

КЛАССЫ РАЗРЕШИМОСТИ НАЧАЛЬНО-КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ СИЛЬНО ВЫРОЖДАЮЩИХСЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Ергалиев М.Г.¹, Дженалиев М.Т.¹

^{1,2}Институт Математики и Математического Моделирования, Алматы, Казахстан

¹E-mail: ergaliev@math.kz

²E-mail: muvasharkhan@gmail.com

Пусть $0 < T < \infty$ и $\Omega \subset \mathbf{R}^n$ - ограниченная область с границей $\partial\Omega \in C^2$, $Q = \Omega \times (0, T)$, а $\Sigma = \partial\Omega \times (0, T)$. Мы исследуем следующую начально-граничную задачу для вырождающегося гиперболического уравнения:

$$\partial_t (t^\beta \partial_t u(x, t)) - \Delta u(x, t) = f(x, t) \text{ в } Q, \quad (1)$$

$$u(x, t) = 0 \text{ на } \Sigma, \quad (2)$$

$$u(x, 0) = 0, \quad \lim_{t \rightarrow +0} t^\beta \partial_t u(x, t) = 0 \text{ в } \Omega. \quad (3)$$

Ранее, в [1] авторами исследованы вопросы разрешимости задачи (1)–(3) в случае слабого вырождения, а именно, когда $\beta \in (0, 1)$. Нами данная задача будет исследована в случае сильного вырождения, когда $\beta \in [1, 2]$.

Благодарности: Данная работа была поддержана грантом AP23485369 Комитета науки Министерства науки и высшего образования Республики Казахстан.

Список литературы

- [1] N. Kakharman, T.Sh. Kalmenov, "A modified Cauchy problem with nonlocal boundary condition for a degenerate hyperbolic equation Mathematical Methods in the Applied Sciences, 2025, 1–7.
- [2] Hussein M.S., Lesnic D., Kamynin V.L., Kostin A.B., "Direct and inverse source problems for degenerate parabolic equations Journal of Inverse and Ill-Posed Problems, 28:3 (2020), 425–448.
- [3] Jenaliyev M.T., Kassymbekova A.S., "On the initial boundary problem for hyperbolic equations with exponential degeneration $t^{12/7}$ Journal of Mathematics, Mechanics and Computer Science, 121:1 (2024), 27–36.

ЙОНСОНДЫҚ ТЕОРИЯЛАРДЫҢ ФРАГМЕНТТЕРІНІҢ ГИБРИДТЕРІНІҢ СИНТАКСИСТІК ҰҚСАСТЫҒЫ

Ешкеев Айбат Рафхатович¹, Мусина Назерке Мухтарамқызы², Аманбеков Султан Мырзабекович³

^{1,2,3}Е.А.Бөкетов атындағы Қарағанды университеті, Қарағанды, Қазақстан.

¹E-mail: aibat.kz@gmail.com

²E-mail: mussinanazerke@gmail.com

³E-mail: amambekovsmath@gmail.com

Аннотация: Бұл жұмыста біз бірінші ретті саналымды тілдегі (-сигнатурадағы) йонсондық теориялардың фрагменттері мен олардың гибридтерін қарастырамыз. Атап айтқанда, жұмыс йонсондық дерлік жиындардан алынған фрагменттердің гибридтері арасындағы синтаксистік және йонсондық синтаксистік ұқсастықтарды зерттеуге арналған. Мұнда қолданылатын негізгі құралдар қатарына йонсондық дерлік жиындар, олардың фрагменттері, сондай-ақ нормальды йонсондық теориялар мен йонсондық теориялардың гибриді ұғымдары жатады.

Айтарлық $L \sim \sigma$ сигнатурасының бірінші ретті саналымды тілі, T – йонсондық L -теория, $C_T \sim T$ теориясының семантикалық моделі болсын. Йонсондық теорияның центрі деп C_T семантикалық модельдің элементарлы теориясын айтамыз: $T^* = Th(C_T)$. Кемел йонсондық теория деп семантикалық моделі ω^+ -қаныққан йонсондық теорияны айтамыз.

Келесі қажетті анықтамаларды берейік.

Анықтама 1 [1]. Айтарлық $X \subseteq C_T$ болсын. Егер келесі шарттар орындалса, X жиынын T теориясының йонсондық жиыны деп атаймыз:

1. $X \sim \exists$ -анықталған жиын;
2. $cl(X) = M \in E_T$, мұндағы $E_T \sim T$ теориясының экзистенциалды тұйық модельдер класы.

Йонсондық жиындардың синтаксистік қасиеттерін зерттеу әдетте йонсондық жиындардың фрагментінің қасиеттерін сипаттаумен бірге жүреді.

Анықтама 2 [1]. X жиынының фрагменті $Fr(X)$ деп $Th_{\forall\exists}(M)$ теорияны айтамыз.

Әрі қарай, біз йонсондық жиынның фрагментінің маңызды қасиеттерінің бірін қарастырайық.

Лемма 1[1]. Кез келген X йонсондық жиыны үшін оның фрагменті $Fr(X)$ йонсондық теория болады.

Келесі анықтама йонсондық жиынның анықтамасын жалпылайды.

Анықтама 3 [2]. T йонсондық теориясының X йонсондық дерлік жиыны деп келесі шарттарды қанағаттандыратын $X \subseteq C_T$ ішкі жиынын айтамыз:

1. $X \sim \exists$ -анықталған жиын;
2. $cl(X) = M \in Mod(T)$;
3. $Th_{\forall\exists}(M)$ – йонсондық теория, мұндағы $Th_{\forall\exists}(M)$ – M моделінде ақиқат болатын L тілінің барлық әмбебап-экзистенциалды сөйлемдерінің жиыны.

Қарастырылып отырған йонсондық дерлік X жиынының тұйықталуының Кайзер класын $Th_{\forall\exists}(M)$ осы жиынның фрагменті деп атаймыз және бұл теорияны $Fr(X)$ деп белгілейміз.

Толық теориялардың синтаксистік қасиеттерін зерттеу барысында профессор Мұстафин Т.Ғ. синтаксистік және семантикалық ұқсастық ұғымдарын енгізді. Кейінірек профессор Ешкеев А.Р. йонсондық синтаксистік және йонсондық семантикалық ұқсастықтарын анықтай отырып, йонсондық теориялар контекстінде осы ұғымдардың аналогтарын ұсынды. Синтаксистік ұқсастық пен йонсондық синтаксистік ұқсастық анықтамаларын қарастырайық.

Анықтама 4 [1]. Айтарлық T_1 және T_2 – толық теориялар болсын. T_1 және T_2 синтаксистік ұқсас деп аталады егер $f : F(T_1) \rightarrow F(T_2)$ биекциясы табылса:

1. f -тің $F_n(T_1)$ -ке дейін шектеуі $F_n(T_1)$ және $F_n(T_2)$ буль алгебраларының изоморфизмы болады, мұндағы $n < \omega$.
2. $f(\exists v_{n+1}\varphi) = \exists v_{n+1}f(\varphi)$, $\varphi \in F_{n+1}(T)$, $n < \omega$;

$$3. f(v_1 = v_2) = (v_1 = v_2).$$

Анықтама 5 [1]. Айтарлық T_1 және T_2 – кез келген йонсондық теориялар болсын. T_1 және T_2 теориялары йонсондық синтаксистік ұқсас деп атаймыз, егер $f : E(T_1) \rightarrow E(T_2)$ биекциясы табылса:

1. f -тің $E_n(T_1)$ -ке дейін шектеуі $E_n(T_1)$ және $E_n(T_2)$ торлардың изоморфизмы болады, мұндағы $n < \omega$;
2. $f(\exists v_{n+1}\varphi) = \exists v_{n+1}f(\varphi)$, $\varphi \in E_{n+1}(T)$, $n < \omega$;
3. $f(v_1 = v_2) = (v_1 = v_2)$.

Анықтама 6 [2]. T йонсондық теориясы нормальды деп аталады, егер кез келген йонсондық дерлік жиын $X \subseteq C_T$ үшін $C_{Fr(X)} \in Mod(T)$ орындалса және $C_{Fr(X)} \overset{\sim}{\smile} C_T$ -нің экзистенциалды тұйық ішкі моделі.

Келесі анықтама сонымен қатар йонсондық теорияларды зерттеуге арналған аппараттың арнайы құралдарының біріне жатады.

Анықтама 7 [3]. Айтарлық T_1, T_2 – қарастырып отырған тілдің йонсондық теориялары, C_1, C_2 – сәйкесінше олардың семантикалық моделі болсын. $H(T_1, T_2)$ бірінші типті гибриді деп келесі теорияны $Th_{\forall\exists}(C_1 \diamond C_2)$ айтамыз, егер ол йонсондық болса. Мұндағы

$$\diamond \in \{\times, \cup, \cap\}.$$

Гибридің екінші типінің анықтамасы бар, онымен жұмыс істеу кезінде әртүрлі тілдердегі йонсондық теориялар қарастырылады. Бұл зерттеуде тек бірінші типті гибриді қарастырамыз.

Семантикалық гибриді алу үшін семантикалық модельдердің декарттық көбейтіндісін алгебралық құрылым ретінде қарастырамыз.

Сипатталған анықтамалар аясында келесі нәтиже алынды.

Теорема 1. Айтарлық T – кемел нормальды йонсондық теория, $C_T \overset{\sim}{\smile} T$ теориясының семантикалық моделі болсын. $X_1, X_2, Y_1, Y_2 \subseteq T \overset{\sim}{\smile} T$ теориясының йонсондық дерлік жиындары, $Fr(X_1), Fr(X_2), Fr(Y_1), Fr(Y_2)$ – сәйкесінше X_1, X_2, Y_1, Y_2 йонсондық дерлік жиындардың фрагменттері. Онда келесі шарттар эквивалентті болады:

1. $H(Fr(X_1), Fr(X_2))$ және $H(Fr(Y_1), Fr(Y_2))$ йонсондық синтаксистік ұқсас;
2. $H^*(Fr(X_1), Fr(X_2))$ және $H^*(Fr(Y_1), Fr(Y_2))$ 4-анықтама мағынасында синтаксистік ұқсас.

Бұл жұмыста анықталмаған барлық ұғымдардың анықтамасын келесі жұмыстан көруге болады [1].

Бұл зерттеуді Қазақстан Республиканың Ғылым және жоғары білім министрлігінің Ғылым комитеті қаржыландырды (Грант № AP22686796).

Әдебиеттер тізімі

- [1] А.Р.Ешкеев, Теории и их модели: монография в двух томах. Издательство Карагандинского университета имени академика Е.А.Букетова, 2024, 297 с.
- [2] Yeshkeyev A.R., Ulbrikht O.I., Omarova M.T. Double factorization of the Jonsson spectrum. // Bulletin of the Karaganda University-Mathematics – 2024. – Vol. 116, Issue.4. – P. 185-196
- [3] Yeshkeyev A.R., Mussina N.M. Properties of hybrids of Jonsson theories. // Bulletin of the Karaganda University-Mathematics – 2018. – Vol. 92, Issue 4. – P. 99-104.