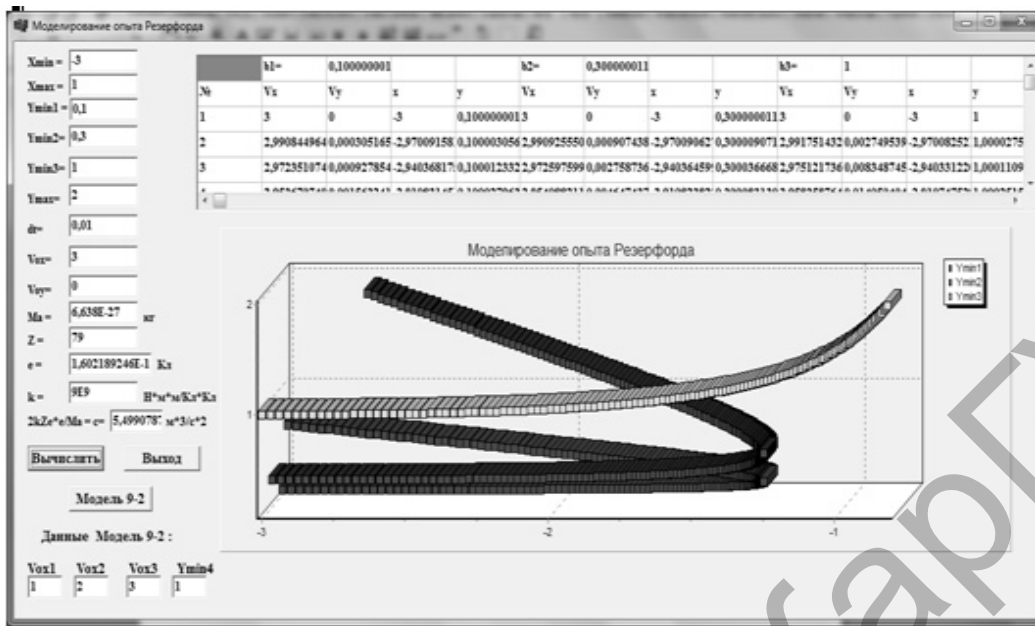


Рисунок 3. Построение траектории альфа-частицы в Модели 9-2

Опыт решения крупных задач показывает, что метод математического моделирования и вычислительный эксперимент соединяют в себе преимущества традиционных теоретических и экспериментальных методов исследования [4].

На практике результаты первых расчетов, как правило, весьма далеки от реальных. Поэтому происходит постоянное усовершенствование алгоритма, уточнение математической модели до совпадения с какими-то тестовыми или контрольными данными. Этот этап, называемый идентификацией математической модели, всегда присутствует в вычислительном эксперименте. По этой причине нельзя говорить об одной модели любого явления. Всегда существует иерархия математических моделей, начиная от простых моделей и кончая более сложными. Следует выбирать некоторый уровень сложности модели, соответствующей данной конкретной задаче. На рисунке 4 изображены траектории альфа-частиц для различных прицельных параметров.

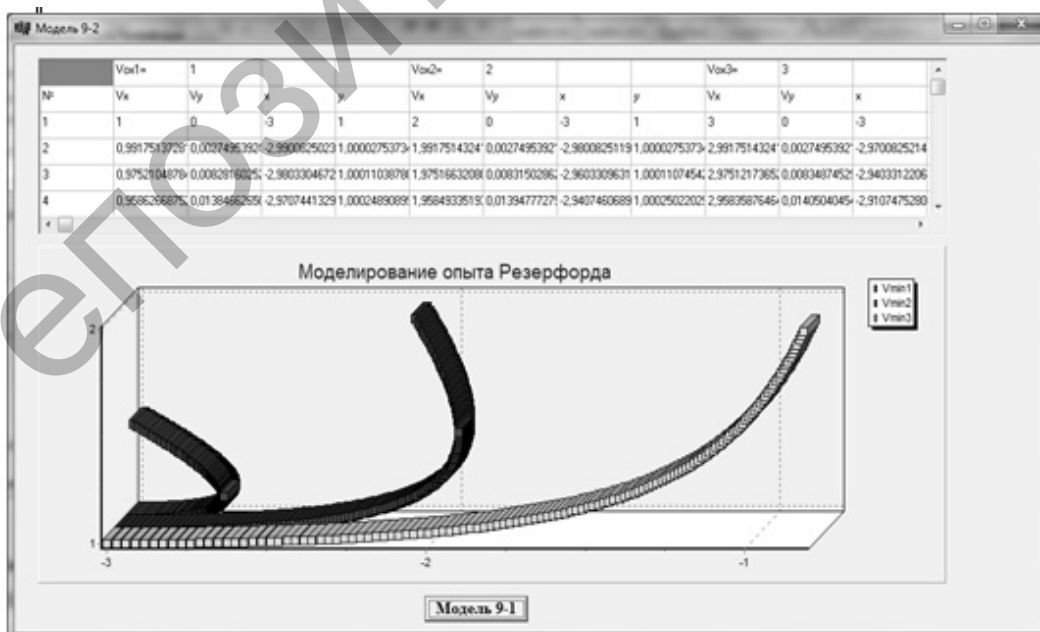


Рисунок 4. Зависимость траектории движения альфа-частиц от прицельных параметров

Итак, схема построения математических моделей следующая:

- выделение параметра или функции, подлежащей исследованию;
- выбор закона, которому подчиняется эта величина;
- выбор области, в которой требуется изучить данное явление.

Метод моделирования имеет следующие преимущества при использовании его в учебном процессе в вузе [5]:

Во-первых, привлечение компьютера в качестве демонстрационного устройства в значительной степени повышает интерес и мотивацию учащихся к изучению предмета. Расширяет возможности наглядного представления и компьютерного моделирования изучаемых явлений. Дополняет теоретический материал, подготавливает студентов к работе с реальными физическими приборами.

Во-вторых, использование компьютерных обучающих программ позволяет компенсировать морально устаревшее или недостающее лабораторное оборудование, в частности, по физике. Выполнить предварительно лабораторную работу на модельной установке с тем, чтобы подготовиться к работе в физической лаборатории и проверить основные выводы на реальных приборах.

В-третьих, важно и то, что в процессе изучения физики студенты осваивают компьютер, приобретают навыки использования его при решении прикладных задач, учатся выполнять численные расчеты и обработку экспериментальных данных с помощью готовых пакетов компьютерных программ, таких как, например, MAPLE, Borland Delphi, AutoCAD, C++ и др.

В-четвертых, используются возможности компьютера в моделировании чувственно-предметного мира, логика исследовательской и профессиональной деятельности.

В целом, использование компьютерных технологий в образовании дает устойчивую тенденцию к повышению уровня усвоения материала, мотивации к обучению, привлекательности самого предмета. Предложенная методика по сравнению с традиционной позволяет развивать у студентов алгоритмическое и логическое мышление, воображение, желание самоутвердиться, получить конечный результат.

Список литературы

- 1 Андреев В.И. Эвристическое программирование учебно-исследовательской деятельности. — М., 1981.
- 2 Бабанский Ю.К. Методы обучения в современной общеобразовательной школе. — М., 1985.
- 3 Оконь В. Введение в общую дидактику. — М., 1990.
- 4 Стародубцев В.А. Использование информационных технологий на лекциях по естественнонаучным дисциплинам // Информатика и образование. — 2003.
- 5 Коротков Э.М. Управление качеством образования. — М.: Мир, 2006.

К.Н.Балабеков, З.К.Жалғасбекова

Физикалық үдерістерді компьютерлік модельдеуге оқыту технологиясы

Мақалада нақты объектіні зерттеуден оның математикалық моделін зерттеуге ауысуды ұйғаратын есептеу тәжірибесінің мәселелері қарастырылды. Авторлар «модель», «модельдеу» түсініктерінің мәнін талдаған. Физикалық үдерістерді компьютерлік модельдеуге оқыту технологиясының формасы мен құралы C++ Builder аспаптық орта көмегі арқылы шығарылған.

K.N.Balabekov, Z.K.Zhargasbekova

Technology of training in computer modeling of physical processes

In article questions of computing experiment who assumes transition from studying of real object to studying of its mathematical model are considered. By authors are analyzed essence of the concept «model», «modeling». Funds and forms of technology of training in computer modeling of physical processes by means of the tool environment C++ Builder.

References

- 1 Andreev V.I. *Heuristic programming educational research activity*, Moscow, 1981.
- 2 Babansky Yu.K. *Training methods at modern comprehensive school*, Moscow, 1985.
- 3 Okon' V. *Introduction in the general didactics*, Moscow, 1990.
- 4 Starodubtsev V.A. *Informatics and education*, 2003.
- 5 Korotkov E.M. *Education quality management*, Moscow: Mir, 2006.

Репозиторий КарГУ