УДК 530.21; 530.24; 530.012

Волновой пакет идущих волн

The wave packet of going waves

Архипов В.В., Гуляев В.С.

Карагандинский государственный университет им. Е.А.Букетова (E-mail: midav_73@mail.ru)

Мақала материяның толқындық теориясын зерттеуге арналған. Негіз ретінде А.В.Горюнов «Going Wave as a Model of Particle» мақаласындағы ойы алынды. Бұл ойдың мәні — ағынсыз толқын аталатын де Бройль кванттық арақатынасына сипаттама берілгендігінде. Келген толқыннан құрастырылған толқындық пакеттің айқын түрі, сондай-ақ мұндай пакет уақытқа қатысты өз тұрақтылығын сақтамайтындығы көрсетілген.

One of the approaches to the wave theory of matter I s investigated in the present work. Basis of this investigation is an idea proposed by A.V.Goryunov at the article «Going Wave as a Model of Particle». The essence of the idea is concluding in the comparison of the quantum de Broglie's ratios to the going wave characteristics. An explicit view of the wave packet, that are composed from going waves, are investigated in this article. It is shown that this wave packet not conserving of its stability in time. Thereby, the going waves are not resolving the problem of mathematical simulation of elementary particles provided their wave properties.

Введение

Главный недостаток волновых пакетов, предложенных Л. де Бройлем [1] для сопоставления с классическими частицами, заключается в их нестабильности [2], а именно пакеты расплываются за очень короткий период времени, вследствие дисперсии его составляющих. Таким образом, не выполняются основные требования для их сопоставления с элементарными частицами — локальность в пространстве и стабильность во времени. Тем не менее эта идея остается одной из наиболее популярных в плане разработки альтернативного подхода к квантованию. Регулярно предпринимаются попытки её развития как отдельными авторами [3, 4], так и группами исследователей [5]. В основном работы ведутся в направлениях, указанных самим де Бройлем и позднее Дэвидом Бомом. А.В.Горюнов [6] предложил более оригинальную идею о сопоставлении с частицами так называемых «идущих» волн. Его вполне корректные рассуждения приводят к выводу о возможности реализации идеи волнового пакета и реабилитации волновой теории материи. В связи с этим представляется интересным более пристальное изучение предложенной модели.

В представленной работе исследуется вопрос о возможности построения волнового пакета идущих волн.

При стандартном подходе к теории волнового пакета исходят из де бройлевских релятивистских соотношений между волновыми и корпускулярными характеристиками элементарной частицы:

$$E_0 = \omega_0\hbar\,,\ \ p_0 = k_0\hbar\,, \tag{1}$$

где ω_0 — циклическая частота и k_0 — волновой вектор. Волна де Бройля для свободной частицы, движущейся вдоль оси x может быть записана в виде

$$\psi_0 = Ae^{i(k_0x-\omega_0t)}. \tag{2}$$

Моделирующий частицу стандартный волновой пакет будет иметь вид суперпозиции волн, близких по волновому числу и циклической частоте к параметрам основной моды ψ_0:

$$\psi(x,t) = \int\limits_{k_0-\Delta k}^{k_0+\Delta k} A(k)e^{i(kx-\omega(k)t)}dk, \tag{3}$$

где функция $\omega(k)$ определяется основным уравнением релятивистской динамики

$$E^2 - p^2c^2 = m_0^2c^4, \tag{4}$$

откуда

$$\omega^2 - k^2c^2 = (m_0c^2/\hbar)^2\,. \tag{5}$$

Амплитуда $A(k)$ в выражении (3) предполагается настолько малой, что интеграл при $x = 0$ и $t = 0$ является конечным. Для простоты здесь и далее будет считаться, что амплитуды всех компонент одинаковы.

Суперпозиция встречных волн как модель частицы

Рассмотрим согласно [6] суперпозицию двух волн, бегущих навстречу друг другу вдоль оси x:

$$\cos(\omega_0 t - k_0 x) + \cos(\omega_0 t - k_0 x) = 2\cos(k_0 x)\cos(\omega_0 t)\,. \tag{6}$$

Фазовые скорости волн будем считать равными c и, следовательно, $\omega_0 = ck_0$. Таким образом, мы получаем обычную стоячую волну.

Теперь рассмотрим всю систему с точки зрения движущегося со скоростью v наблюдателя навстречу первой волне. Частоты исходных волн изменятся согласно эффекту Доплера:

$$\omega_1 = \omega_0\sqrt{\frac{1+v/c}{1-v/c}}\,,\ \omega_2 = \omega_0\sqrt{\frac{1-v/c}{1+v/c}}\,. \tag{7}$$

Таким образом, вместо (6) получим:

$$\cos(\omega_1 t - k_1 x) + \cos(\omega_2 t - k_2 x) = 2\cos(\omega t - Kx)\cos(\Omega t - Kx), \tag{8}$$

где

$$\frac{\omega_1+\omega_2}{2} = \Omega\,,\ \frac{\omega_1-\omega_2}{2} = \omega\,,\ \frac{k_1+k_2}{2} = K\,,\ \frac{k_1-k_2}{2} = k\,. \tag{9}$$

Так как обе волны движутся со скоростью света c, то

$$\omega_1 = ck_1\,,\ \omega_2 = ck_2\,. \tag{10}$$

Таким образом, мы получаем волну с фазовой скоростью, большей скорости света:

$$\frac{\Omega}{k} = \frac{\omega_1+\omega_2}{k_1-k_2} = \frac{k_1+k_2}{k_1-k_2}c = V > c\,, \tag{11}$$

чья амплитуда меняется по гармоническому закону и описывается волной, имеющей скорость меньше скорости света:

$$\frac{\omega}{K} = \frac{\omega_1-\omega_2}{\omega_1+\omega_2}c = v < c\,. \tag{12}$$

Будем называть эту волну согласно [6] *идущей волной*. Отметим, что скорость низкочастотной волны v обозначена как скорость движущейся системы отсчета. Нетрудно проверить следующее важное свойство:

$$\Omega^2 - \omega^2 = \omega_0^2\,, \tag{13}$$

которое можно сравнить с основным уравнением релятивистской динамики:

$$E^2 - (pc)^2 = (m_0c^2)^2\,. \tag{14}$$

Таким образом, со свободной частицей имеет смысл ассоциировать не монохроматическую волну, а идущую, т.е. суперпозицию двух когерентных волн, движущихся со световой скоростью.

Волновой пакет идущих волн

Пусть частица покоится в точке $x = 0$. Основная компонента волнового пакета идущих волн имеет вид

$$\psi_0 = A\{e^{-i(\omega_0 t - k_0 x)} + e^{-i(\omega_0 t + k_0 x)}\}\,, \tag{15}$$

где $\omega_0 = k_0 c$ или

$$\psi_0 = 2A\cos k_0 x e^{-i(\omega_0 t)}\,. \tag{16}$$

Это есть уравнение стоячей волны, узлы которой расположены с периодичностью π / k_0. В точке планируемого расположения частицы амплитуда колебаний максимальна — $2A$.

Таким образом, волновой пакет можно записать в виде

$$\psi = \frac{A}{\Delta k}\int_{k_0-\Delta k}^{k_0+\Delta k}\cos(kx)e^{-i(\omega t)}dk\,, \tag{17}$$

где в качестве амплитуды каждой компоненты взято $Adk / \Delta k$. Сделаем замены:

$$\xi = k - k_0\,.\ k = \xi + k_0\,.,\ dk = d\xi\,,\ \omega = kc\,. \tag{18}$$

$$\psi = \frac{A}{\Delta k}\int_{-\Delta k}^{\Delta k}\cos((\xi + k_0)x)e^{-ic(\xi+k_0)t}d\xi\,. \tag{19}$$

Так как $\omega_0 = k_0 c$,

$$\psi = \frac{A}{\Delta k} e^{-i(\omega_0 t)} \int_{-\Delta k}^{\Delta k} \cos((\xi + k_0)x) e^{-ic\xi t} d\xi . \qquad (20)$$

Рассмотрим волновой пакет в момент $t = 0$:

$$\psi = \frac{A}{\Delta k} \int_{-\Delta k}^{\Delta k} \cos((\xi + k_0)x) d\xi . \qquad (21)$$

Нетрудно показать, что после интегрирования мы получим:

$$\psi = 2A \frac{\sin \Delta kx}{\Delta kx} \cos k_0 x . \qquad (22)$$

То есть мы имеем волновой пакет, имеющий вид гармоники с частотой $\omega_0 = k_0 c$, чья амплитуда меняется в пространстве по закону $\frac{\sin x}{x}$, т.е. она достигает максимума в точке $x = 0$ и быстро спадает по сторонам.

Рассмотрим теперь поведение пакета в точке максимума $x = 0$ с течением времени. Из (20) имеем

$$\psi = \frac{A}{\Delta k} e^{-i(\omega_0 t)} \int_{-\Delta k}^{\Delta k} 1 e^{-ic\xi t} d\xi . \qquad (23)$$

После интегрирования получим:

$$\psi = 2A \frac{\sin c\Delta kx}{c\Delta kx} e^{-i(\omega_0 t)} . \qquad (24)$$

То есть мы имеем монохроматические колебания, чья амплитуда быстро убывает со временем согласно $\frac{\sin c\Delta kt}{c\Delta kt}$.

Таким образом, волновой пакет, состоящий из идущих волн, не может быть стабильным для покоящейся частицы. Ввиду этого следует заключить, что при всей своей привлекательности указанная модель не решает главной проблемы волнового подхода к материи — дискретности, т.е. локальности проявления энергии и импульса в малых областях пространства.

References

1. *Smorodinsky J.A., Romanovskaya T.B.* Louis de Broglie (1892–1987) (from history of physics) // UFN. — 1988. — Vol. 116. — Issue 4. — P. 753–769.
2. *Sokolov A.A., Loskutov Yu.M., Ternov I.M.* Quantum mechanics. — M.: Prosvescheniye, 1961. — 638 p.
3. *Sivashinsky G.I.* The de Broglie Wave as a Localized Exitation of the Action Function // Preprint arXiv: 1003.2542v1[quant-ph]. — 2010.
4. *Valentini A.* De Broglie-Bohm Pilot-Wave Theory: Many Worlds in Denial? // Preprint arXiv: 0811.0810 [quant-ph]. — 2010.
5. *Bassalo J.M., Alencar P.T.S. et al.* The quantum wave packet and the Feynman–de Broglie–Bohm propagator of the Shrodinger–Nassar equation for an extended electron // Preprint arXiv: 1010.2640 [quant-ph]. — 2010.
6. *Goryunov A.V.* Going Wave as a Model of Particle // Preprint arXiv: 1006.0016v1 [physics.gen-ph]. — 2010.