

Н.К.Әшірбаев

Шекаралық шарттағы үзілістің тік төртбұрыштағы толқындық өріске әсерін сандық зерттеу

Мақалада толқындардың жазық тік бұрышты ақырлы өлшемді үзілісті шекаралық шарттармен берілген облысында таралуын зерттеу барысында кеңістіктік сипаттамалар әдісі жетілдіріліп, жалпыланды. Жетілдірілген сандық әдіс негізінде шекаралық шарттары координат бойынша үзілісті болатын дененің бет жағының ерекше түйісу нүктелерінде ақырлы-айырымды есептеу қатынастары алынды. Әсер етуші Π -пішінді динамикалық күштің шеткі нүктелері бірінші текті үзілісті нүктелер болып табылады. Зерттеу нәтижелері сандық есептеулерге дейін жеткізілді.

N.K.Ashirbayev

Numerical research of influence of rupture in boundary conditions on the wave field in the rectangle

Work is devoted to the generalization of difference method of spatial characteristics on a case of a flat problem about distribution of waves to rectangular area of the final sizes with ruptures in boundary conditions. Settlement certainly — difference parties of dynamic problems in special points of obverse border of rectangular area where boundary conditions on coordinate aren't continuous are received on the basis of the numerical technique developed in work. They suffer rupture of the first sort in points in which action Π — figurative dynamic loading begins. Results of research are finished to the numerical decision.

УДК 624.04

А.К.Бейсебаев, Р.Ш.Тельгузинова, Т.В.Заикина

Карагандинский государственный университет им. Е.А.Букетова (E-mail: radianc729@mail.ru)

Синтез вантово-балочной комбинированной конструкции

Предлагается порядок расчета оптимальной с точки зрения материалоемкости комбинированной конструкции. Проектные параметры определены на основе решения задачи оптимизации. В результате применения упругих элементов и рациональных значений геометрических параметров балка, нагруженная равномерно распределенной нагрузкой, получилась почти равномоментной. Показано, что в случае разгрузки усилия в балке жесткости уменьшаются.

Ключевые слова: материалоемкость, комбинированная конструкция, задачи оптимизации, вантово-балочная конструкция, оптимальное проектирование.

Повышение несущей способности многопролетной неразрезной балки в упругой области возможно за счет поперечного смещения промежуточных опор, что не сложно осуществить в период ее строительства [1, 2]. Однако этот способ имеет ограниченную область применения вследствие того, что полученные преднапряжения в балке, возникающие за счет осадки некоторых опор, могут вызвать такие усилия, которые для незагруженной балки будут превышать предельно допустимые. Техническое решение этой проблемы авторы попытались осуществить путем введения упругих промежуточных опор, выполненных в виде наклонных вант (рис. 1, а). Реализация задачи рационального проектирования предварительно напряженной вантово-балочной комбинированной конструкции оказалась комплексной, и поэтому разбита на два этапа.

1. Вначале проектируется несущая неразрезная многопролетная балка жёсткости, в которой от действия внешней нагрузки из условия квазиравномоментности (почти равномоментности) определяются:

- положения точек подвеса вант и усилия в них;
- соответствующая эпюра изгибающих моментов и сечение балки;
- поперечные смещения конструкции в точках её подвеса.

2. Далее исследуется влияние параметров вантовых элементов на работу конструкции в целом, подбираются рациональные геометрические и прочностные параметры канатов, обеспечивающие прочностные характеристики балки жесткости.

Формулировка задачи и обоснование алгоритма решения. Необходимо подобрать проектные параметры вантово-балочной комбинированной конструкции пролетам L , загруженной по всей длине равномерно распределенной нагрузкой интенсивности q ; балка постоянного сечения жесткостью EJ . С точки зрения экономичности необходимо подобрать балку жесткости, по возможности, имеющую минимальный вес. Заданная схема конструкции изображена на рисунке 1, а.

Сооружение симметричное, влияние вант заменим пока неизвестными вертикальными составляющими S_1 и S_2 . Тогда расчетная схема, как статически определимая конструкция, примет вид, изображенный на рисунке 1, б. Длины крайних пролетов обозначим через ℓ_0 , а остальные — через одинаковую длину ℓ , значение которой также необходимо определить.

Экономичной, с наименьшим весом, будет балка, если она будет квазиравномоментной, т.е. когда моменты в точках подвеса вант по модулю будут мало отличаться от максимальных пролетных моментов. Практика расчетов показывает, что такие балки на жестких опорах для прямолинейных конструкций, рассчитываемых при помощи уравнений трех моментов, даже при переменных пролетах, спроектировать невозможно. Так, на рисунке 1, в приведена эпюра изгибающих моментов подобной балки. Установлено, что квазиравномоментная многопролетная неразрезная балка может быть получена с помощью упругих промежуточных опор, в качестве которых могут быть использованы вантовые элементы. Таким образом, натяжение вант (точнее, их вертикальные составляющие S_1, S_2), а также величины пролетов ℓ_0, ℓ примем за неизвестные проектные параметры балочной составляющей конструкции. В качестве целевой функции приняты минимальное по модулю отклонение моментов в местах крепления вант к балке и максимальных пролетных изгибающих моментов. Проблема относится к типичной задаче оптимального проектирования.

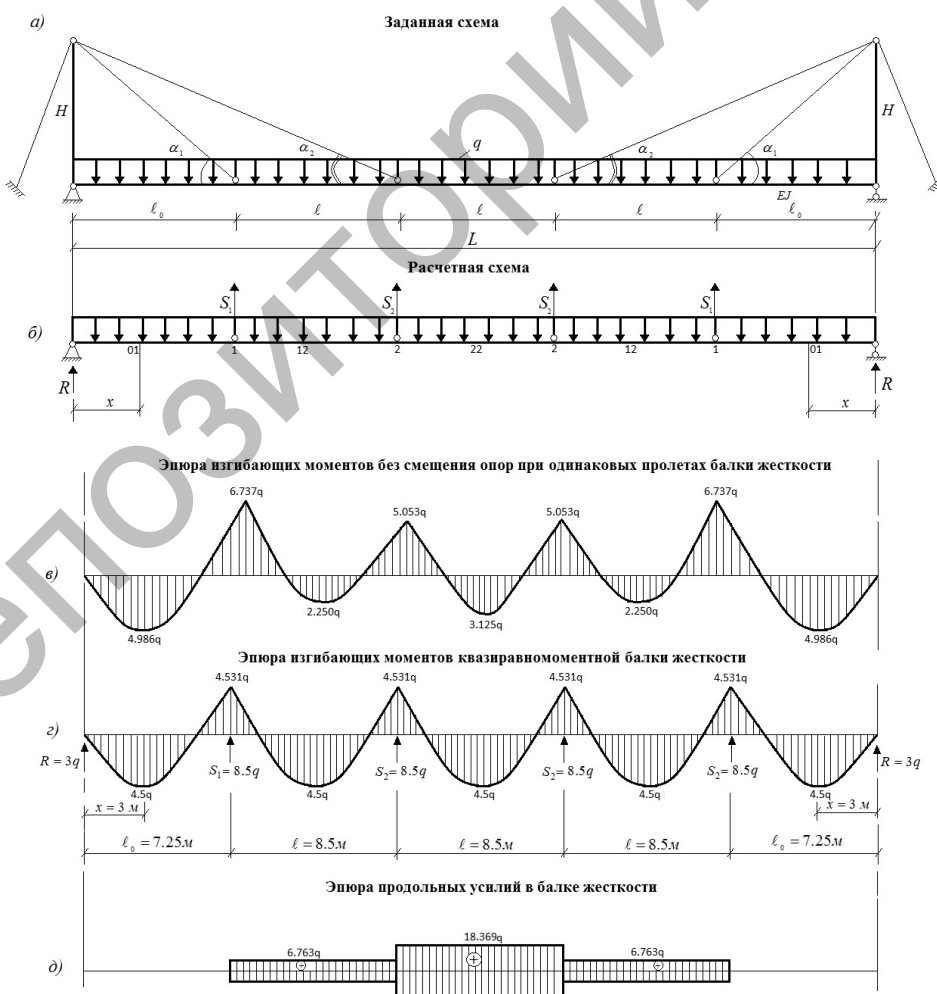


Рисунок 1. Вантово-балочная конструкция

Решение. Реакции балки одинаковые и из условия равновесия (рис. 1, б) имеют вид

$$R = q \cdot L / 2 - S_1 - S_2.$$

Опорные моменты определяются согласно следующим выражениям:

$$M_0 = 0;$$

$$M_1 = R \cdot \ell_0 - q \cdot \ell_0^2 / 2;$$

$$M_2 = R \cdot (\ell_0 + \ell) + S_1 \cdot \ell - q \cdot (\ell_0 + \ell)^2 / 2.$$

Максимальный момент в первом пролете (из условия равенства нулю поперечной силы) определяется следующим образом:

$$M_{01} = R \cdot x - q \cdot x^2 / 2,$$

где $x = R / q$.

Максимальные моменты в последующих пролетах будут равны

$$M_{12} = R \cdot (\ell_0 + \ell / 2) + S_1 \cdot \ell / 2 - q \cdot (\ell_0 + \ell / 2)^2 / 2;$$

$$M_{22} = R \cdot L / 2 + S_1 \cdot \ell \cdot 3 / 2 + S_2 \cdot \ell / 2 - q \cdot L^2 / 8.$$

За критерий оптимальности с учетом знаков принято минимальное значение квадратов разностей между исследуемыми моментами и их средним значением:

$$\varepsilon = (M_{CP} - M_{01})^2 + (M_{CP} + M_1)^2 + (M_{CP} - M_{12})^2 + (M_{CP} + M_2)^2 + (M_{CP} - M_{22})^2 \Rightarrow \min,$$

где среднее значение исследуемых экстремальных моментов будет равно

$$M_{CP} = (M_{01} - M_1 + M_{12} - M_2 + M_{22}) / 5.$$

Численная реализация. Для $L = 40$ м данная задача многомерной оптимизации реализована модифицированным методом поиска на ПЭВМ. Результаты решения приведены на рисунке 1, з. Из полученных данных видно, что регулирование геометрических размеров и усилий позволило существенно уменьшить пики отрицательных моментов над опорами (рис. 1, з), сравнив их почти по модулю с пролетными моментами. Снижение экстремальных значений изгибающих моментов в балке жесткости (порядка на одну треть) позволяет более рационально использовать материал, тем самым уменьшить его расход на балочный элемент конструкции.

Кроме изгибающих моментов, балка жесткости работает также на продольную растягивающую нагрузку. Эпюра продольных усилий приведена на рисунке 1, д.

Зная значения всех проектных параметров балки, на основании *универсальных уравнений изогнутой оси* балки [3] определим величины перемещений точек подвеса конструкции. Поместим начало координат на левом конце балки. Тогда $y_0 = 0$. Для определения θ используем условие $\theta_{z=L/2} = 0$ (ввиду симметрии изогнутой оси балки), тогда:

$$EJ\theta_0 = -34.323q.$$

Перемещения мест подвеса первой и второй вант будут определяться из выражений

$$EJy_1 = -173.420q;$$

$$EJy_2 = -281.043q. \quad (1)$$

Согласно условию прочности растянуто-изогнутой балки

$$|M_z|_{\max} / W_z + N^\sigma / A^\sigma \leq [\sigma].$$

Например, при прямоугольном сечении балки требуемая высота h прямоугольного сечения (где $W_z = bh^2 / 6$, $A^\sigma = h \cdot b$ при $b = h / 2$) подбирается согласно следующему неравенству:

$$[\sigma]h^3 - 2N^\sigma h - 12|M_z|_{\max} \geq 0.$$

И момент инерции сечения будет соответственно равен

$$J = J_z = bh^3 / 12 = h^4 / 24. \quad (2)$$

Задавшись значением интенсивности максимально внешней нагрузки q , модулем продольной упругости материала E , смещения промежуточных опор определяются из выражений (1), где осевой момент инерции сечения J определяется согласно (2). Далее, задавая численные максимально возможные значения внешних нагрузок q , полученные величины смещения опор с учетом жесткости сведены в таблице 1.

Расчет вантовых элементов. Из условия наименьшей материалоемкости растянутого раскосного стержня рациональным является наклон порядка 45°. Поэтому назначаем высоту пилона $H = \ell_0 + \ell / 2$. Углы наклона вант в этом случае (рис. 1, а) будут определяться следующим образом:

$$\alpha_1 = \arcsin \frac{H}{\sqrt{H^2 + \ell_0^2}}; \alpha_2 = \arcsin \frac{H}{\sqrt{H^2 + (\ell_0 + \ell)^2}}.$$

Т а б л и ц а 1

Зависимость поперечных смещений опор балки от интенсивности внешней нагрузки

$q, (\text{кН/м})$	10	20	30	40
$EJ_y1, (\text{МНм}^3)$	-1.736	-3.469	-5.207	-6.955
$EJ_y2, (\text{МНм}^3)$	-2.808	-5.616	-8.426	-11.222

Растягивающие усилия в вантах соответственно равны

$$N_i = S_i / \sin \alpha_i; \quad i = 1, 2. \tag{3}$$

Из условия прочности требуемая рабочая площадь троса равна

$$A_i \geq N_i / [\sigma]_e; \quad i = 1, 2,$$

где $[\sigma]_e = 350 \text{ МПа}$ — допустимое напряжение материала стальных канатов.

С целью унификации канатов принимается большее сечение. Например, для интенсивности внешней нагрузки, равной $q = 40 \text{ кН/м}$, требуемая площадь сечения, соответствующая второму (более длинному) ванту, равна

$$A_2 = \frac{N_2}{[\sigma]_e} = \frac{S_2}{[\sigma]_e \cdot \sin \alpha_2} = \frac{8.5 \cdot q}{[\sigma]_e \cdot \sin \alpha_2} = 1655.4 \text{ мм}^2.$$

В этом случае выбираем стальной канат двойной свивки типа ЛК-РО конструкции 6х36 по ГОСТу 7669–80 диаметром $d = 61,5 \text{ мм}$, расчетная площадь сечения всех проволок которого $A = 1782,25 \text{ мм}^2$.

Удлинение вант при максимально допустимых грузоподъемностях q , равных 10, 20, 30, 40 кН/м, определяем по формулам

$$\Delta_i = \frac{N_i \cdot \ell_i}{E \cdot A}; \quad i = 1, 2,$$

где $\ell_1 = 13.595 \text{ м}$, $\ell_2 = 19.502 \text{ м}$ — расчетная длина вант.

Аналогично определяем напряжения и деформации в тех же канатах от действия технологических нагрузок, составляющих 10 % от допустимой, т.е. интенсивности q , равной 1, 2, 3, 4 кН/м. Результаты расчетов приведены в таблице 2, где в знаменателе указаны значения незагруженных конструкций.

Т а б л и ц а 2

Рациональные геометрические и прочностные параметры канатов

$q, \text{кН/м}$	$N_1, \text{кН}$	$N_2, \text{кН}$	$d, \text{мм}$	$A, \text{мм}^2$	$\sigma_1, \text{МПа}$	$\sigma_2, \text{МПа}$	$\Delta_1, \text{м}$	$\Delta_2, \text{м}$
10	100.5	144.1	27	0.00042084	239	342	0.015	0.032
1	10.05	14.41			23.9	34.2	0.0015	0.0032
20	200.9	288.1	42	0.00084390	238	341	0.015	0.032
2	20.09	28.81			23.8	34.1	0.0015	0.0032
30	301.4	432.2	52	0.00130400	238	331	0.015	0.031
3	30.14	43.22			23.1	33.1	0.0015	0.0031
40	401.9	576.3	61.5	0.00178225	235	333	0.015	0.031
4	40.19	57.63			23.5	33.3	0.0015	0.0031

Сравним деформации вант на прочность сооружения в нагруженном и ненагруженном состояниях. Смещения промежуточных опор ненагруженного состояния (см. рис. 2), определяются следующим образом:

$$dy_i = y_i - f_i; \quad (i=1,2),$$

где $f_i = \frac{d\Delta_i}{\cos\alpha_i}$ — подъем опор за счет укорочения вант $d\Delta_i$ при снятии нагрузки.

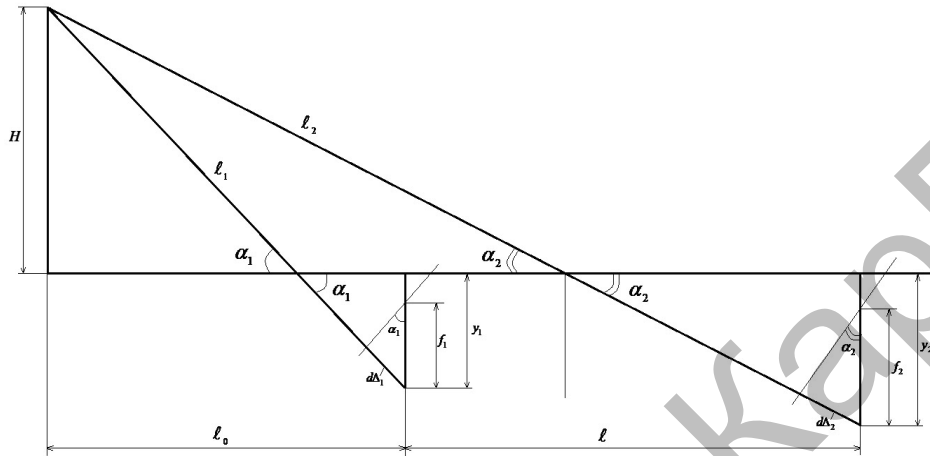


Рисунок 2. Графическое определение смещений промежуточных опор

Результаты расчетов деформации вант для ряда значений нагрузок приведены в таблице 3.

Таблица 3

Зависимость изменения смещений от интенсивности приложения нагрузки

$\frac{y_i}{y_i - f_i}, \text{ м}$	$q, \text{ кН/м}$			
	$\frac{10}{1}$	$\frac{20}{2}$	$\frac{30}{3}$	$\frac{40}{4}$
$i=1$	$\frac{0.314}{0.288}$	$\frac{0.257}{0.231}$	$\frac{0.186}{0.159}$	$\frac{0.163}{0.137}$
$i=2$	$\frac{0.508}{0.474}$	$\frac{0.416}{0.382}$	$\frac{0.301}{0.267}$	$\frac{0.263}{0.229}$

Исследования показали, что в предлагаемой комбинированной системе с расчетными значениями напряжения вант, согласно (3), можно добиться наибольшего использования прочности материала. Так, при сложении эпюр изгибающих моментов, полученных с помощью уравнений трех моментов с эпюрами от смещения опор, согласно таблице 3, при различных нагрузках q получаются квазиравномоментные балки.

Расчет незагруженной балки. Исследуем прочность полученной балки жесткости, загрузив её только технологической нагрузкой, при условии известных величин смещения опор, приведенных в таблице 3. Согласно условиям независимости действия сил, на основании уравнений трех моментов, сначала рассчитываем неразрезную балку от внешней нагрузки при жестких несмещаемых опорах (эпюра моментов от нагрузки $q = 4 \text{ кН/м}$ приведена на рисунке 3, а). Далее строим эпюру изгибающих моментов от смещения промежуточных опор [4] на величины, приведенные в таблице 3 (рис. 3, б). Суммарная эпюра от совместного действия нагрузки и смещения опор приведена на рисунке 3, в. Результаты расчетов для балок жесткостей, соответствующих другим нагрузкам, приведены в таблице 4.

Как видно из сравнения эпюр изгибающих моментов максимально загруженной балки жесткости (рис. 1, з) и минимальной её загруженности (рис. 3, в), а также таблицы 4, изгибающие моменты во втором случае значительно меньше, что устраняет недостатки других расчетных схем.

При расчете вантово-балочной комбинированной конструкции исследование показало, что полученные значения изгибающих моментов в незагруженном состоянии не превышают предельно допустимые.

Таблица 4

Значения пролетных моментов при загруженных и незагруженных состояниях балки жесткости

$\frac{q}{q_T}, \left(\frac{\text{кН}}{\text{м}}\right)$	$\frac{10}{1}$	$\frac{20}{2}$	$\frac{30}{3}$	$\frac{40}{4}$
$M_q + M_{yi}, (\text{кНм})$	$\frac{4.5 \cdot 10^4}{1.739 \cdot 10^4}$	$\frac{9.0 \cdot 10^4}{3.433 \cdot 10^4}$	$\frac{13.5 \cdot 10^4}{5.120 \cdot 10^4}$	$\frac{18.0 \cdot 10^4}{6.806 \cdot 10^4}$

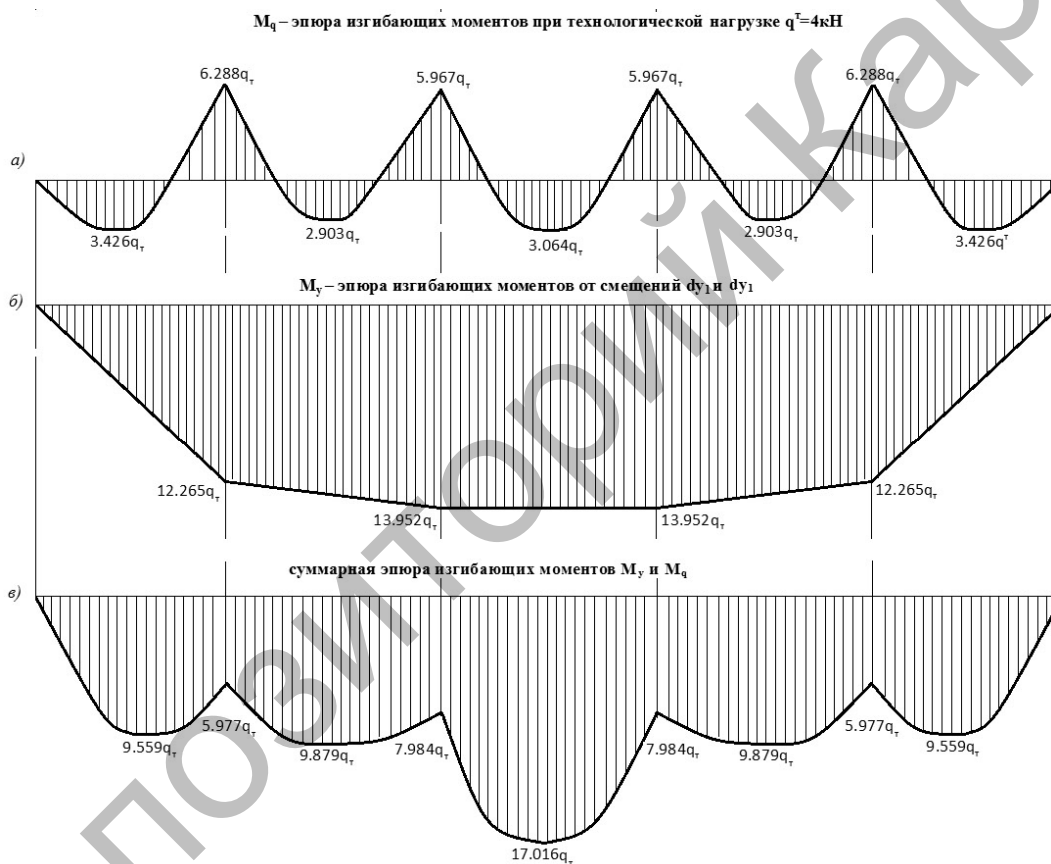


Рисунок 3. К расчету балки жесткости, загруженной технологической нагрузкой

Выводы. Приведен алгоритм проектирования комбинированной вантово-балочной конструкции, приемлемый для произвольной длины пролета и количества вант. Методом оптимизации получены рациональные значения проектных параметров. За счет рекомендованных значений преднапряжения вантовых элементов получено условие квазиравномоментности несущей конструкции балки жесткости. Расхождение значений опорных и пролетных моментов по модулю составляет 0.68 %. Преднапряжение в балке, получаемое за счет упругости, при разгрузке уменьшается и составляет порядка 38 % от максимальных величин.

References

- 1 *Beisebayev A.K., Ignatik G.S.* Finding the optimal design of multi-span option of statically indeterminate beams // Bulletin of University of Karaganda. — Series Mathematics. — 2007. — № 1 (45). — P. 71–76.
- 2 *Trofimovich V.V., Permyakov V.A.* Design of prestressed cable-stayed systems: The textbook for higher education institutions. — Kiev: Budivelnik, 1970. — P. 140.
- 3 *Beisebayev A.K.* Numerical modeling of problems of mechanics of elements of constructions: Method. grant. — Karaganda: KSU Publishing house, 2002. — P. 144.
- 4 The management to a practical training at the rate of construction mechanics (a statics of rod systems) // Under the editorship of G.K.Klein. — Moscow: The higher school, 1980. — P. 384.

А.Қ.Бейсебаев, Р.Ш.Телгузинова, Т.В.Заикина

Ванттық-арқалықтық біріктірілген конструкцияның синтезі

Мақалада біріктірілген конструкция материалының сыйымдылығы жағынан оңтайлы есептеу реті ұсынылады. Жобалау параметрлері тиімділеу есебін есептеу негізінде анықталған. Серпімді элементтерді және геометриялық параметрлердің тиімді мәндерін қолдану нәтижесінде бірқалыпты таралған жүктемемен жүктелген арқалық жуықтап алғанда тең моментті болып шықты. Жүктемені түсіргенде қатқылдық арқалықтың ішкі күштері азаятыны көрсетілген.

A.K.Beisebayev, R.Sh.Telguzinova, T.V.Zaikina

Synthesis of the guyed-beam combined construction

The procedure for calculating the optimum in terms of material capacity of the combined construction is offered. The design parameters are determined on the basis of the solution of a problem of optimization. The result of the use of elastic elements and rational values of geometrical parameters is the beam of the rigidity loaded by evenly distributed load, which has turned out almost with the same moments. It is shown that in case of unloading, efforts in a beam of rigidity decrease.

УДК 37.022:681.3 (075.8)

Т.С.Григорьева, Т.В.Заикина

Карагандинский государственный университет им. Е.А.Букетова (E-mail: besti_07@mail.ru)

Использование некоторых геометрических преобразований при решении задач оптимизации в планиметрии

В статье рассматриваются задачи оптимизации в курсе планиметрии и методика их решения при помощи геометрических преобразований. В процессе решения таких задач показан выбор нужного вида геометрического преобразования. Кроме того, рассмотрена постановка экстремальных задач в школьном курсе планиметрии, направленная на воспитание исследовательской культуры учащихся. Все решения таких задач предлагаются на уровне исследования математической модели и на уровне исследования реальной ситуации с использованием оптимизационных средств.

Ключевые слова: геометрические экстремальные задачи, оптимизация, осевая симметрия, кратчайший путь, параллельный перенос.

В прикладной направленности математики большую роль призвана сыграть геометрия. Однако в преподавании геометрии недостаточно используются возможности применения геометрического материала к решению прикладных задач. Поэтому целесообразно при обучении геометрии включать задачи на нахождение наибольшего и наименьшего значений уже на начальных этапах. Такое раннее введение задач на максимум и минимум позволит выработать у учащихся (при продолжении этой деятельности в последующих классах) умения и навыки в оценке оптимальных условий. При встрече