

УДК 539.3

Н.К.Аширбаев

Южно-Казахстанский государственный университет им. М.Ауезова, Шымкент

ВЛИЯНИЕ НЕСПЛОШНОСТИ НА ПАРАМЕТРЫ ВОЛНОВЫХ ПОЛЕЙ

Мақалада тік төртбұрышты тесігі бар көлденең қимаға тік төртбұрышты денедегі сыртқы күштің әсерінен пайда болатын динамикалық толқынның таралуы қарастырылған. Тік төртбұрышты тесіктің төртбұрышты дененің шекаралық нүктелеріне әсері зерттелген.

The Task of dynamical indignation spreading in rectangle gap is considered in this Article. The influence of rectangle gap researches on outline dot of researching place.

В различных областях техники широко встречаются конструктивные элементы, ослабленные естественными трещинами, раковинами, технологическими выработками, отверстиями и т.д. Качественный и количественный анализ протекания нестационарных явлений и исследование влияния отверстий на характер распределения динамических напряжений и деформаций в подобных конструкциях в различные моменты времени представляют актуальную задачу. Решение таких задач имеет как теоретическое, так и прикладное значение. При построении аналитических решений плоских задач для областей, имеющих конечные размеры, возникают непреодолимые трудности математического моделирования процессов многократного отражения, дифракции и интерференции волновых возмущений.

В связи с этим для исследования нестационарных движений в твердых упругих телах много внимания уделяется проблемам разработки и совершенствования численных методов решения, основанных на различных разностных схемах. Ранее [1–3] была разработана математическая модель для исследования проблем распространения плоских упругих волн в прямоугольнике конечных размеров с прямоугольными отверстиями и включениями. Она была основана на реализации численного решения двумерных динамических задач теории упругости на основе явной разностной схемы второго порядка точности с использованием характеристического подхода [4].

Математическая постановка задачи. Пусть однородная изотропная полоса с прямоугольным поперечным сечением конечных размеров содержит внутри центральное прямоугольное отверстие (рис. 1). Сечение имеет размеры $0 \leq x_1 \leq l$ и $L \leq x_2 \leq L$.

На части лицевой поверхности $x_1 = 0$ и $L^* \leq x_2 \leq L^{**}$ прикладывается внешняя П-образная нагрузка

$$\begin{cases} p + q = f(t) = A \cdot \sin(\omega t), \\ \tau = 0 \end{cases}, \quad 0 \leq t \leq t^*, \quad (1)$$

а остальная часть поверхности $x_1 = 0$ свободна от напряжений. В (1) принято, что A — амплитуда внешней нагрузки, а ω — ее частота. Нагрузка действует на ограниченном участке времени t^* . В моменты времени, превышающие t^* , нагрузка не прикладывается, т.е. считается, что

$$\begin{cases} p + q = 0 \\ \tau = 0 \end{cases} \text{ при } t \geq t^*. \quad (2)$$

Нормальная импульсная составляющая нагрузка изменяется во времени t по синусоидальному закону и является постоянной по поперечной координате x_2 , имея П-образную форму.

Поверхность $x_1 = l$ не нагружена и потому считается свободной от каких-либо воздействий, т.е.

$$\begin{cases} p + q = 0 \\ \tau = 0 \end{cases} \text{ при } t \geq 0. \quad (3)$$

Поверхности $x_2 = \pm L$ предполагаются закрепленными и на них скорости перемещений равны нулю в любой момент времени, т.е.

$$v_1(x_1; t) = v_2(x_1; t) = 0 \text{ при } t \geq 0. \quad (4)$$

Наконец, границы внутреннего прямоугольного отверстия считаются ненагруженными, т.е. свободными от напряжений

$$\begin{cases} p + q = 0 \\ \tau = 0 \end{cases} \text{ при } t \geq 0 \text{ и } x_1 = l_1, x_1 = l_2 \quad (L_1 \leq x_2 \leq L_2) \quad (5)$$

и

$$\begin{cases} p - q = 0 \\ \tau = 0 \end{cases} \text{ при } t \geq 0 \text{ и } x_2 = L_1, x_2 = L_2 \quad (l_1 \leq x_1 \leq l_2). \quad (6)$$

Перечисленные граничные условия (1)-(6) должны быть дополнены начальными условиями. Предполагается, что в начальный момент времени $t = 0$ тело не нагружено и находится в состоянии покоя, т.е.

$$v_1(x_1; x_2; 0) = v_2(x_1; x_2; 0) = p(x_1; x_2; 0) = q(x_1; x_2; 0) = \tau(x_1; x_2; 0) = 0. \quad (7)$$

В условиях плоской деформации волновой процесс во внутренних точках полосы с центральным прямоугольным отверстием описывается системой динамических уравнений гиперболического типа, содержащей в качестве неизвестных безразмерные напряжения p, q, τ , скорости перемещений v_1, v_2 [1]

$$\begin{aligned} v_{1,t} - p_{,1} - q_{,1} - \tau_{,2} &= 0; & v_{2,t} - p_{,2} + q_{,2} - \tau_{,1} &= 0; \\ \gamma^2(\gamma^2 - 1)^{-1} p_{,t} - v_{1,1} - v_{2,2} &= 0; & \gamma^2 q_{,t} - v_{1,1} + v_{2,2} &= 0; \\ \gamma^2 \tau_{,t} - v_{1,2} - v_{2,1} &= 0. \end{aligned} \quad (8)$$

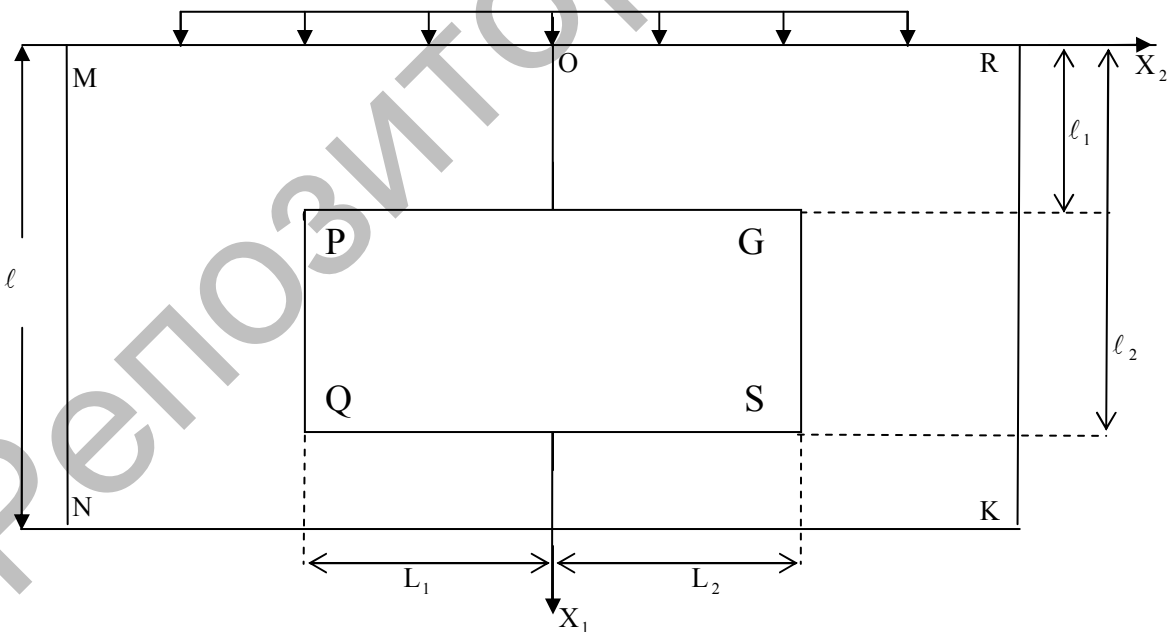


Рис. 1. Исследуемая область

При построении численного решения предполагается, что граница полосы и контур прямоугольного отверстия совпадают с линией узлов квадратной сетки, которая покрывает исследуемую область.

Поставленная задача решена методом пространственных характеристик, подробный алгоритм численной реализации которого изложен в [1]. В дополнение к известным соотношениям [1-3] полу-

чены разрешающие уравнения в особых точках $x_2 = L^*$ и $x_2 = L^{**}$ границы $x_1 = 0$, для нахождения искомых функций, в которых граничные условия терпят разрыв первого рода [5].

На базе данного алгоритма создана единая программа расчетов на языке Фортран для быстродействующих персональных ЭВМ. Все описанные ниже результаты получены на основе этой программы. В качестве материала исследуемой упругой изотропной среды используется сплав 30ХГСА со следующими свойствами: плотность $\rho = 7,9 \cdot 10^3$ кг/м³, модуль упругости $E = 200$ ГПа коэффициент Пуассона $\nu = 0,3$. Для этих характеристик материала скорость распространения продольной волны c_1 составляет 5817 м/с, а скорость распространения сдвиговой волны c_2 оказывается равной 3109 м/с. Безразмерный параметр γ для рассматриваемого материала оказывается равным 1,87.

Необходимым и достаточным условием устойчивости разностной схемы является следующее ограничение на размеры шагов

$$(\tau/h)^2 \leq \min\{\gamma^2 / (\gamma^2 + 1), \gamma^2 / 2 \cdot (\gamma^2 - 1)\}, \quad (9)$$

где τ — шаг по времени, h — шаг по координатам.

Настоящие расчеты проведены для прямоугольной области $0 \leq x_1 \leq 100h_1$ и $|x_2| \leq 100h_2$. Прямоугольное отверстие занимает пространство $25h_1 \leq x_1 \leq 75h_1$ и $|x_2| \leq 25h_2$. При этом принятые значения шагов по координате одинаковы и составляют $h_1 = h_2 = h = 0,05$. Шаг по времени τ выбран в соответствии с необходимыми условиями (9) устойчивости используемой явной расчетной схемы. В расчетах он считался равным $\tau = 0,025$. Коэффициент A в равенстве (1) принят равным единице, а период приложенной импульсной нагрузки был выбран равным $T = 100\tau$. Таким образом, круговая частота динамической нагрузки ω принята равной $\omega = \pi/T$. Область приложения нагрузки принята следующая: $x_1 = 0$ и $97h \leq x_2 \leq 97h$.

На рисунке 2 представлена осциллограмма продольной скорости v_1 в пяти точках наблюдения $x_2 = 0$ (1), $x_2 = 20h$ (2), $x_2 = 40h$ (3), $x_2 = 60h$ (4) и $x_2 = 80h$ (5), расположенных на лицевой поверхности $x_1 = 0$ исследуемого тела. Она показывает, что во всех точках наблюдения на первых порах (до момента времени $0 \leq t \leq 100\tau$) вид осциллограммы определяется формой заданного на границе $x_1 = 0$ синусоидального импульса (1). Отраженная от поверхности $x_1 = 25h$ отверстия волна дает сильный импульс в точке 1. В меньшей мере она проявляется в точке 2. В точке 3 она достаточно размытая, а в точках 4 и 5 она и вовсе отсутствует. Отраженная волна достаточно четко проявляется в промежутке времени $100\tau \leq t \leq 200\tau$. В последующие моменты времени (как правило, в промежутке $200\tau \leq t \leq 300\tau$) проявляется эффект дифрагированных из ближайших угловых точек P и G отверстия волн, распространяющихся со скоростью продольной волны ($c_1 = 1$). Если их влияние в точке 1 одинаково из-за равноудаленности точки наблюдения от угловых точек P и G отверстия, то в точке 2 и в последующих точках наблюдения (3, 4, 5) эффект угловых точек P и G отверстия проявляется порознь. Следует отметить еще один эффект отверстия. В моменты времени $400\tau \leq t \leq 500\tau$ в точке 1 можно видеть достаточно мощное влияние дифрагированных из двух особых граничных ($x_2 = -97h$ и $x_2 = 97h$) точек и двух угловых M и R точек волн. В однородной среде выделить эту волну было невозможно из-за того, что она присутствовала там совместно с отраженной от свободной тыльной поверхности $x_1 = 100h$ волной. В теле с отверстием в рассматриваемой точке нет отраженной волны и поэтому возмущение, обусловленное дифрагированной волной, четко проявляется. Надо заметить, что в задачах ультразвукового контроля эта мощная волна является как бы «паразитной». Она дает информацию о наличии отверстия, но мало информирует о месте и размерах отверстия и поэтому может быть источником ложных заключений.

На тыльной стороне $x_1 = 100h$ исследуемой области с отверстием, в отличие от однородной области, продольная скорость v_1 в лежащей на оси точке $x_2 = 0$ (1) появляется в последнюю очередь. В самом деле, очередность прихода динамического возмущения в точке наблюдения в виде продольной скорости v_1 следующая: она вначале наблюдается в точке $x_2 = 60h$ (4), затем в точке $x_2 = 80h$ (5), потом поочередно в точках $x_2 = 40h$ (3) и $x_2 = 20h$ (2) и, наконец, в точке $x_2 = 0$ (1). При этом в моменты времени $200\tau \leq t \leq 300\tau$ наибольшая интенсивность возбуждения наблюдается в точке 3. Три

последующих экстремальных значения продольной скорости v_1 отмечаются в моменты времени $t \approx 380\tau$, $t \approx 430\tau$ и $t \approx 570\tau$. Эти экстремумы продольной скорости v_1 обусловлены последовательным приходом дифрагированных волн, исходящих из двух особых граничных $x_2 = -97h$ и $x_2 = 97h$ и угловых M и R точек лицевой стороны $x_1 = 0$ и двух угловых точек N и K тыльной стороны $x_1 = 100h$ и, наконец, отраженной от нижней границы $x_1 = 75h$ отверстия волнами.

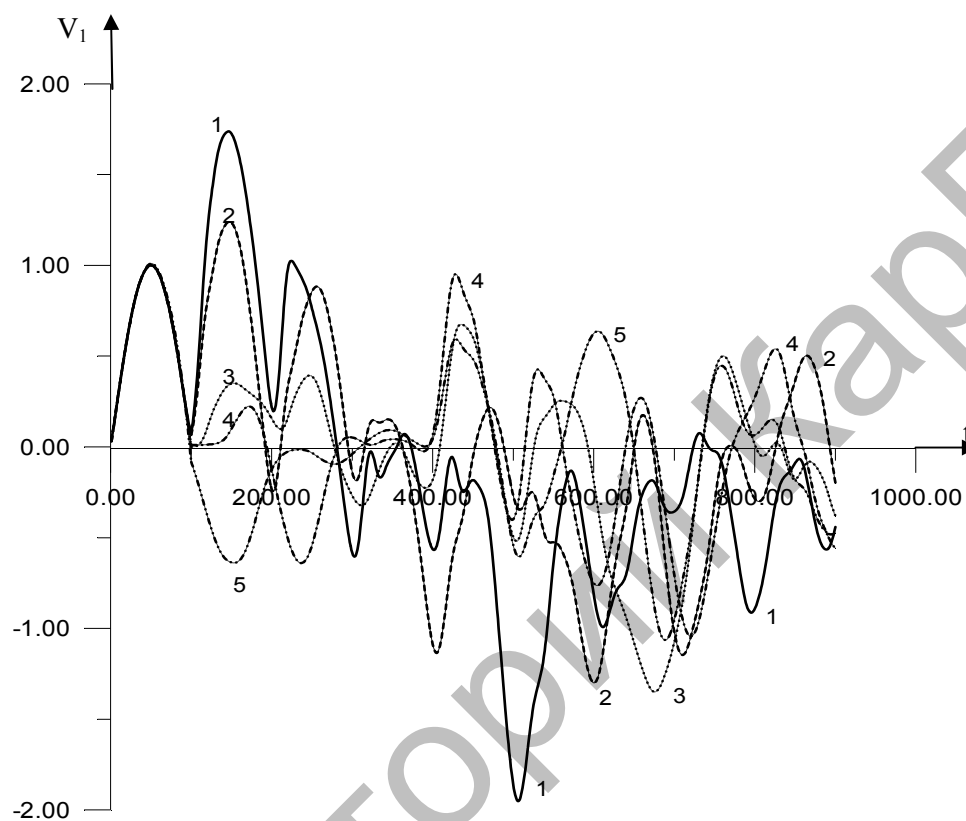


Рис. 2. Оциллограмма продольной скорости v_1

Таким образом, настоящее исследование показало, что отверстие оказывает существенное влияние на динамические процессы, которые происходят на поверхности исследуемого тела. Однако необходимо отметить, что эффект отверстия из-за сложности протекающих динамических явлений не всегда может быть достаточно хорошо обнаружен и убедительно объяснен. Для этого, по-видимому, необходимо, чтобы размеры участка нагружения должны быть сопоставимы с размерами отверстия. Сам участок нагружения должен находиться в районе расположения отверстия. Кроме того, представляется, что мощным инструментом распознавания дефектов является период T (длина волны), в течение которого действует импульсная нагрузка.

Список литературы

1. Ержанов Ж.С., Каримбаев Т.Д., Байтелиев Т.Б. Волны напряжений в однородных и неоднородных средах. — Алматы: Гылым, 1998. — 142 с.
2. Аширбаев Н.К., Байтелиев Т.Б., Каримбаев Т.Д. Аналитическое исследование влияния инородных включений на параметры волнового движения в упругом прямоугольнике // Известия АН СССР. МТТ. — 1987. — № 4. — С. 128–133.
3. Аширбаев Н.К., Байтелиев Т.Б., Каримбаев Т.Д. Волновое поле в прямоугольной пластине с нецентральной дыркой // Прикладная механика. — Киев, 1990. — Т. 26. — № 5. — С. 76–81.
4. Клифтон Р.Дж. Разностный метод в плоских задачах динамической упругости // Механика. — 1968. — № 1. — С. 103–122.
5. Аширбаев Н.К. Влияние характера изменения внешней нагрузки на распространение динамических возмущений в упругой однородной среде // Механика и моделирование процессов технологии. — 2005. — № 1. — С. 37–41.