

ПРИМЕНЕНИЕ ГРУППОВОГО АНАЛИЗА ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Исина Н.

Евразийский национальный университет имени Л.Н.Гумилева, г.Астана,

E-mail: isina_nafisa@mail.ru

В теории обыкновенных дифференциальных уравнений существует определенная группа задач, которые в силу ряда причин не разрешаются существующими методами. Это обстоятельство и привело к более детальному изучению элементов нелокальности — преобразований повышения и понижения порядка дифференциального уравнения. Одним из таких методов явился метод RF-пар, название которого происходит от названий используемых нелокальных преобразований rise-повышение и fall-понижение и использует введение в преобразование производных. Этим методом строятся дискретные группы преобразований, инвариантные образующие которых позволяют находить частные решения исследуемого уравнения, неразрешимого в квадратурах. Необходимость создания метода возникла в связи с тем, что, если для любого уравнения порядка $k > 2$: $y^{(k)} = F(x, y, y', \dots, y^{(k-1)})$ можно алгоритмически находить нелокальные преобразования Бэклунда, то для нахождения их для уравнений второго порядка такого алгоритмического метода нет. К тому же данный метод позволяет без громоздких выкладок исследовать уравнение на уровне точечных преобразований. При этом для заданного класса уравнений вводятся стандартные зависимости от производной, которые мы называем RF-парами, и затем ищется точечное преобразование, переводящее преобразованное уравнение в исходное. Но с другим вектором параметров. Так, например, для обобщенного уравнения Эмдена-Фаулера, применяемого в теплофизике, кристаллографии, удалось найти большое количество новых интегрируемых случаев. С помощью стандартных RF-пар удалось построить дискретную группу преобразований $-D_3$ -группу диэдра и вследствие всех преобразований найти частные интегрируемые случаи уравнения: $(m, m, 3/2)$, $(m, m/\square + \square, 2m+1/\square)$, $(m, (-m-3)/2, 0)$. Исследования возможностей метода RF-пар показывает универсальность метода, связь его с другими дискретно-групповыми методами, что на самом деле дает широкие возможности для исследования уравнений.

Список использованных источников

1. Исина Н.К., Зайцев В.Ф. О нелокальных преобразованиях и инвариантах дискретных групп преобразований. Дифференциальные уравнения. - Тула. ТулПИ, 1988.
2. Зайцев В.Ф., Исина Н.К. О преобразованиях с повышением порядка. Дифференциальные уравнения. Саранск, 1990.
3. Исина Н.К. Обоснование и алгоритмизация метода RF-пар для исследования обыкновенных дифференциальных уравнений. Ленинград. 1991.

К ИССЛЕДОВАНИЮ ДРОБНО-НАГРУЖЕННЫХ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Искаков С.А., Космакова М.Т., Хайркулова А.А.

Карагандинский государственный университет им. академика Е. А. Букетова, Караганда

E-mail: isagyndyk@mail.ru

В области $Q = \{(x, t), x > 0, t > 0\}$; рассмотрим краевую задачу

$$u_t - u_{xx} + \lambda \cdot \left\{ {}_0 D_x^{1+\beta} u(x, t) \right\}_{x=t} = f(x, t), \quad (1)$$

$$u(x, 0) = 0; \quad u(0, t) = 0. \quad (2)$$

Подобного рода задачи, в случае когда нагруженное слагаемое есть след производной целого порядка: $\left\{ {}_0 D_x^1 u(x, t) \right\}_{x=t}$, $\left\{ {}_0 D_x^2 u(x, t) \right\}_{x=t}$, были исследованы в работах [1]-[3]. Здесь λ - комплексный параметр, ${}_0 D_x^{1+\beta} u(x, t)$ - дробная производная Римана-Лиувилля порядка $(1 + \beta)$, $\frac{1}{2} \leq \beta < 1$, [4].