12 Бюллетени Агентства Республики Казахстан по статистике за 2008-2012 годы. О состоянии охраны атмосферного воздуха в Республике Казахстан. Том 1. Источники выбросов загрязняющих веществ в атмосферу. 16 серия. Охрана окружающей среды.

УРАВНЕНИЯ КОЛЕБАНИЯ ДВУМЕРНОЙ ПЛАСТИНКИ, НАКЛАДЫВАЮЩЕЙ ОГРАНИЧЕНИЯ НА ВНЕШНИЕ УСЛОВИЯ ДЛЯ ТОЧЕК СРЕДИННОЙ ПЛОСКОСТИ

Сейтмуратов А.Ж., д.ф.-м.н., доцент;
Медеубаев Н.К., ст. преподаватель; Нурланова Б.М., ст. преподаватель
Карагандинский государственный университет им. академика Е.А.Букетова
г. Караганда, Республика Казахстан

В данной работе развивается теория колебания слоистых пластинок строительных конструкций, строго обоснованной постановкой различных краевых задач колебания. При исследовании колебания пластин точная трехмерная задача заменяется более простой, двумерной для точек срединной плоскости пластинки, что накладывает ограничения на внешние условия.

Ключевые слова: Колебания, пластинка, деформируемая среда, упругая и вязкоупругая среда

Построение общих и приближенных уравнений колебания различного вида плоских элементов представляет актуальную проблему в разработке теоретических основ расчета строительных конструкций и строительства в целом. К таким проблемам относятся задачи совершенствования моделей нестационарного характера конструкций и их элементов, материалы которых проявляют сложные механические, реологические свойства, присущие различным строительным конструкциям при влиянии различных внешних факторов.

Пусть имеется трехслойная безграничная в плане пластинка из вязкоупругого материала, причем срединная составляющая толщины $2h_0$, а верхняя и нижняя составляющие толщиной $(h_1 - h_0)$ и состоят из одного и того же материала.

Общие решения уравнений движения материала строятся обычным способом и они имеют вид

$$\begin{aligned}
\Phi_0^{(l)} &= A_1^{(l)} ch\left[\alpha_l (z - z_l)\right] + A_2^{(l)} sh\left[\alpha_l (z - z_l)\right];\\
\Psi_{10}^{(l)} &= B_{11}^{(l)} sh\left[\beta_l (z - z_l)\right] + B_{12}^{(l)} ch\left[\beta_l (z - z_l)\right];\\
\Psi_{20}^{(l)} &= B_{21}^{(l)} sh\left[\beta_l (z - z_l)\right] + B_{22}^{(l)} ch\left[\beta_l (z - z_l)\right];\\
\Psi_{30}^{(l)} &= B_{31}^{(l)} ch\left[\beta_l (z - z_l)\right] + B_{32}^{(l)} sh\left[\beta_l (z - z_l)\right];
\end{aligned} \qquad (1)$$

где $z_0 = 0; \qquad z_1 = h_0$

Имея общие решения (1), для преобразованных перемещений $u_0^{(l)}; v_0^{(l)}; w_0^{(l)}$ точек слоев получаем выражения:

$$u_0^{(l)} = \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \left[k\alpha_l^{2n} A_1^{(l)} - \left(\beta_l B_{21}^{(l)} + qB_{31}^{(l)}\right)\beta_l^{2n} \right] \frac{(z - z_l)^{2n}}{(2n)!} + \right.$$

$$\left. + \left[k\alpha_l^{2n+1} A_2^{(l)} - \left(\beta_l B_{22}^{(l)} + qB_{32}^{(l)}\right)\beta_l^{2n+1} \right] \frac{(z - z_l)^{2n+1}}{(2n+1)!} \right\}; \qquad (2)$$

$$v_0^{(l)} = \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \left[q\alpha_l^{2n} A_1^{(l)} + \left(\beta_l B_{11}^{(l)} + kB_{31}^{(l)}\right)\beta_l^{2n} \right] \frac{(z - z_l)^{2n}}{(2n)!} + \left[q\alpha_l^{2n+1} A_2^{(l)} - \left(\beta_l B_{22}^{(l)} + kB_{32}^{(l)}\right)\beta_l^{2n+1} \right] \frac{(z - z_l)^{2n+1}}{(2n+1)!} \right\};$$

$$w_0^{(l)} = \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \left[\alpha_l^{2n+2} A_1^{(l)} + \left(qB_{11}^{(l)} + kB_{21}^{(l)}\right)\beta_l^{2n+1} \right] \frac{(z - z_l)^{2n+1}}{(2n+1)!} + \left[\alpha_l^{2n+1} A_2^{(l)} + \left(qB_{12}^{(l)} - kB_{22}^{(l)}\right)\beta_l^{2n} \right] \frac{(z - z_l)^{2n}}{(2n)!} \right\};$$

при этом гиперболические функции в (1) представлялись в виде степенных рядов по аргументу.

В классической постановке за искомые функции берутся перемещения и деформации точек срединной плоскости $z = 0$.

Аналогично этому вместо постоянных интегрирования $A_j^{(l)}, B_{jk}^{(l)}$ в решении для внутреннего и внешних слоев введем неизвестные

$$
\begin{aligned}
U_0^{(l)} &= kA_1^{(l)} - \left(\beta_l B_{21}^{(l)} + qB_{31}^{(l)}\right);\\
U_{10}^{(l)} &= k\alpha_l A_2^{(l)} - \beta_l\left(\beta_l B_{22}^{(l)} + qB_{32}^{(l)}\right);\\
V_0^{(l)} &= qA_1^{(l)} + \left(\beta_l B_{11}^{(l)} + kB_{31}^{(l)}\right);\\
V_{10}^{(l)} &= q\alpha_l A_2^{(l)} + \beta_l\left(\beta_l B_{12}^{(l)} + kB_{32}^{(l)}\right);\\
W_0^{(l)} &= \alpha_l^2 A_1^{(l)} + \beta_l\left(qB_{11}^{(l)} - kB_{21}^{(l)}\right);\\
W_{10}^{(l)} &= \alpha_l A_2^{(l)} + \left(qB_{21}^{(l)} - kB_{22}^{(l)}\right);
\end{aligned} \tag{3}
$$

при этом $U_0^{(l)}, V_0^{(l)}, W_{10}^{(l)}$ являются преобразованными смещениями точек плоскости $z = z_l$, а $U_{10}^{(l)}, V_{10}^{(l)}, W_0^{(l)}$ преобразованные величины деформации смещений этих точек в направлении z в тех же плоскостях. Переходя от $A_i^{(l)}, B_{ij}^{(l)}$ к $U_0^{(l)}, V_0^{(l)}, W_0^{(l)}, U_{10}^{(l)}, V_{10}^{(l)}, W_{10}^{(l)}$ с учетом условия $div\vec{\Psi}^{(l)} = 0$, для $u_0^{(l)}, v_0^{(l)}, w_0^{(l)}$, получим выражения

$$
u_0^{(l)} = \sum_{n=0}^{\infty}\left\{\left[\left(\beta_l^{2n} - k^2 C_{l0} Q_{\ln}^{(0)}\right)U_0^{(l)} - kC_{l0}Q_{\ln}^{(0)}\left(qV_0^{(l)} - W_0^{(l)}\right)\right]\frac{(z-z_l)^{2n}}{(2n)!} + \left[\left(\beta_l^{2n} + k^2 D_{l0} Q_{2n}^{(0)}\right)U_{10}^{(l)} + kD_{l0}Q_{\ln}^{(0)} \times \left(qV_{10}^{(l)} - \beta_l^2 W_{10}^{(l)}\right)\right]\frac{(z-z_l)^{2n+1}}{(2n+1)!}\right\};
$$

$$
v_0^{(l)} = \sum_{n=0}^{\infty}\left\{\left[\left(\beta_l^{2n} - q^2 C_{l0} Q_{\ln}^{(0)}\right)V_0^{(l)} - qC_{l0}Q_{\ln}^{(0)} \times \left(kU_0^{(l)} - W_0^{(l)}\right)\right]\frac{(z-z_l)^{2n}}{(2n)!} + \left[\left(\beta_l^{2n} + q^2 D_{l0} Q_{2n}^{(0)}\right)V_{10}^{(l)} + qD_{l0}Q_{\ln}^{(0)}\left(kU_{10}^{(l)} - \beta_l^2 W_{10}^{(l)}\right)\right]\frac{(z-z_l)^{2n+1}}{(2n+1)!}\right\};
$$

$$
w_0^{(l)} = \sum_{n=0}^{\infty}\left\{\left[\left(\beta_l^{2n} + \alpha_l^2 C_{l0} Q_{\ln}^{(0)}\right)W_0^{(l)} - \alpha_l^2 C_{l0}Q_{\ln}^{(0)} \times \left(kU_0^{(l)} - qV_0^{(l)}\right)\right]\frac{(z-z_l)^{2n+1}}{(2n+1)!} + \left[\left(\beta_l^{2n} - \beta_l^2 D_{l0} Q_{2n}^{(0)}\right)W_{10}^{(l)} + D_{l0}Q_{\ln}^{(0)}\left(kU_{10}^{(l)} - qV_{10}^{(l)}\right)\right]\frac{(z-z_l)^{2n}}{(2n)!}\right\}; \tag{4}
$$

Где

$$
C_{l0} = 1 - N_l^{(0)}\left[M_l^{(0)}\right]^{-1}; \qquad Q_{\ln}^{(0)} = \sum_{m=0}^{n=0} \alpha_l^{2(n-m-1)} \cdot \beta_l^{2m};
$$

$$
D_{l0} = 1 - M_l^{(0)}\left[N_l^{(0)}\right]^{-1}; \qquad Q_{l0}^{(0)} = 0; \qquad Q_{l1}^{(0)} = 1
$$

Обращая выражения (4) по k, q, p для истинных смещений $u^{(l)}, v^{(l)}, w^{(l)}$, точек слоев получим выражения

$$u^{(l)} = \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \left[\left(\lambda_{2l}^{(n)} + C_l Q_{\ln} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) U^{(l)} + C_l Q_{\ln} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial V^{(l)}}{\partial y} + W^{(l)} \right) \right] \times \frac{(z - z_l)^{2n}}{(2n)!} + \left[\left(\lambda_{2l}^{(n)} + D_l Q_{\ln} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) U_1^{(l)} - \right.\right.$$

$$\left.\left. - D_l Q_{\ln} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial V_1^{(l)}}{\partial y} + \lambda_{2l}^{(1)} W_1^{(l)} \right) \right] \frac{(z - z_l)^{2n+1}}{(2n+1)!} \right.;$$

$$v^{(l)} = \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \left[\left(\lambda_{2l}^{(n)} + C_l Q_{\ln} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) V^{(l)} + C_l Q_{\ln} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial U^{(l)}}{\partial x} + W^{(l)} \right) \right] \times \frac{(z - z_l)^{2n}}{(2n)!} + \left[\left(\lambda_{2l}^{(n)} - D_l Q_{\ln} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) V_1^{(l)} - \right.\right.$$

$$\left.\left. - D_l Q_{\ln} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial U_1^{(l)}}{\partial x} + \lambda_{2l}^{(1)} W_1^{(l)} \right) \right] \frac{(z - z_l)^{2n+1}}{(2n+1)!} \right.;$$

$$w^{(l)} = \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \left[\lambda_{1l}^{(1)} C_l Q_{\ln} \left(\frac{\partial U^{(l)}}{\partial x} + \frac{\partial V^{(l)}}{\partial y} \right) + \left(\lambda_{2l}^{(n)} + \lambda_{1l}^{(1)} C_l Q_{\ln} \right) W^{(l)} \right] + \right.$$

$$+ \frac{(z - z_l)^{2n+1}}{(2n+1)!} + \sum_{n=0}^{\infty} \left[- D_l Q_{\ln} \left(\frac{\partial U^{(l)}}{\partial x} + \frac{\partial V^{(l)}}{\partial y} \right) + \left(\lambda_{2l}^{(n)} - \lambda_{2l}^{(1)} C_l Q_{\ln} \right) W_1^{(l)} \right] \frac{(z - z_l)^{2n}}{(2n)!}; \qquad (5)$$

$$C_l = 1 - N_l M_l^{-1}; \qquad Q_{\ln} = \sum_{m=0}^{n-1} \lambda_{1l}^{2(n-m-1)} \cdot \lambda_{2l}^{(m)}$$

$$D_{l0} = 1 - M_l N_l^{-1};$$

где операторы $\lambda_{1l}^{(1)}$, $\lambda_{2l}^{(1)}$ равны

$$\lambda_{1l}^{(1)} = \left[\rho_l N_l^{-1} \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) - \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right];$$

$$\lambda_{2l}^{(1)} = \left[\rho_l M_l^{-1} \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) - \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right]; \qquad (6)$$

при этом $\lambda_{1l}^{(1)}$ и $\lambda_{2l}^{(1)}$ операторы описывают распространение плоских продольных и поперечных волн в плоскостях $z_l = const$.

Не трудно видеть, что выражения (5) для смещений получены лишь при решении уравнений движения с учетом нулевых начальных условий и они являются общими решениями задачи Коши, причем выражены через шесть произвольных функций $u^{(l)}, v^{(l)}, w^{(l)}, U_1^{(l)}, V_1^{(l)}, W_1^{(l)}$ для каждого из слоев. Зная выражения для смещений через произвольные функции из зависимости между σ и ε в слоях примем в виде больцмановских интегральных соотношений получаем аналогичные выражения для напряжений.

$$\sigma_{xx}^{(l)} = M_l \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \left[C_l Q_{\ln} \left(\lambda_{2l}^{(1)} - 2\lambda_{1l}^{(1)} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) + (1 - C_l) \lambda_{2l}^{(n)} \right] \frac{\partial U^{(l)}}{\partial x} + \left[C_l Q_{\ln} \left(\lambda_{2l}^{(1)} - 2\lambda_{1l}^{(1)} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) - (1 + C_l) \lambda_{2l}^{(n)} \right] \left(\frac{\partial V^{(l)}}{\partial y} + W^{(l)} \right) \right\} \times$$

$$\times \frac{(z - z_l)^{2n}}{(2n)!} + M_l \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \left[2 D_l Q_{\ln} \left(\lambda_{2l}^{(1)} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) + (1 + 2D_l) \lambda_{1l}^{(n)} \right] \frac{\partial U_1^{(l)}}{\partial x} + \left[-2 D_l Q_{\ln} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + (1 + D_l) \lambda_{1l}^{(n)} \right] \left(\frac{\partial V_1^{(l)}}{\partial y} + \lambda_{2l}^{(1)} W_1^{(l)} \right) \right\} \frac{(z - z_l)^{2n+1}}{(2n+1)!};$$

$$\sigma_{yy}^{(l)} = M_l \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \left[C_l Q_{\ln} \left(\lambda_{2l}^{(1)} - 2\lambda_{1l}^{(1)} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) + (1 - C_l) \lambda_{2l}^{(n)} \right] \frac{\partial V^{(l)}}{\partial y} + \right.$$

$$+\left[C_l Q_{\ln}\left(\lambda_{2l}^{(1)}-2\lambda_{1l}^{(1)}-\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)-\left(1+C_l\right)\lambda_{2l}^{(n)}\right]\left(\frac{\partial U^{(l)}}{\partial x}+W^{(l)}\right)\Bigg\}\times$$

$$\times\frac{\left(z-z_l\right)^{2n}}{(2n)!}+M_l\sum_{n=0}^{\infty}\left\{\left[2D_l Q_{\ln}\left(\lambda_{2l}^{(1)}+\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)+\left(1+2D_l\right)\lambda_{1l}^{(n)}\right]\frac{\partial V_1^{(l)}}{\partial y}+\right.$$

$$\left.+\left[-2D_l Q_{\ln}\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\left(1+D_l\right)\lambda_{1l}^{(n)}\right]\left(\frac{\partial U_1^{(l)}}{\partial x}+\lambda_{2l}^{(1)}W_1^{(l)}\right)\right\}\frac{\left(z-z_l\right)^{2n+1}}{(2n+1)!};\qquad(7)$$

$$\sigma_{zz}^{(l)}=M_l\sum_{n=0}^{\infty}\left\{\left[C_l Q_{\ln}\left(\lambda_{22}^{(1)}-\Delta\right)-\left(1+C_l\right)\lambda_{2l}^{(n)}\right]\left(\frac{\partial U^{(l)}}{\partial x}+\frac{\partial V^{(l)}}{\partial y}\right)+\left[C_l Q_{\ln}\left(\lambda_{2l}^{(1)}-\Delta\right)+\left(1-C_l\right)\lambda_{2l}^{(n)}\right]W^{(l)}\right\}\frac{\left(z-z_l\right)^{2n}}{(2n)!}+M_l\sum_{n=0}^{\infty}\left\{-\left[2D_l Q_{\ln}\lambda_{2l}^{(1)}+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\lambda_{1l}^{(n)}\right]\left(\frac{\partial U_1^{(l)}}{\partial x}+\frac{\partial V_1^{(l)}}{\partial y}\right)+\lambda_{2l}^{(1)}\left[2D_l Q_{\ln}\Delta+\lambda_{1l}^{(n)}\right]W_1^{(l)}\right\}\frac{\left(z-z_l\right)^{2n+1}}{(2n+1)!};$$

$$\sigma_{xy}^{(l)}=M_l\sum_{n=0}^{\infty}\left\{\left[2C_l Q_{\ln}\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\lambda_{2l}^{(n)}\right]\frac{\partial U^{(l)}}{\partial x}+\left[2C_l Q_{\ln}\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\lambda_{2l}^{(n)}\right]\frac{\partial V^{(l)}}{\partial y}+2C_l Q_{\ln}\frac{\partial^2 W^{(l)}}{\partial x\partial y}\right\}\frac{\left(z-z_l\right)^{2n}}{(2n)!}+M_l\sum_{n=0}^{\infty}\left\{\left[D_l Q_{\ln}\left(\lambda_{2l}^{(1)}-\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\lambda_{1l}^{(n)}\right]\frac{\partial U_1^{(l)}}{\partial x}+\left[D_l Q_{\ln}\left(\lambda_{2l}^{(1)}-\Delta\right)+\lambda_{1l}^{(n)}\right]\frac{\partial V_1^{(l)}}{\partial y}-2D_l Q_{\ln}\lambda_{2l}^{(1)}\frac{\partial^2 W_1^{(l)}}{\partial x\partial y}\right\}\times\frac{\left(z-z_l\right)^{2n+1}}{(2n+1)!};$$

$$\sigma_{xz}^{(l)}=M_l\sum_{n=0}^{\infty}\left\{C_l\left[2Q_{\ln}\lambda_{2l}^{(1)}+\lambda_{2l}^{(n)}\right]\frac{\partial^2 V^{(l)}}{\partial x\partial y}+\left[2C_l Q_{\ln}\lambda_{1l}^{(1)}\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\lambda_{2l}^{(n)}\times\left(\left(1-C_l\right)\lambda_{1l}^{(1)}-C_l\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\right]U^{(l)}+\left[2C_l Q_{\ln}\lambda_{1l}^{(1)}+\left(1+C_l\right)\lambda_{2l}^{(n)}\frac{\partial W^{(l)}}{\partial x}\right\}\times$$

$$\times\frac{\left(z-z_l\right)^{2n}}{(2n)!}+M_l\sum_{n=0}^{\infty}\left\{-2D_l Q_{\ln}\frac{\partial^2 V_1^{(l)}}{\partial x\partial y}\left[\left(\lambda_{1l}^{(1)}-\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)D_l Q_{\ln}+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\lambda_{1l}^{(n)}\right]U_1^{(l)}-\left[D_l Q_{\ln}\left(\lambda_{2l}^{(1)}-\Delta\right)-\lambda_{1l}^{(n)}\right]\frac{\partial W_1^{(l)}}{\partial x}\right\}\frac{\left(z-z_l\right)^{2n+1}}{(2n+1)!};$$

$$\sigma_{yz}^{(l)}=M_l\sum_{n=0}^{\infty}\left\{C_l\left[2Q_{\ln}\lambda_{1l}^{(1)}+\lambda_{2l}^{(n)}\right]\frac{\partial^2 U^{(l)}}{\partial x\partial y}+\left[2C_l Q_{\ln}\lambda_{1l}^{(1)}\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\lambda_{2l}^{(n)}\times\left(\left(1-C_l\right)\lambda_{1l}^{(1)}-C_l\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)\right]V^{(l)}+\left[2C_l Q_{\ln}\lambda_{1l}^{(1)}+\left(1+C_l\right)\lambda_{2l}^{(n)}\frac{\partial W^{(l)}}{\partial y}\right\}\times$$

$$\times\frac{\left(z-z_l\right)^{2n+1}}{(2n+1)!}+M_l\sum_{n=0}^{\infty}\left\{-2D_l Q_{\ln}\frac{\partial^2 U_1^{(l)}}{\partial x\partial y}\left[\left(\lambda_{1l}^{(1)}-\Delta\right)D_l Q_{\ln}+\lambda_{1l}^{(n)}\right]V_1^{(l)}-\left[D_l Q_{\ln}\left(\lambda_{2l}^{(1)}-\Delta\right)-\lambda_{1l}^{(n)}\right]\frac{\partial W_1^{(l)}}{\partial y}\right\}\frac{\left(z-z_l\right)^{2n}}{(2n)!};$$

Среди двенадцати неизвестных, в общем случае независимых шесть. В качестве основных неизвестных возьмем неизвестные для внутреннего слоя и тогда из граничных условий

при $\left(z=\pm h_1\right)$ и на поверхностях контактов

$$\sigma_{zz}^{(1)}=\sigma_{zz}^{(0)};\qquad \sigma_{xz}^{(1)}=\sigma_{xz}^{(0)};\qquad \sigma_{yz}^{(1)}=\sigma_{yz}^{(0)};$$
$$u^{(1)}=u^{(0)};\qquad v^{(1)}=v^{(0)};\qquad w^{(1)}=w^{(0)};\qquad(8)$$

при $\left(z=\pm h_0\right)$ начальные условия в задаче будем считать нулевыми получим зависимости $U^{(1)},V^{(1)},W^{(1)},u^{(0)},v^{(0)},w^{(0)}$.

$$U^{(1)}=u^{(0)},\qquad V^{(1)}=v^{(0)},\qquad W^{(1)}=w^{(0)},$$
$$U_1^{(1)}=M_1^{-1}\sigma_{xz}^{(0)}-\frac{\partial w^{(0)}}{\partial x};\qquad V_1^{(1)}=M_1^{-1}\sigma_{yz}^{(0)}-\frac{\partial w^{(0)}}{\partial y};\qquad(9)$$
$$W^{(1)}=N_1^{-1}\sigma_{zz}^{(0)}+\left(1-D_1\right)\left(1+C_2\right)\left(\frac{\partial u^{(0)}}{\partial x}+\frac{\partial v^{(0)}}{\partial y}\right),$$

Для нахождения шести неизвестных функций, входящих в выражения (5) с условиями (9), имеем граничные условия на поверхности слоистой пластинки

$$\begin{aligned} &\sigma_{zz}^{(1)} = f_z^{\pm}(x,y,t); \qquad \sigma_{xz}^{(1)} = f_{xz}^{\pm}(x,y,t); \\ &\sigma_{yz}^{(1)} = f_{yz}^{\pm}(x,y,t); \end{aligned} \tag{10}$$

Подставляя (13) в граничные условия (10), получим систему интегро-дифференциальных уравнений для нахождения всех неизвестных функций.

Полученная система будет описывать, в общем случае, колебания такой слоистой среды или слоистой (кусочно-однородной) пластинки.

В общем случае трехслойной пластинки выкладки для вывода общих и приближенных уравнений ее колебания весьма громоздки, однако для такой пластинки имеют место как чисто продольное, так и чисто поперечное колебание.

Литература:

1. Филиппов И.Г., Филиппов С.И. Динамическая теория устойчивости стержней. Труды Российско-Польского семинара «Теоретические основы строительства», Варшава, 1995, с.63-69.
2. Филиппов И.Г. Приближенный метод решения динамических задач для вязкоупругих сред. – ПММ,т.43, № 1, 1979, с.133-137.
3. Филиппов И.Г., Филиппов С.И., Костин В.И. Динамика двумерных композитов. – Труды Междун. конференции по механики и материалам, США, Лос-Анжелес, 1995, с.75-79.
4. Сейтмуратов А.Ж. Определение частоты собственных колебаний пластинки // Вестник КазНУ, серия математика, механика, информатика -2010. -№ 4 (67).-С.
5. Сейтмуратов А.Ж. Воздействие подвижной нагрузки на поверхность упругой слоистой полуплоскости// Вестник КазНПУ.-2010.- №3.-С. 112-11
6. Brunelle E.J. Buskling of transversely isotopic Mindlen plates // AIAA 1977, Vol. 9, No 6, p.1018-1022.
7. Bergman G.G. Elastic waves propagation in fluid saturated porous media G. Asoust. Soc. America. 1981, No. 2, p.416-424.
8. Ellsiepen, P.: Zeit- und ortsadaptive Verfahren angewandt auf Mehrphasenprobleme poroser Medien. Bericht Nr. II-3, Universitat Stuttgart, Institut fur Mechanik, Lehrstuhl II, 1999.

ИЗУЧЕНИЕ ВОЛЬТАМПЕРОМЕТРИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ СУРЬМЫ НА ОРГАНО-МОДИФИЦИРОВАННЫХ ЭЛЕКТРОДАХ И РАЗРАБОТКА МЕТОДИКИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЕЕ НА МИШЕНЯХ ПОСЛЕ ОГНЕСТРЕЛЬНОГО ВЫСТРЕЛА

Слепченко Г.Б., д.х.н., профессор кафедры ФАХ ИПР*; Сорокин И.А., аспирант кафедры ФАХ ИПР*;
Нехорошев С.В., к.х.н., докторант кафедры ФАХ ИПР*; Квашенникова Н.А., научный сотрудник**;
Кабиева С.К., к.х.н.***; Остапенко М.С., магистр***
Томский политехнический университет*
г. Томск, Российская Федерация;
Югорский государственный университет**
г. Ханты-Мансийск,Российская Федерация;
Карагандинский государственный технический университет***
г. Караганда, Республика Казахстан

В статье рассмотрены условия выбора вольтамперометрического определения сурьмы на серебряном электроде, модифицированном солями диазония – арилдиазоний тозилатов. В результате проведенных исследований было установлено, что модифицированные электроды с нанесением солей арилдиазоний тозилатов с карбоксильной группой обладают достаточной чувствительностью. Подобраны условия вольтамперометрического определения сурьмы на ОМЭ и предложен алгоритм пробоподготовки образцов мишеней после огнестрельного выстрела. Разработан алгоритм методики определения сурьмы в объектах судебной экспертизы

Ключевые слова: сурьма, антимоний, судебная экспертиза, продукты выстрела.